

NYPL RESEARCH LIBRARIES



3 3433 05763137 0

• HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

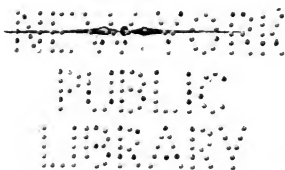
IMPRIMÉ CHEZ PAUL RENOUARD, RUE GARANCIÈRE, 5.

HISTOIRE
DES
SCIENCES MATHÉMATIQUES
EN ITALIE,
DEPUIS LA RENAISSANCE DES LETTRES

JUSQU'À LA FIN DU DIX-SEPTIÈME SIÈCLE,

PAR GUILLAUME LIBRI.

TOME SECOND.



A PARIS,
CHEZ JULES RENOUARD ET C^{ie}, LIBRAIRES,
RUE DE TOURNON, N^o 6.

1838.

NOY WIN
ALAN
YASU

TABLE

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE SECOND VOLUME.

LIVRE PREMIER.....	1
NOTES ET ADDITIONS.....	284
Note I.....	287
Note II.....	305
Note III.....	307
Note IV.....	480
Note V.....	487
Note VI.....	506
Note VII.....	508
ADDITIONS AU PREMIER VOLUME.....	517
ADDITIONS AU SECOND VOLUME.....	523
ERRATA DU TOME I.....	531
ERRATA DU TOME II.....	533

ROY WEN
JLBN
YASU

LIVRE PREMIER.

SOMMAIRE.

Tableau de l'histoire politique de l'Italie depuis Charlemagne jusqu'à la fin du treizième siècle, p. 1. — Renaissance des sciences, p. 19-21. — Léonard Fibonacchi introduit en 1202 l'algèbre parmi les chrétiens, p. 20. — On connaît très peu sa vie, mais on sait qu'il ne fut pas apprécié par ses concitoyens, p. 25. — Extraits de son *Abbacus*, p. 27. — Son algèbre publiée pour la première fois dans ce volume, p. 30. — Sa géométrie pratique, p. 36. — Son traité des nombres carrés, qui contenait des recherches curieuses, a été perdu, p. 39. — Autres géomètres du treizième siècle, p. 44. — Traducteurs, p. 45. — Astronomie et astrologie, p. 50. — Tous les princes, toutes les républiques, ont des astrologues en titre, p. 52. — Aiguille aimantée, p. 61. — Epoque à laquelle elle a été introduite en Europe, p. 62. — Elle est d'abord flottante, p. 63. — Premier mode de suspension, p. 67. — Découverte de la déclinaison faussement attribuée à Adsygerius, p. 70. — Poudre à canon, p. 72. — Les besicles sont inventées en Toscane vers la fin du treizième siècle, p. 74. — Médecine, p. 75. — Signification du mot *algèbre* en chirurgie, p. 79. — Grande influence des médecins à cette époque, p. 83. — Universités : leur fondation, leurs statuts, p. 86. — Grades académiques, p. 96. — Enseignement gratuit dès la fin du treizième siècle, p. 103. — Entraves à la liberté de l'enseignement, p. 104. — Origine des académies, p. 107. — Voyages et communications littéraires, p. 110. — Savans italiens en France, p. 111. — Italiens qui écrivent en français, p. 117. — Alchimie, p. 121. — Magie, p. 125. — Feu

grégeois, p. 128. — Fabrication des couleurs, p. 131. — Métallurgie, p. 134. — Voyages, p. 136. — Marco Polo, sa vie et ses découvertes, p. 140. — Carte de Marino Sanuto, p. 149. — Encyclopédies, p. 151. — Trésor de Brunet Latin, p. 152. — Grandes choses qui ont été faites au treizième siècle, p. 156. — Dante, p. 164. — Sa vie, p. 165. — Ses connaissances scientifiques, p. 173. — Commentateurs de la *Divina Commedia*, p. 187. — Origine du mot *hasard*, p. 188. — Cecco d'Ascoli, p. 191. — Sa mort, p. 192. — Faits intéressans qui se trouvent dans l'*Acerba*, p. 195. — Andalone del Nero applique les observations astronomiques aux cartes géographiques, p. 202. — Grand nombre d'auteurs italiens qui ont écrit sur les mathématiques au quatorzième siècle, p. 204. — Equations du troisième et du quatrième degré mal résolues d'abord, p. 213. — Questions difficiles traitées par les anciens algébristes italiens, p. 214. — Les traités d'algèbre étaient alors écrits pour les négocians, *ibid.* — Mécanique, p. 215. — Transport d'une tour effectué à Bologne en 1455, p. 217. — Horloges publiques en Italie dès le commencement du quatorzième siècle, p. 218. — Instrumens d'astronomie, p. 220. — Instrumens qu'employaient alors les navigateurs, p. 221. — Art militaire, p. 224. — Mines et bastions inventés en Italie, p. 227. — Hydraulique, p. 228. — Canaux navigables en Lombardie dès le douzième siècle, p. 229. — Ecluses, p. 230. — Moulins à vent, et mus par le flux et le reflux, p. 232. — Existence des machines hydrauliques au commencement du onzième siècle, p. 233. — Idées sur l'origine des fontaines, p. 234. — Observations météorologiques, p. 235. — Métrologie et cadastre, activité merveilleuse de ce siècle, p. 236. — Erudition, p. 240. — Pétrarque, sa vie et ses travaux, p. 242. — Il s'occupa de géographie, p. 249. — Boccace, p. 252. — Décadence, p. 258. — Quinzième siècle, p. 271. — Ce que les Médicis ont fait pour les lettres, p. 274. — Conclusion, p. 282.

HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

EN ITALIE.

LIVRE PREMIER.

Après la mort de Charlemagne, l'empire d'Occident qu'il avait tenté de relever, s'écroula de nouveau; et les Saxons, comme pour se venger de la guerre acharnée que le fils de Pepin leur avait faite, ravirent à ses descendants les débris de la couronne impériale. Sous leur domination l'Italie tomba dans le dernier degré de la misère et de l'ignorance. Ils la déchirèrent, l'opprimèrent, et ne surent pas la réunir. Pendant que le nord de la Péninsule leur était soumis, soit directement, soit par l'intermédiaire des grands feudataires, le pape n'était à Rome qu'une espèce de magistrat ecclésiastique, dont l'élection avait besoin d'être sanctionnée par l'empereur; et le royaume de Naples était comme un champ réservé aux combats des Grecs et

des Sarrazins. Il n'y avait ni lien, ni ensemble, ni pensée dirigeante; la force brutale régnait seule. Il était réservé au fils d'un charpentier toscan, à Grégoire VII, de s'emparer de la superstition qui pesait inutilement depuis longtemps sur les masses, d'y puiser les élémens d'un nouvel ordre social, et d'y trouver un nouveau principe d'énergie et de réaction, capable de contenir les Allemands et de relever les Italiens. Quelle qu'ait été la pensée de Grégoire, soit qu'il ait voulu marcher à l'affranchissement de l'Italie, soit, ce qui est plus conforme à sa position, et plus probable, qu'il n'ait songé qu'à établir la suprématie ecclésiastique, on est forcé d'attribuer surtout à cet homme extraordinaire la nouvelle organisation politique de l'Italie. Sans la lutte des papes avec les empereurs, on n'aurait vu, probablement, ni les exploits de la ligue lombarde, ni l'affranchissement des communes, ni l'établissement des républiques italiennes. Ce fut, il faut l'avouer, la suprématie papale qui donna un nouvel éclat à l'Italie et qui lui rendit le sceptre de l'Europe. La marche rapide des Italiens dans la voie de la civilisation; leur brillante gloire dans les sciences et les lettres, semblent dater du jour où le pape

Alexandre posa, dit-on, le pied sur le cou de l'empereur Frédéric.

Mais Grégoire VII, sans s'en douter, préparait aussi l'esclavage de l'Italie; et tous les maux qui depuis trois siècles pèsent sur elle. Sans la résistance papale, les Allemands se seraient certainement emparés de toute l'Italie; et cette contrée, après avoir reçu par la conquête une organisation uniforme, aurait fini, comme les pays limitrophes, par se constituer en état indépendant. D'ailleurs, les princes allemands tenaient alors beaucoup plus au royaume d'Italie qu'à la couronne impériale; ils séjournaient de préférence en Italie, et il y avait plus à craindre pour les Allemands, de devenir sujets des Italiens, que pour ceux-ci de rester sous la domination des étrangers. C'était là peut-être la pensée lointaine des Gibelins lorsqu'ils combattaient pour les empereurs; et probablement leur triomphe aurait assuré l'indépendance italienne. Mais pour cet avenir incertain, les Guelfes devaient-ils consentir à se mutiler eux-mêmes, et renoncer à cette puissante énergie, à ces immenses élémens de progrès qu'ils puisaient dans la liberté municipale, la seule qui semblât alors possible au monde? Nous ne le pensons pas; car

si l'Eglise depuis a tant abusé de sa puissance, si elle est restée tant en arrière de la civilisation moderne, c'est que, régnant par les idées seules, une fois maîtresse du champ de bataille, elle a craint les idées nouvelles, et a voulu s'attribuer le monopole de la pensée. Elle a cru, par une erreur trop commune aux vainqueurs, que le monde devait rester stationnaire, parce qu'elle était au sommet de la roue. Le monde a marché et la roue a tourné; mais il ne faut pas oublier que la réaction de l'intelligence contre la force matérielle a commencé par l'Eglise. Dans les siècles barbares, c'était un grand privilège d'être jugé par des tribunaux ecclésiastiques. C'est l'Eglise qui a fait les croisades, et l'on sait quel coup terrible elles ont porté à la féodalité: l'Eglise a suscité l'insurrection lombarde, elle a rendu à Rome sa splendeur. Si la papauté avait été héréditaire, l'Italie se serait réunie sous un chef religieux. Mais il était dans la destinée des pontifes d'être toujours hostiles à l'indépendance italienne. Sous Charlemagne, ils invitent les Francs à intervenir dans leurs querelles avec les Lombards, et l'Italie perd l'occasion d'être réunie par les descendants d'Alboin; plus tard, si Grégoire VII et ses successeurs peuvent repousser

les étrangers et favoriser le libre développement de la civilisation nationale, leur mode de succession ne permet pas aux pontifes de se faire rois d'Italie. Enfin, dans les temps modernes, non-seulement les papes n'ont plus été les soutiens de l'esprit contre la force brutale, de la civilisation nationale contre la barbarie étrangère, mais ils ont appelé, et ils appellent encore à chaque instant les étrangers, pour arrêter le progrès, étouffer la civilisation et éteindre les lumières.

La lutte de Charlemagne contre les Lombards est l'époque d'où il faut partir pour connaître les causes de la régénération de l'Italie. Jusqu'alors les différens peuples qui s'étaient jetés sur l'empire romain, n'avaient fait que piller et dévaster. Un roi goth avait, il est vrai, songé à relever la puissance italienne; mais les circonstances avaient été plus fortes que lui, et rien n'était resté de l'édifice que Théodoric avait commencé. Plus tard les Arabes introduisirent leur organisation sociale, leurs sciences et leur littérature dans tout le midi de l'Europe; mais trop éloignés de leur patrie et amollis par le luxe, ils ne surent jamais s'établir dans le nord. Les lettres, les arts, les sciences, pouvaient se

communiquer entre des peuples ennemis; mais les nations soumises à l'évangile et celles qui obéissaient à l'alcoran devaient nécessairement avoir des institutions politiques différentes. Charlemagne vit qu'après avoir tout détruit, il fallait bâtir un nouvel édifice et songer à rétablir une puissance occidentale. Placé entre les idoles des Saxons et les mosquées des Arabes, ne voulant pas se rendre esclave de la civilisation des uns, forcé de prévenir la barbarie envahissante des autres, il chercha un nouveau principe d'ordre social dans les débris de la civilisation latine, tels que la religion chrétienne les avait conservés en Italie. Voilà pourquoi il s'allia au pape et combattit les Lombards; voilà pourquoi il fit l'expédition de Roncevaux, et pourquoi pendant trente-deux ans il fit, sur les bords du Weser, la guerre aux Saxons; auxquels sans cela il aurait dû résister plus tard sur les bords de la Seine, au risque de compromettre tout son système. Issu d'usurpateur, la religion devait sanctionner ses droits; issu de barbare, Rome devait l'adopter: il voulut donc introduire à-la-fois dans le nord les formes classiques des latins et la suprématie de la religion. Mais ses peuples ne

comprenaient pas ce qu'il voulait, lorsqu'il fondait des académies et donnait à des abbayes les noms des lettres de l'alphabet grec. Ce qu'ils sentirent bien, ce fut l'influence religieuse qui s'empara facilement de ces esprits grossiers. Charlemagne mourut ; mais la papauté ne mourut pas. Bientôt les faibles mains des Carlovingiens laissèrent échapper l'instrument que leur devancier avait employé à poser les fondemens de son grand édifice. Le partage du nouvel empire d'Occident, le passage de la couronne impériale des Carlovingiens aux Saxons, des Saxons aux Saliques, des Saliques aux princes de la maison de Souabe, et les guerres qui accompagnèrent ces continues transmissions, empêchèrent le royaume d'Italie de se consolider. Le nord de cette contrée fut livré aux barons allemands, le midi fut désolé par les Grecs, les Arabes et les Normands, et l'Italie centrale se prépara à obéir au chef de l'Église.

Cependant quels que fussent l'influence morale et le pouvoir de fait des pontifes, ils en avaient très peu de droit ; car non-seulement ils étaient électifs, mais ils avaient aussi besoin de la confirmation impériale. Vers

le milieu du onzième siècle, Grégoire VII voulut faire cesser cet état de dépendance. Après avoir dirigé long-temps comme cardinal la politique de la cour de Rome, et s'être ménagé un appui contre les empereurs dans les nouveaux rois normands, il protesta contre l'investiture impériale des évêques, déclara l'empereur Henri IV déchu de ses droits, délia ses sujets du serment de fidélité, et alla jusqu'à soutenir que l'empire était un fief de l'église. Après tant d'audace, la guerre devint inévitable : elle fut longue, acharnée ; mais la victoire resta à l'Église, qui sut intéresser le peuple à sa querelle, et dont la puissance augmenta tous les jours. Protecteurs des petits princes, des feudataires mécontents et des communes, les papes recueillirent souvent l'héritage de leurs protégés, à qui on permettait d'expier leurs péchés par des legs pieux et une tardive pénitence. On sait combien s'accrut le domaine de l'Église par le testament de la comtesse Mathilde. La lutte recommença avec la maison de Souabe, et brisa encore une fois les forces de l'empire. C'est à cette longue lutte et aux efforts des villes lombardes que l'on doit surtout l'émancipation et la gloire des républiques italiennes. Il est vrai

que quelques villes maritimes, à la tête desquelles il faut placer Venise, étaient déjà devenues indépendantes dans des circonstances particulières ; mais le mouvement ne s'était pas propagé : c'était une défense et non pas une agression. Ce ne fut que lorsque l'Eglise eut dit aux peuples : « au nom du Seigneur, secouez le joug des impies » que la Lombardie, la Toscane et les Marches s'insurgèrent : plusieurs villes s'érigèrent alors en république, d'autres ne firent que changer de tyran, mais toutes brillèrent par l'industrie et les lumières. Pendant que les papes levaient une conscription européenne, et faisaient marcher les peuples et les rois à la délivrance du sépulcre, les républiques italiennes profitaient de la circonstance pour étendre leur commerce, multiplier leurs relations avec l'Orient et s'emparer des dépouilles de l'empire grec, qui avait offert aux croisés une proie bien plus facile à saisir que ne l'étaient l'Asie-Mineure et l'Égypte.

Vers la fin du douzième siècle, l'Italie était partagée en une multitude de petits états, dont les uns tenaient pour le pape, les autres pour l'empereur. Mais ces deux chefs n'exerçaient qu'une espèce de suzeraineté sur les deux

confédérations, et n'avaient presque pas d'états en propre. Les empereurs cependant avaient hérité de la Sicile. Faiblement repoussés par les peuples qui, à différentes époques, s'étaient fixés dans cette île (1), les princes de la maison de Souabe, aidés par les Gênois et les Pisans (2), avaient réussi à s'y établir, après avoir commis des cruautés inouïes (3), et avaient presque fini par abandonner l'Allemagne pour jouir des délices de leurs nouvelles conquêtes. La cour des Hohenstaufen fut la plus riche et la plus policée de toutes les cours de l'Europe. Elle accueillit les hommes les plus célèbres, les sciences et les arts des Mores (4) : la littérature provençale

(1) *Muratori annali*, Napoli, 1782, 17 vol. in-8, tom. X, p. 157 et suiv.

(2) *Muratori annali*, tom. X, p. 157.— Henri VI disait aux Gênois : « *Si... Regnum Siciliae adquisiero, meus erit honor, proficuum erit vestrum. Ego enim in eo cum Teutonicis meis manere non debeo; sed vos et posteri vestri in eo manebitis.* » et il promettait aux Pisans de leur donner la moitié de Palerme, de Messine et de Naples, avec mille autres belles choses. Mais après le succès, le *Teutonicus* se moqua avec raison de deux républiques italiennes qui l'avaient aidé à s'emparer de la Sicile, et qui prétendaient partager les dépouilles.

(3) *Muratori annali*, tom. X, p. 157-171.

(4) Voyez ce que nous avons dit précédemment à ce sujet,

qui pénétra de bonne heure en Sicile et qui y fut cultivée par les princes eux-mêmes (1) contribua au développement précoce des Siciliens. Sans les guerres étrangères suscitées par la cour de Rome (2), les descendants de Barberousse seraient infailliblement devenus, par les armes, maîtres de l'Italie, comme ils en étaient déjà les chefs par l'influence littéraire et politique. Après les rois de Sicile, les républiques de Gênes et de Venise étaient à cette époque les puissances les plus considérées de l'Italie; surtout à cause des établissements nombreux et productifs qu'elles avaient

tom. I, p. 152, 169 et suiv. — Les architectes les plus savans (parmi lesquels il faut compter surtout M. Hittorff qui a fait de longues recherches sur ce sujet), pensent maintenant que l'on doit aux Arabes l'architecture qu'on a appelée si long-temps *gothique* (*Congrès historique européen*, Paris, 1836, 2 vol. in-8, tom. II, p. 389).

(1) *Nostradama vile dei poeti Provenzali*. Roma 1722, in-4, p. 14 et 197. — De tous les princes de la maison de Souabe, Frédéric II fut le plus lettré : non-seulement il cultiva la poésie, mais on lui a attribué aussi plusieurs ouvrages en prose. Brunet Latin (*Tesoro*, Vinegia, 1533, in-8°, f. 1) cite de lui un traité de logique.

(2) *Villani, Giov., storia*. Firenze 1587, in-4, p. 180, lib. VI, cap. 90. — *Malespini, istoria Fiorentina*. Firenze, 1718, in-4, p. 153, cap. CLXXV.

formés dans l'Archipel et dans la mer Noire. La puissance des Vénitiens était telle, que les plus puissans parmi les barons français ne crurent pas trop faire que de se mettre à genoux devant le peuple de Venise, pour lui demander de contribuer à l'affranchissement de la Terre-Sainte (1). Et lorsque Baudouin s'empara d'un empire que le doge Dandolo eut la sagesse de refuser, les Vénitiens s'adjudèrent les plus riches dépouilles de l'héritage de Constantin (2). Les Pisans aussi avaient établi des

(1) Voyez *Ville-Hardouin de la conquête de Constantinople*, §§ 16 et 17, dans la *Collection des Mémoires relatifs à l'histoire de France*, par Petitot. Paris, 1819-27, 53 vol. in-8, tom. I, § p. 114—116.

(2) On peut voir dans *Ville-Hardouin* que d'abord les croisés s'obligèrent à payer aux Vénitiens quatre-vingt-cinq mille marcs, et à partager également avec eux toutes les conquêtes qu'on ferait. Mais comme quand il fut question de payer, les croisés n'avaient pas d'argent, ils s'engagèrent, pour gagner du temps, à aider d'abord les Vénitiens à reprendre Zara, en Dalmatie, et la croisade commença par une entreprise au succès de laquelle le pape s'était opposé (*Ville-Hardouin, de la Conquête de Constantinople*, § 30—32, et § 39—43). Toute cette relation du *Maréchal de Champagne et de Romanie*, prouve que sans le secours des Vénitiens, et surtout sans la sagesse et la valeur de Dandolo, on n'aurait jamais pris Constantinople. Les croisés furent étonnés de cette

comptoirs sur les côtes d'Afrique, et chassé les Sarrasins de Sardaigne, de Corse et des îles Baléares. Les marchands italiens qui revenaient de l'Orient, dont ils avaient, en quelque sorte, le monopole, rapportaient à-la-fois dans leur pays d'immenses richesses, et tout un système d'idées nouvelles et de nouvelles connaissances. Les plus anciens monumens de Venise et de Pise attestent l'influence des Grecs en Italie (1), comme les plus anciennes églises de Sicile attestent l'influence des Arabes (2). Plus tard, Florence eut l'empire des arts, mais le premier développement s'était opéré d'abord dans les villes maritimes par suite de leur plus grande richesse,

estrange proesce que li dux de Venise qui vialz hom ère, et gode ne veoit, fu toz armez el chief de la soe galie et ut le gonfanon sain Marc pardevant lui, et escrient as suens que il les meissent à terre, ou se ce non il feroit justice de lor cors. Et il si firent que la galie prent terre, et il saillent fors, si portent le gonfanon sain Marc par devant lui à terre, etc. (Ville-Hardouin, de la conquête de Constantinople, § 90).

(1) Aimé, dans la chronique publiée par M. Champollion, dit que l'on fit venir des artistes grecs et sarrasins au Mont-Cassin (*Aimé, l'Ystoire de li normant*. Paris, 1835, in-8°, p. 105).

(2) Voyez le mémoire déjà cité de M. Hittorff (*Congrès historique européen*, tom. II, p. 389).

et des rapports plus intimes qu'elles avaient avec les Orientaux (1). Après ces républiques florissantes, le reste de l'Italie, quoique partagé en une multitude de petits états, en apparence indépendans, se rattachait toujours au pape ou à l'empereur. Les villes impériales, n'étaient pas gouvernées immédiatement par l'empereur, mais elles obéissaient à des espèces de grands vassaux. Là où le principe démocratique n'avait pu se développer d'aucune manière, les fiefs étaient toujours restés héréditaires; et cela avait eu lieu partout où la population était plutôt dispersée dans les campagnes, qu'agglomérée dans les villes. Tandis que dans les états où la démocratie avait commencé à s'élever sans rester maîtresse absolue du champ de bataille, le pouvoir des empereurs ne s'exerçait que dans le choix des vicaires impériaux : vicaires que le peuple chassait quelquefois, et qui, d'autres fois rendant leurs charges héréditaires, finis-

(1) Lorsque, en 1252, les Florentins frappèrent pour la première fois des florins d'or, ils n'étaient nullement connus en Barbarie où les Pisans, qui faisaient tout le commerce, les appelaient des *Montagnards* (*Villani, Giov., storia*, p. 157, lib. VI, cap. 54 et 55).

saient par secouer presque entièrement le joug impérial. Ces petits états, ces républiques, sous la haute protection de l'empire, formaient la partie gibeline de l'Italie : quant aux villes guelfes, quoique tout-à-fait démocratiques, elles n'en étaient pas moins gouvernées et très souvent tyrannisées par des Podestats, des Capitaines de Justice ou des Barigels étrangers. Car c'était un principe fondamental de politique, dans ces temps de factions et de guerres civiles, de ne pas confier le pouvoir exécutif à un citoyen de la même ville. Ce pouvoir était donné à des étrangers qu'on payait, et qui, arrivant avec leurs juges et leurs employés, prenaient, pour ainsi dire, à ferme le maintien de la tranquillité publique et de la constitution, pendant un temps plus ou moins long (1). Le choix de ces admi-

(1) Jacopo Salviatinois a laissé des renseignemens très curieux sur cette espèce de bail que faisaient les républiques italiennes avec leurs administrateurs, qui devaient se charger de tout ce qui est relatif à la police, et à l'exécution des lois (*Delizie degli eruditi Toscani pubblicate dal Padre Ildefonso*. Firenze, 1770—89, 25 vol. in-8, tom. XVIII, p. 195, 256, 260, etc.—Voyez aussi *Villani, Giov., Storia*, p. 116, lib. V, cap. 32). Les *Novellieri* italiens se sont plusieurs fois égayés sur ces juges au rabais que les podestats menaient avec eux

nistrateurs fut, dans les villes guelfes, dirigé par le pape et par les rois de Naples, aussi souvent que le choix des vicaires le fut par l'empereur dans les villes gibelines. Au reste, cette influence papale ou impériale ne s'exerçait que très faiblement dans l'administration intérieure des communes. La seule différence essentielle consistait dans l'aristocratie qui se trouvait, comme de raison, presque toujours chez les Gibelins, et à laquelle les Guelfes avaient déclaré une guerre à mort. Une ville s'insurgeait, chassait le vicaire impérial, adoptait les formes populaires et entraît dans la grande ligue dont le pape était le chef. Après cela il fallait qu'elle s'occupât de se former un territoire, car elle était comme assiégée par une multitude de petits seigneurs. Si elle était victorieuse, le château était détruit et le seigneur qui allait vivre dans la ville ne pouvait obtenir

(Bocaccio, *il Decamerone*, tratto dal testo Mannelli, S. L. 1761, in-4, f. 270, Giorn. VIII, nov. 5). Voyez, sur ce point intéressant d'histoire municipale, *Muratori antiquit. italic.*, Mediol, 1740, 6 vol. in-fol. tom. IV, col. 79, 81, 129, etc., Dissert. 46. — *Tiraboschi, memorie storiche Modenesi*, Modena, 1793, 5 vol. in-4, tom. II, p. 96, etc., etc.

les droits de citoyen qu'en abjurant sa noblesse et en se faisant inscrire sur la matricule d'un art ou d'un métier. Quant à la liberté individuelle, aux principes de la liberté politique, tels qu'on les entend aujourd'hui, il n'y en avait guère plus dans les villes guelfes que dans les villes impériales. A chaque page de l'histoire, on rencontre de grandes cruautés, exercées par les chefs des républiques démocratiques. C'était l'égalité, et non pas la liberté, qui formait la base des républiques italiennes. Mais la cruauté du pouvoir exécutif, ses haines, ses passions étaient contenues par la courte durée des fonctions politiques, par le syndicat (1), et surtout par le droit d'émeute, si facile à exercer alors. Au reste, les villes guelfes et les villes gibelines étaient disséminées de la manière la plus irrégulière sur tous les points de la Péninsule. Il n'y avait ni continuité ni ensemble; on appartenait à l'un ou à l'autre parti, selon que telle ou telle

(1) Lorsqu'un *podestà* ou un *capitano* quittait ses fonctions, il devait rester un certain nombre de jours dans la ville pour rendre compte de sa gestion devant des syndics nommés *ad hoc*; et pendant ce temps, tout le monde avait le droit d'accuser le magistrat sortant.

circonstance avait favorisé ou contrarié le développement de la démocratie. Ce ne fut que bien plus tard, lorsque peu-à-peu les plus petits états furent devenus la proie de leurs voisins, qu'il y eut des provinces de quelque étendue gouvernées d'une manière uniforme. Rarement dans les premières guerres municipales, il s'agissait de conquêtes : on ne voulait que s'emparer des châteaux; mais de ville à ville la guerre n'eut d'abord d'autre but que de faire triompher un parti, et de proscrire la faction contraire. La ville qui succombait dans la lutte modifiait sa constitution, mais elle conservait son indépendance. Elle ne faisait souvent qu'entrer dans la confédération à laquelle appartenait sa rivale. Quelquefois le système changeait, et des événemens imprévus ou des guerres particulières jetaient les villes d'un parti dans la ligue contraire; mais la masse du peuple conservait ses sympathies, et dans les grandes occasions, par exemple à chaque descente des empereurs en Italie, chacun reprenait ses couleurs. Ces inimitiés presque de famille, en isolant chaque petite ville, chaque village, brisaient les forces nationales, et préparaient de loin l'asservissement de l'Italie; mais elles contribuaient aussi à ce développement prodigieux de

l'individu qui, livré à ses propres forces, et continuellement en lutte avec tout ce qui l'entourait, savait se grandir à la hauteur des difficultés, et jeter un éclat qui nous éblouit encore.

On croit généralement que la renaissance des lettres a précédé celle des sciences; mais cette opinion est erronée : car en laissant de côté les chants scandinaves, qui n'étaient probablement que la continuation d'un ancien système oriental, à peine commençait-on à écrire des poésies en provençal et en italien, que l'on vit arriver les découvertes qui ont influé le plus sur la marche des sciences. Les Romains, peu avancés dans les sciences exactes, n'avaient pu léguer que des connaissances fort imparfaites aux Italiens du moyen âge. Le schisme de l'Église grecque, la haine des Grecs contre les nouveaux maîtres de l'Italie, avaient interrompu tous les rapports entre Rome et Constantinople; et ce furent les Arabes qui rendirent d'abord aux Italiens les ouvrages d'Euclide et d'Archimède. A la fin du douzième siècle, et au commencement du treizième, les Chrétiens reçurent presque à la fois l'algèbre, base de toutes les sciences modernes, et la boussole qui, présidant d'abord

aux progrès de la géographie , devait plus tard servir de base à la science du magnétisme. A la même époque, s'introduisait chez nous la philosophie d'Aristote, qui fut combattue d'abord par l'Église, et qui en devint plus tard le soutien, mais qui devait saper les fondemens de la superstition en concourant aux progrès de la logique. Quelques années plus tard, la poudre à canon vint égaliser les chances de la guerre et rendre inutiles ces riches armures, apanage exclusif de la féodalité : en effet, la première fois que la balle d'un vilain perça la cuirasse d'un chevalier, la féodalité fut frappée au cœur. Enfin, et toujours dans le même siècle, un Italien apprit des Chinois qu'il y avait une manière expéditive de tracer et de multiplier les caractères et les livres; et c'est probablement dans une phrase de Marco-Polo qu'il faut chercher l'origine de ce pouvoir formidable, la presse, qui rendrait désormais toute tyrannie impossible, si les écrivains savaient toujours remplir leur devoir et faire respecter leurs droits.

C'est à un marchand de Pise, Léonard Fibonacchi (1), que nous devons la connaissance de

(1) Fibonacchi est une contraction de *filius Bonacci*, con-

l'algèbre; c'est lui qui a introduit, ou au moins répandu chez les Chrétiens, le système arithmétique des Hindous. On connaît très peu la vie de cet homme auquel les sciences ont de si grandes obligations, et l'on est réduit à la chercher dans ses écrits. Dans la préface du premier et du plus important de ses ouvrages (le traité de l'*Abbacus*) écrit en latin en 1202, Léonard raconte que son père, étant notaire des marchands pisans à la douane de Bougie, en Afrique, l'appela auprès de lui et voulut qu'il étudiât l'arithmétique; et il dit qu'ayant voyagé ensuite en Egypte, en Syrie, en Grèce, en Sicile

traction dont on trouve de nombreux exemples dans la formation des noms des familles toscanes. Guglielmini s'est trompé lorsqu'il a dit que *Bonaccio* n'était pas le nom du père, mais que c'était un équivalent du sobriquet de *Bigollone* donné à Léonard (*Guglielmini, elogio di Leonardo Pisano*, Bologna, 1813, in-8, p. 57 et 224-227); car le manuscrit de l'*Abbacus* de la bibliothèque Magliabechiana de Florence (*Classe XI*, n° 21), qui est du quatorzième siècle, commence par ces mots : « Incipit liber abbaci compositus a Leonardo filio Bonaccii pisano, in anno 1202 », et le manuscrit de la pratique de la géométrie de la bibliothèque royale de Paris (*MSS. latins*, n° 7223) a pour titre : « Incipit pratica geometrie composita aleonardo Bigollosio fillio Bonacij pisano, in anno MCC XXI. »

et en Provence (1), après avoir appris la méthode indienne, il se persuada que cette méthode était bien plus parfaite que les méthodes adoptées dans ces différentes contrées, et qu'elle était même supérieure à l'algorithme, et à la méthode de Pythagore (2) : enfin il nous apprend que s'étant occupé plus attentivement de ce sujet, et y ayant ajouté ses propres recherches, et ce qu'il avait pu tirer d'Euclide, il a voulu composer un ouvrage en quinze chapitres pour instruire les Latins dans cette science (3). Nous verrons bientôt que dans ces quinze chapitres, était compris un traité complet d'algèbre, le premier qui ait été écrit par un chrétien. Cet ouvrage, ou pour mieux dire, la seconde édition de cet ouvrage (4), fut dédiée par Fibonacci, à Michel Scott, astrologue de

(1) Voyez la note I, à la fin du volume.

(2) Léonard (qui pouvait comparer ces diverses méthodes sans faire aucune hypothèse) dit : « *sed hoc totum et Algorismum atque Pictagoræ, quasi errorem computavi, respectu modi Yndorum.* » Cela prouve, contre l'opinion de Wallis, que M. Chasles a récemment reproduite, qu'à cette époque le mot *Algorismus* ne s'appliquait pas à notre système de numération (Chasles, *sur le passage de la Géométrie de Boèce*, etc. Bruxelles, 1836, in-4, p. 13).

(3) Voyez la note I, à la fin du volume.

(4) Voyez la note I, à la fin du volume.

l'empereur Frédéric II, et auteur de plusieurs ouvrages scientifiques (1). Depuis 1202, jusqu'en 1220, on perd tout-à-fait de vue Léonard : dans cette dernière année il publia sa *Pratique de la Géométrie*, qu'il dédia à un maître Dominique dont nous ne connaissions que le nom (2). En

(1) « Per hæc tempora Michaël Scotus Astrologus, Federici imperatoris familiaris agnoscitur, qui invenit usum Armaturæ Capitis, quæ dicitur cervellerium » (*Muratori, antiquit. ital.* tom. II, col. 487, Dissert. 26. — Voyez aussi *Ducange, glossarium mediæ et infimæ latinitatis*, Paris., 1723, 6 vol. in-fol. tom. II, col. 520, ad voc. *Cervellerium*. — *Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*. Pisa, 1790, 4 vol. in-4, tom. I, pag. 170. — *Dante, Inferno*, cant. XX, v. 15. — *Villani, Giov., storia*, p. 595, 617, 827, lib. X, cap. 105 et 141, lib. XII, cap. 18. — *Targioni, viaggi*, Firenze, 1768, 12 vol. in-8, tom. II, p. 1x). — Parmi les différens ouvrages, imprimés ou manuscrits, de Michel Scott, que j'ai vus, son commentaire sur la sphère de Sacrobosc m'a paru le plus digne d'intérêt. Voici les passages que j'y ai principalement remarqués : « Hic queritur utrum (*terra*) recipitur calorem a sole, vel a cælo..... Ergo omnes stelle sunt corpora sperica.... Terra est sperica, que non recipit lumen a sole subito, quod contigerit si esset plena, sed recipit successive : similiter luna non illuminata a sole subito quod contigerit si esset plena, sed successive illuminatur..... Regio equinotialis temperata et habitabilis » etc. (*Scoti, Michael, expositio super auctorem spheræ*, Bononiæ, 1495, in-4). Ils semblent prouver que Michel Scott avait des connaissances fort avancées pour son siècle.

(2) Voyez la note II, à la fin du volume.

1228, il donna une seconde édition (1) du traité de l'*Abacus* avec des additions, et il paraît que c'est cette seconde édition qu'il dédia à Scott (2). Léonard composa aussi un traité des *Nombres carrés*, qu'il adressa à l'empereur en lui rappelant qu'il lui avait été déjà présenté par maître Dominique (3); mais on ne connaît pas bien l'époque à laquelle il écrivit cet ouvrage

(1) Ce n'est pas seulement depuis l'invention de l'imprimerie que les écrivains ont donné différentes éditions de leurs ouvrages. Ce sont ces diverses éditions qui ont produit souvent ces variantes qu'il est presque impossible d'attribuer à des fautes des copistes, et qui font le désespoir des éditeurs modernes, lorsqu'ils partent de ce principe faux, que les anciens écrivains n'ont pas pu corriger leurs ouvrages après les avoir publiés.

(2) Grimaldi dit (*Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*, tom. I, pag. 174), qu'il a trouvé dans un manuscrit de la bibliothèque Riccardi de Florence, ces mots « Incipit liber Abaci a Leonardo filio Bonacci compositus anno 1202, et correctus ab eodem, anno 1228. » Mais il ne cite pas le numéro du manuscrit, et il m'a été impossible de retrouver le titre qu'il rapporte, soit dans le catalogue des manuscrits de cette bibliothèque publié par Lami (*Liburni*, 1759, in-fol.), soit dans *l'Inventario e stima della libreria Riccardi*, Firenze, 1810, in-4.

(3) *Targioni, viaggi*, tom. II, p. 65.—Guglielmini (*Elogio di Leonardo Pisano*, p. 110), croit que cet ouvrage a été écrit vers 1250; mais cette date est fort douteuse.

qui, d'après ce qu'en rapportent Luca Paciolo et Ghaligai, a dû contenir des recherches très ingénieuses sur la théorie des nombres (1). Voilà tout ce que l'on sait sur Fibonacci; aucun historien contemporain n'en a fait mention, et on ignore même l'année de sa mort; on sait seulement que pour prix des immenses services qu'il avait rendus aux sciences, on lui donna le sobriquet de *Bigollone* (2); probablement parce que l'étude des sciences l'absorbait tout entier, et l'empêchait de se livrer au commerce, occupation favorite de ses concitoyens. Nous verrons quelques années plus tard

(1) Targioni (*Viaggi*, tom. II, p. 65) dit à tort que Luca Paciolo s'est servi de cet ouvrage de Fibonacci, en le citant à peine; car, non-seulement Paciolo a cité cet ouvrage de Léonard (*Paciolo, summa arithmetica geometria*, Tusculano, 1523, 2 tom. en 1 vol., in-fol. tom. I, f. 13, Dist. I, tr. IV, art. 6), mais il a rendu hautement justice au géomètre de Pise en disant plus loin : « E perche noi seguitiamo perla maggior parte Lionardo Pisano io intendo dechiarire che quando si porra aleuna proposta senza autore quella sia di detto Lionardo. » (*Paciolo, summa de arithmetica geometria*, tom. II, f. 1, Dist. 1, cap. I). — Ghaligai a parlé aussi du *Traité des nombres carrés*, et en a donné un extrait (*Ghaligai, pratica d'arithmetica*. Firenze, 1548, in-4, f. 60, lib. VIII, § 27).

(2) *Guglielmini, clogio di Leonardo Pisano*, p. 37 et 224-227.

l'homme qui peut seul disputer à Colomb la gloire des plus grandes découvertes géographiques, Marco-Polo, obtenir de ses concitoyens un sobriquet non moins injurieux (1). Mais au moins la relation du voyageur vénitien a été publiée vingt fois, et son nom est maintenant couvert de gloire, tandis que les ouvrages du premier algébriste chrétien sont restés toujours ensevelis dans la poussière des bibliothèques. Commandin, il est vrai, avait voulu publier la *Pratique de la Géométrie* (2); mais la mort

— On trouve dans les manuscrits tantôt Bigollo, tantôt Bigollosus, etc.; mais c'est toujours la même racine du mot *Bigollone*, employé par les anciens écrivains italiens, et qui s'est changé plus tard en *Bighellone*.

(1) Tout le monde sait que Marco-Polo fut appelé par dérision *Million*, parce qu'il racontait les grandes choses qu'il avait vues en Orient: sa maison fut appelée *Cha Milione*, son ouvrage fut désigné par le même sobriquet, et une espèce de paillasse fut destiné, dans les mascarades, à tourner en ridicule le grand voyageur (*Doglioni historia venetiana*, Venet. 1598, in-4, p. 161—162, lib. III. — *Ramusio*, *viaggi*, tom. II, prefat. — *Humboldt*, *Examen critique*, édit. in-fol., p. 71). Plus tard, Pigafetta fut traité à-peu-près de même, et Chiabrera fut méprisé par les Génois, parce qu'il ne voulait pas s'occuper de commerce.

(2) *Baldi*, *cronica de Matematici*, Urbino, 1707, in-4., p. 89.

l'empêcha d'effectuer ce projet : et non-seulement depuis lors on n'a plus songé à publier les écrits du géomètre de Pise, mais on a même égaré le traité des nombres carrés, dont le manuscrit existait encore il y a à peine soixante ans (1).

Pour faire bien apprécier l'importance des travaux de Fibonacci, il faut examiner successivement ses ouvrages en commençant par le traité de l'*Abbacus*, qui semble être sorti le premier de sa plume. Cet ouvrage qui, comme nous l'avons déjà dit, est divisé en quinze chapitres (2), contient, entre autres choses, l'exposition du système arithmétique des Indiens, et l'algè-

(1) Cet ouvrage existait, en 1768, parmi les manuscrits de la bibliothèque de l'hôpital de Santa Maria Nuova de Florence (*Targioni, viaggi*, tom. II, p. 6). Depuis lors cette bibliothèque a été supprimée, et il nous a été impossible de retrouver le manuscrit indiqué par Targioni, dans aucune des bibliothèques de Florence, ou d'en avoir aucun indice. Nous engageons tous ceux qui s'intéressent à la gloire de l'Italie de rechercher ce précieux manuscrit : il ne peut qu'être égaré, et celui qui le retrouvera aura bien mérité des sciences. On peut voir dans Targioni, à l'endroit cité, la description du manuscrit dont nous déplorons si vivement la perte.

(2) Voyez la note I, à la fin du volume.

bre. Quant à l'arithmétique, il est vrai que l'on connaît encore quelques manuscrits qui paraissent antérieurs à 1202, et où l'on trouve les nouveaux chiffres avec leur valeur de position (1); mais même en admettant l'authenticité de la date de ces manuscrits, il faut remarquer qu'ils semblent avoir été tous écrits par des juifs, ou par des chrétiens habitant chez les Mores d'Espagne, et que par conséquent ils ne prouvent rien quant à l'introduction de l'arithmétique indienne chez les Latins (2). D'ailleurs la valeur de position ne se rencontre que dans des traductions; et souvent l'on a pu copier des chiffres, en traduisant des ouvrages de l'arabe, et les adopter comme des abréviations sans connaître pour cela la valeur de position de ces chiffres qui forme la base et le mérite principal de l'arithmétique indienne. Quoi qu'il en soit, le livre de l'*Abbacus* est le premier ouvrage écrit par un auteur chrétien, où les règles

(1) *Targioni, Viaggi*, tom. II, p. 66-68, et tom. XII, p. 218. — *Andres, storia d'ogni letteratura*, Venez., 1783, 16 vol., in-8, tom. X, p. 109.

(2) *Guglielmini, elogio di Leonardo Pisano*, p. 60.

de l'arithmétique indienne soient exposées (1). Quant aux chiffres, depuis long-temps on avait fait des tentatives pour simplifier la manière d'écrire les grands nombres. Fibonacci lui-même dit que, dans tous les pays qu'il a visités, il a trouvé des méthodes abrégées de numération, et que chaque peuple avait des abréviations différentes. Les Romains aussi, comme nous l'avons déjà dit (2), en avaient adopté. Or, parmi ces différents signes, on a pu souvent se tromper dans l'examen des manuscrits, et croire que ces diverses abréviations coïncidaient avec l'arithmétique indienne. Mais Léonard, qui était en état de bien voir les choses, affirme le contraire; et il s'arrête aux propriétés du zéro, qui sert, dit-il, avec les neuf premiers chiffres à écrire tous les nombres (3). On peut remarquer que le nom du zéro, qui est le pivot de toute cette arithmétique de position, est un mot arabe (4). Cette

(1) Voyez la note I, à la fin du volume.

(2) Voyez les pages 193, 201 et 377 du premier volume de cet ouvrage.

(3) Voyez la note I, à la fin du volume.

(4) « Cum his itaque nove Figuris, et cum hoc signo O quod

étymologie est une dernière preuve de l'origine orientale de notre système de numération; car si les Chrétiens avaient connu anciennement le zéro, ils auraient gardé leur mot propre, comme ils l'ont fait pour la forme de quelques-uns des chiffres, au lieu d'emprunter ce mot aux Orientaux. Ce traité où Fibonacci commence par exposer le nouveau système arithmétique, contient des choses bien plus importantes. Après des questions élémentaires on y trouve, comme dans la plupart des ouvrages algébriques des Arabes, la résolution d'un grand nombre d'équations qui se rapportent à des questions commerciales; et l'ouvrage se termine par un traité d'algèbre (1). Non-seulement la disposition des matières indique l'origine orientale; mais l'auteur a conservé aussi les noms arabes pour désigner les règles dont il se sert et les opérations qu'il doit effectuer. Tels sont les mots *Elcataym*, *Almucabala*, *Algebra* (2), dont les deux premiers ont été employés

Arabice Zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus. » — Voilà ce que dit Fibonacci (*Targioni, viaggi*, tom. II, p. 62); et il est évident que de *Zephiro* on a fait zéro.

(1) Voyez la note I, à la fin du volume.

(2) Voyez la note I, à la fin du volume.

par les mathématiciens occidentaux jusque vers la fin du seizième siècle (1), et dont le troisième est devenu celui de la science que Fibonacci nous a donnée (2). Le dernier chapitre de l'*Abacus*, qui en constitue la partie la plus inté-

(1) Fibonacci dit qu'*Elcataym*, en arabe, signifie fausse position (*Targioni, viaggi*, tom. II, p. 62). Tartaglia a employé ce mot dans le même sens (*Tartaglia, tutte le opere d'aritmetica*, Venet., 1592, 2 vol. in-4, tom. II, f. 212).

(2) Long-temps on a voulu attribuer à d'autres personnes cette gloire. Mais aux sophismes de Wallis on peut opposer le témoignage de Colebrooke, dont le jugement n'admet pas d'appel (*Brahmegupta and Bhascara, algebra, translated by Colebrooke*, London, 1817, in-4, p. LI). Montucla, qui s'était d'abord trompé sur le siècle dans lequel a vécu Léonard de Pise, a cherché depuis à s'excuser en disant qu'il n'avait pas pu savoir que dans quelques bibliothèques d'Italie il existait un manuscrit de Léonard, propre à fixer le temps où il vivait (*Montucla, hist. des mathém.*, 2^e édition, tom. II, p. 715). Mais d'abord cette question avait été depuis long-temps traitée par Targioni (*Viaggi*, tom. II, p. 59), et par Zacharia (*Excursus litterarii*, Venet., 1754, in-4, tom. I, p. 219); et puis il existait en manuscrit des ouvrages de Léonard à la bibliothèque royale de Paris, et ils étaient indiqués comme ayant été composés au treizième siècle, dans le catalogue imprimé des manuscrits de cette bibliothèque (*Catalogus codicum bibliothecæ regiae*, Paris., 1739-44, 4 vol. in-fol., tom. IV, p. 228. MSS. latins; n° 7223). La détermination de l'époque à laquelle l'algèbre a commencé à être cultivée par les Chrétiens est un fait assez grave pour mériter qu'on se donne la peine de bien l'étudier.

ressante, est, ainsi que nous l'avons déjà dit, un traité d'Algèbre : nous le publions à la fin de ce volume comme une pièce historique de la plus haute importance, et pour que l'on puisse enfin connaître et apprécier les travaux du père de notre' algèbre (1). En arrachant à l'oubli ce morceau, nous croyons faire acte de reconnaissance envers l'homme qui a eu le mérite insigne de transporter chez nous une science tout entière en y ajoutant des découvertes importantes, et qui a tellement devancé son siècle, que les efforts réunis de tous les géomètres de l'Europe, pendant près de trois cents ans, n'ont pu rien ajouter à ce qu'il avait fait. Ce chapitre est divisé en trois parties : la première est relative aux proportions, la seconde à la géométrie, et la troisième à l'algèbre. Dans celle-ci, il y a d'abord des définitions et des dénominations empruntées aux Arabes (2); puis l'auteur considère six questions,

(1) Voyez la note III, à la fin du volume.

(2) Le carré de l'inconnue est appelé *census* par Fibonacci, et ce mot n'est que la traduction du mot *mal*, que les Arabes ont employé dans le même cas. Le mot *cosa*, dont se servaient les géomètres italiens pour indiquer la première puissance de l'inconnue, est également la traduction d'un mot

trois simples et trois composées, et il les résout successivement : ce qui le conduit à la résolution des équations du second degré. Il commence toujours par donner des exemples numériques, et puis il énonce les règles générales sans démonstration. Dans tous les cas qu'il examine, il suppose, comme le faisaient les Arabes, tous les termes positifs dans les deux membres; car à cette époque on n'égalait pas encore à zéro le premier membre de l'équation. La démonstration vient à la fin : c'est une construction géométrique par laquelle on ajoute aux deux membres de l'équation le carré de la moitié du coefficient de la première puissance de l'inconnue. (1)

Avant d'aller plus loin, il faut s'arrêter un instant sur les notations que Fibonacci emploie. Souvent lorsqu'il veut exprimer des quantités, sans leur assigner une valeur numérique, il les représente par des lignes : quelquefois il indique, comme on le fait en géométrie, chacune de ces

arabe. C'est de ce mot que les Allemands ont tiré *die coss*, nom qu'ils ont donné d'abord à l'algèbre.

(1) En comparant la troisième partie du quinzième chapitre de *l'Abbacus* avec l'algèbre de Mohammed ben Musa,

lignes par deux lettres placées aux deux extrémités. Mais souvent aussi, il les désigne par une seule lettre, et puis il fait sur ces lettres des opérations algébriques comme si elles étaient des quantités abstraites : de la même manière absolument que cela se fait à présent. Quelquefois il emploie des lettres pour exprimer des quantités indéterminées (connues ou inconnues) sans les représenter par des lignes (1). On voit ici comment les modernes ont été amenés à se servir des lettres de l'alphabet (même pour exprimer des quantités connues) long-temps avant Viète, à qui on a attribué à tort une notation qu'il faudrait peut-être faire remonter jusqu'à Aristote (2), et que tant d'algébristes modernes

on se persuade facilement que Fibonacci a eu connaissance du traité du géomètre arabe, et qu'il en a tiré presque tout ce qui se rapporte aux équations du second degré.

(1) Cossali a cru que Fibonacci n'avait employé les lettres que pour indiquer des lignes ; mais l'examen du chapitre de Fibonacci que nous publions à la fin de ce volume, prouve le contraire (*Cossali, origine dell' algebra*. Parma, 1797, 2 vol. in-4. tom. I, p. 37 et suiv.)

Voyez la note III à la fin du volume.

(2) Voyez ce que nous avons dit dans le premier volume, p. 99.

ont employée avant le géomètre français. Car outre Léonard de Pise, Paciolo et d'autres géomètres italiens firent usage des lettres pour indiquer des quantités connues (1), et c'est d'eux plutôt que d'Aristote que les modernes ont appris cette notation.

Dans l'algèbre des Arabes, on ne considère ordinairement qu'une seule des racines des équations du second degré; mais nous avons déjà vu que Mohammed ben Musa avait indiqué l'existence des deux racines (2), lorsqu'elles sont

(1) *Paciolo, summa de arithmetica geometria*, tom. I, f. 83, 84, etc. Dist. VI, tr. V, art. 15, 16, 17, etc.

(2) *Mohammed ben Musa, algebra, translated by F. Rosen*, London, 1831, in-8. p. 11. — Le cas dans lequel le géomètre arabe considère deux racines est celui de l'équation $ax^2 + b = cx$ dans laquelle tous les termes sont positifs. Il dit à ce sujet : « *Essayez la solution par addition* (c'est-à-dire en donnant le signe + au radical), *et si elle ne réussit pas, la soustraction réussira certainement. Car, dans ce cas, l'addition et la soustraction peuvent être également employées : ce qui n'arrive dans aucun autre des trois cas.* » — On voit donc que Mohammed ben Musa a connu les deux racines des équations du second degré. S'il ne les a considérées que dans ce cas, c'est qu'il voulait éviter les racines négatives et les racines imaginaires. Ce passage avait été bien rendu dans les anciennes traductions de Mohammed ben Musa, et il est étonnant qu'on n'y ait pas fait attention plus tôt pour arriver à la multiplicité

toutes deux positives. Fibonacci a imité Mohammed ben Musa, mais n'est pas allé aussi loin que lui. En effet, il dit dans son algèbre que si l'on ne résout pas une certaine équation du second degré, en ajoutant le radical à la quantité rationnelle, on la résoudra en ôtant ce même radical (1); mais il ne dit pas qu'on pourra toujours la résoudre des deux manières. On trouve aussi dans Léonard la résolution des équations dérivatives du second degré (2) qui avaient été traitées par les Indiens, mais que Mohammed ben Musa n'avait pas considérées.

La *Pratique de la géométrie* est un ouvrage où Léonard, tout en s'occupant spécialement de la mesure des corps, a inséré aussi des recherches algébriques. Ce traité est divisé en huit

des racines (Voyez la traduction de Mohammed ben Musa, que nous avons insérée dans le volume précédent, p. 257).

(1) Dans la troisième équation du second degré qu'il considère, Fibonacci dit seulement : « Et sic cum non solvetur questio cum diminutione, solvetur sine dubio cum additione » sans compléter la phrase, comme le fait Mohammed ben Musa.

Voyez la note III à la fin du volume.

(2) Voyez la note III, à la fin du volume. Voyez aussi *Ghāligai, pratica d'arithmeticā*, f. 95 et 99.

distinctions (1), et est adressé à ce maître Dominique, personnage qui nous est inconnu, mais dont Léonard parle aussi dans le dernier de ses ouvrages. Nous ne pouvons pas donner une analyse détaillée de cette géométrie, qui est fort volumineuse, et dont on dirait, en comparant entre eux les divers manuscrits actuellement existans, que l'auteur l'a publiée plusieurs fois avec des changemens notables (2). Parmi les théorèmes contenus dans la *Pratique de la géométrie*, nous citerons celui de l'aire d'un triangle,

(1) La seconde *distinction* de la *Pratica geometriæ* a pour objet l'extraction des racines carrées; la cinquième traite des racines cubiques, et à la fin de l'ouvrage il y a des problèmes indéterminés (*MSS. de la bibliothèque royale, supplément latin*, n° 78, in-fol.).

Voyez la note II, à la fin du volume.

(2) Les manuscrits de la *Pratique de la Géométrie* que possède la bibliothèque royale ne sont pas semblables. D'abord, dans l'un d'eux (*Supplément latin*, n° 78 in-fol.), il est dit que Fibonacci composa son ouvrage en 1220, tandis que, suivant un autre manuscrit (*MSS. latins*, n° 7223), il l'aurait écrit en 1221. De plus, le second manuscrit ne contient ni les questions d'analyse indéterminées qui se trouvent à la fin du premier, ni même la *huitième distinction*. Enfin, ces deux manuscrits ne contiennent ni l'un ni l'autre des passages qui se trouvaient dans le manuscrit de Guglielmini (*Guglielmini elogio di Leonardo Pisano*, p. 210 et suiv.).

déterminée d'après les trois côtés, que l'on avait attribué à Tartaglia d'abord, puis à Héron, et qui se retrouve dans la géométrie indienne. Cependant, comme les plus anciens parmi ces auteurs n'ont été connus chez nous que dans ces dernières années, on peut assurer que c'est Fibonacci qui a fait connaître ce théorème à l'Europe. D'autant plus que le géomètre de Pise ne cite qu'Euclide parmi les géomètres grecs, et que celui-ci ne connaissait pas ce théorème que Fibonacci semble avoir pris de Savosorda, géomètre juif, dont Platon de Tivoli a traduit un ouvrage de géométrie qui existe encore manuscrit (1). Nous ne pouvons pas suivre l'auteur dans

(1) *Guglielmini elogio di Leonardo Pisano*, p. 26 et 174. — Le passage relatif à Savosorda que Guglielmini a cité, ne se trouve dans aucun des deux manuscrits de la bibliothèque royale que nous venons d'indiquer. Au reste, l'ouvrage de Savosorda que nous avons déjà cité dans le premier volume de cet ouvrage (p. 154), ne contient que des règles pour l'arpentage, et peu de démonstrations. L'aire d'un triangle quelconque y est donnée en fonction des trois côtés, mais il n'y a aucune démonstration de cette formule. Le manuscrit de la bibliothèque royale contient aussi de l'algèbre : malheureusement il est incomplet, et on ne peut pas juger de l'importance des recherches algébriques qu'il devait contenir. Ce manuscrit semble être du treizième siècle ; les chiffres y ont déjà une valeur de position : il commence

ces recherches géométriques, qui ont pour objet spécial l'arpentage et le jaugeage des corps. Quelques manuscrits de cet ouvrage contiennent aussi de l'analyse indéterminée. La *Pratique de la géométrie* et le traité de l'*Abbacus* renferment une multitude de faits curieux ; ils peuvent servir à enrichir les *glossaires* d'un grand nombre d'articles nouveaux (1). Ils contiennent les rapports des mesures et des monnaies chez les différens peuples avec lesquels les Pisans étaient alors en relation de commerce (2). Les lettres de change y sont clairement indiquées (3), et on y rencontre une foule de renseignemens précieux de toute nature, sur lesquels malheureusement il nous est impossible de nous arrêter ici.

Fibonacci avait écrit aussi un *traité des nom-*

par ces mots : « Incipit liber embadorum a Savosorda in ebraico compositus, et a Platone Tiburtino in latinum sermonem translatus : anno arabum DX, mense Saphar (*MSS. de la bibl. du roi, supplément latin, n° 774*).

Voyez la note IV à la fin du volume.

(1) *Targioni viaggi*, tom. II, p. 65. — *Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*, tom. I, p. 202.

(2) *Targioni viaggi*, tom. II, p. 63. — *Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*, tom. I, p. 203 et suiv.

(3) *Targioni viaggi*, tom. II, p. 62. — *Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*, tom. I, p. 214 et suiv.

lres carrés. Mais cet ouvrage qui a été cité par l'auteur lui-même, par Luca Paciolo (1), par Ghaligai (2), Xylander (3) et Baldi (4); que Targioni avait trouvé inséré, il y a à peine soixante ans, dans un traité anonyme d'arithmétique écrit au quinzième siècle; et dont il a rapporté le commencement (5), a été perdu depuis, et toutes les recherches pour le retrouver ont été infructueuses. Cependant Luca Paciolo a reproduit une partie de cet ouvrage dans sa *Summa arithmetica*, et comme Ghaligai semble aussi en avoir extrait tout ce qu'il dit sur l'analyse indéterminée, il n'est pas difficile par la comparaison de ces deux ouvrages, de restituer cet écrit, mieux que n'a pu le faire Cossali, qui ne connaissait pas l'ouvrage de Ghaligai, ou qui, du

(1) *Paciolo, summa de arithmetica geometria*, tom. I, f. 13, Dist. I, tr. IV, art. 6.

(2) *Ghaligai, pratica d'arithmetica*, f. 60, lib. VIII, § 27.

(3) *Diophanti Alexandrini, libri VI, a G. Xilandro latine reddit*, Basil. 1575, in-fol. Epist. Nuncupat.

(4) *Baldi cronica de Matematici*, p. 89.

(5) Cet ouvrage semble avoir été dédié par Fibonacci à Frédéric II; il commençait par ces mots: «*Cum Magister Dominicus Pedibus Celsitudini Vestræ*, etc. (Targioni viaggi, tom. II, p. 66).

moins, ne l'a jamais cité. Xylander se trompait, lorsqu'il supposait que Fibonacci avait tiré de l'arithmétique de Diophante le traité sur les nombres carrés (1). Car, d'après ce qui nous a été conservé du traité de Fibonacci, on voit que ces deux ouvrages n'offrent aucune analogie. Pour indiquer quelques-unes des recherches originales de Fibonacci, nous dirons qu'il donna la somme de la série des nombres naturels et des nombres carrés (2), la formule générale pour

(1) *Diophanti Alexandrini libri VI, a G. Xilandro latine redditi*, Epist. Nuncupat.

(2) *Ghaligai, pratica d'arithmetica*, f 60, lib. VIII, § 28-30. — *Paciolo, summa de arithmetica geometria*, tom. I, f. 37-39, Dist. II, tr. V. — Paciolo commence par donner des règles pour sommer cette série sans citer le nom de l'auteur; mais il le fait connaître à la fin en disant: « Le quali cose de racogliere ditti numeri donde la forza di tale regole proceda. Leonardo Pisano in un tratto (*trattato*), che lui fece de quadratis numeris probat geometrice omnia que usque nunc dicta sunt de collectione maxime numerorum quadratorum » (ibid. f. 39). — Cossali (*Origine dell' algebra*, tom. I, p. 115-172) a extrait de Paciolo un grand nombre de passages relatifs à Fibonacci; mais comme malheureusement il ne cite jamais l'endroit précis d'où il a tiré les règles qu'il expose (règles que pour le dire en passant il a un peu trop rhabillées à la moderne), et que d'ailleurs il mêle souvent ensemble les recherches de Fibonacci avec celles de Lagrange, d'Euler et avec les siennes propres, son ouvrage

former les triangles arithmétiques en nombres. (1), et la résolution particulière de ce problème difficile : trouver un carré auquel, en ajoutant ou en soustrayant un nombre donné, on ait toujours un carré (2). Au reste, comme nous l'avons déjà dit, il y a, dans le quinzième chapitre du livre de l'*Abbacus* et à la fin de la *Pratique de la géométrie*, des questions d'analyse indéterminée, qui ne se rencontrent pas dans les livres arabes, d'où Léonard paraît avoir tiré les bases de son algèbre.

Les ouvrages de Fibonacci ne sont pas moins

n'est presque d'aucune utilité pour ceux qui veulent connaître les travaux du père des algébristes européens. Nous avons toujours rapporté textuellement les expressions de Paciolo et des autres auteurs que nous avons cités; et nous ne nous sommes permis que d'écrire quelquefois en entier les mots qui n'étaient écrits que par abréviation dans les manuscrits ou dans les éditions que nous avons consultés.

(1) On peut voir dans Cossali (*Origine dell' algebra*, t. I, p. 118) les règles de Fibonacci, traduites en formules modernes. Elles sont générales, et donnent toutes les solutions, ce que n'avaient jamais fait ni les Hindous, ni les Arabes, ni les Grecs.

(2) Pacioli, *summa de arithmetica geometria*, f. 14 et 15, Dist. I, tr. IV, art. 8 et 9. — *Ghaligai pratica d'arithmetica*, f. 61, § 36 et 37.

remarquables pour ce qu'ils ne contiennent pas, que pour ce qu'ils contiennent. A une époque où les sciences mathématiques étaient surtout cultivées pour être appliquées à la magie et à l'astrologie, Léonard sut s'affranchir de ces entraves. On ne trouve dans ses écrits aucune trace des sciences occultes, et son génie devança son siècle en philosophie comme il l'avait devancé dans les découvertes scientifiques. Et certes, si l'on examine l'époque à laquelle vécut Fibonacci et ce qu'il fit; si l'on compare ses ouvrages si exclusivement scientifiques et contenant des recherches si ingénieuses, avec les écrits des hommes les plus célèbres de son siècle, tels que Bacon, Raimond Lulle, et Albert-le-Grand, qui tous ont écrit après lui, et dans lesquels cependant la vérité est toujours à côté de l'erreur et de la superstition la plus grossière; si l'on pense que c'est à lui seul que les chrétiens doivent l'algèbre; si l'on considère les beaux théorèmes et les recherches importantes qu'il a laissées et qu'on se borna pendant plusieurs siècles à copier sans y rien ajouter; on n'hésitera pas à affirmer qu'il a été le plus grand géomètre du moyen âge; que seul pendant trois siècles il a soutenu l'honneur des mathématiques pures chez les chrétiens, et

qu'il a établi, à la renaissance, la supériorité scientifique des Italiens. L'influence de cet homme, si négligé par la postérité, fut immense en Europe : non-seulement il créa en Toscane une école florissante, mais les étrangers se firent dès-lors élèves des Italiens, et ils adoptèrent les dénominations algébriques que ceux-ci avaient employées les premiers. (1)

Pendant long-temps personne n'osa suivre Fibonacci dans la route qu'il avait ouverte. Dans tout le treizième siècle, on trouve à peine le nom de quelques mathématiciens dont les travaux ne sont pas venus jusqu'à nous. On cite, il est vrai, Léonard de Pistoïa, dominicain, qui écrivit, vers 1280, un traité de géométrie et d'arithmétique (2); mais rien n'annonce qu'il eût adopté les nouvelles méthodes, ni qu'il eût connu l'algèbre. Ximenes (3) parle aussi d'un anonyme qui avait écrit vers 1250 un traité de l'*Abbacus* en italien; mais cet ouvrage, qui existe encore

(1) Voyez ci-dessus p. 33.

(2) *Tiraboschi storia della letteratura Italiana*, Venezia, 1795, 16 vol. in-8, tom. IV, p. 160.

(3) *Ximenes, del vecchio e nuovo Gnomone fiorentino*, Firenze, 1757, in-4. p. lviii, pref.

manuscrit à la bibliothèque Magliabechiana de Florence (1), ne porte aucune date, et les ouvrages didactiques écrits en prose italienne au milieu du treizième siècle sont trop rares pour qu'on puisse, sans de fortes preuves, le faire remonter à cette époque.

Dans ce siècle on continua surtout à faire des traductions, et il faut citer parmi ceux qui s'appliquèrent à traduire des ouvrages de mathématiques Guillaume de Lunis (2) que l'on a voulu mal-à-propos supposer antérieur à Fibonacci. Un algébriste florentin du quatorzième siècle, nommé Canacci, et dont nous aurons occasion de reparler dans la suite, dit que Guillaume traduisit la *Règle de l'algèbre* de l'arabe en italien (3). Or certainement les Italiens n'écrivaient pas en prose avant Fibonacci, et surtout ils n'auraient jamais pensé à traduire en italien un ouvrage scientifique. Cossali semble croire que Guillaume avait traduit

(1) MSS. Classe XI, n°. 88.

(2) Cossali, *origine dell' algebra*, tom. I, p. 7. — Ghaligai, *pratica d'arithmetica*, f. 71, lib. X.

(3) Cossali, *origine dell' algebra*, tom. I, p. 7. — Ghaligai dit également : « Regola dell' Arcibra, quale Guglielmo di Lunis la traslato d'Arabo a nostra lingua » (*Ghaligai, pratica d'arithmetica*, f. 71, lib. X).

l'algèbre de Mohammed ben Musa (1); mais d'après ce que Ghaligai (2) en dit et d'après le commencement de l'ouvrage qu'il rapporte, il est certain que ce n'était pas le traité de Mohammed ben Musa (dont on connaît maintenant, non-seulement l'original, mais aussi d'anciennes traductions (3) en latin) que Guillaume avait traduit. Le titre pourrait même faire supposer que cet ouvrage avait été extrait de celui de l'Indien Aryabhatta, que les Arabes appelaient Arjabar (4); car, comme nous l'avons déjà prouvé par de nombreux exemples (5), les sciences et la litté-

(1) *Cossali, origine dell' algebra*, tom. I, p. 9.

(2) Voici ce que dit Ghaligai: « Segue el Testo di Guglielmo. Rendiamo gratie allo altissimo, cosi comincia el « Testo dell' *Agabar*, Arabico, nella regola del Geber, quale « noi diciamo Arcibra, et secondo ditto Guglielmo importa « 7 nomi, cioè Geber, Elmelchel, Elchal, Elchelif, Elfazial, « Difareburam, Eltermen. » (*Ghaligai, pratica d'arithmetica*, f. 71, lib. X.).

(3) Voyez le premier volume de cet ouvrage, p. 252.

(4) Voyez le premier volume de cet ouvrage, p. 117 et 122. — Nous venons de voir que, suivant Ghaligai, Guillaume de Lunis traduisit l'*Agabar*, mot qui n'est peut-être qu'une corruption d'*Ajabar* ou *Arjabhar*.

(5) Tom. I, p. 124. — Les Hindous se trouvent souvent nommés dans les ouvrages scientifiques de cette époque. Aux exemples que nous avons déjà donnés de ce fait dans le premier volume (p. 124), et à celui de Planude qui a donné un

rature des Hindous avaient commencé à pénétrer au moyen âge en Europe, par l'entremise des Arabes; et le nom des peuples du Gange se

traité d'arithmétique *suivant les Hindous*, nous en ajoutons deux autres. Le premier est tiré d'un manuscrit de la bibliothèque royale (*Fonds Sorbonne*, n° 980), qui contient un grand nombre de pièces scientifiques, et entre autres le *Liber ysagogarum alchorismi in artem astronomicam a magistro A. compositus*. Dans le premier chapitre de cet ouvrage il est parlé des *chiffres hindous*. Le second exemple est tiré d'un poème *de Vetula*, attribué faussement à Ovide, et que Ducange a cité au mot *algebra* (*Glossarium mediæ et infimæ latinitatis*, tom. I, col. 501). Dans ce poème singulier, il est dit à plusieurs reprises que les Hindous nous ont donné l'*algebra et almucgrabala*. Rien n'est plus étrange que de voir attribué à Ovide un poème où il est parlé d'algèbre. Mais il est fort important de voir dès le moyen âge attribuer aux Hindous l'invention de l'algèbre. Il règne beaucoup d'incertitude sur l'époque à laquelle le poème *de Vetula* a été composé. Le mot *almucgrabala* pour *almuchabala* m'avait fait déjà soupçonner que ce poème pouvait avoir été écrit dans un pays où le système de transcription de l'arabe n'était pas le même que celui qu'avaient employé les premiers algébristes chrétiens. Effectivement M. Leclerc, membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, qui a bien voulu m'aider de son érudition pour découvrir l'auteur du poème *de Vetula*, incline à penser, avec Leyser, que cet ouvrage est de Léon, protonotaire du sacré palais de Byzance, qui vivait dans la première moitié du treizième siècle. Malheureusement il m'a été impossible de trouver à Paris aucune des éditions de ce poème, et j'ai dû m'en tenir à ce qu'en cite Ducange, et à ce qu'en dit Fabricius (*Bibliotheca latina*, Lips. 1775, 3 vol. in-8°, tom. I, p. 465), qui, au reste, cite deux

trouve souvent cité dans les ouvrages scientifiques des chrétiens.

On a classé Campanus de Novare parmi les plus illustres traducteurs du treizième siècle; mais l'examen des manuscrits prouve que la traduction d'Euclide qu'on lui avait attribuée est d'Adelard de Bath, appelé communément Adelard le Goth, et que Campanus n'a fait que le commentaire (1). Campanus a laissé aussi d'autres ouvrages; il s'est occupé de la science des astres, et l'on a de lui un traité sur le quadrant composé (2); mais ces écrits n'ont pas

anciennes éditions qui probablement n'ont jamais existé.

(1) *MSS. latins de la bibliothèque du roi*, n° 7213, 7214 et 7216 A. — Cela avait déjà été remarqué par Tiraboschi. Cependant M. Chasles a continué à attribuer cette traduction à Campanus (*Chasles, Mémoire sur la Géométrie des Hindous*, Bruxelles, in-4°, p. 7).

(2) *MSS. latins de la bibliothèque du roi*, n° 7293 A, 7298, 7401 et 7196. — Dans ce dernier manuscrit le traité de *quadrante composito* semble contenir de l'algèbre; mais les questions algébriques qu'il renferme appartiennent évidemment à un autre ouvrage dont le commencement manque. Il faut prendre bien garde à ces *amalgames* de manuscrits, qui ont pour cause ordinairement une imperfection du manuscrit d'où on a tiré celui dans lequel plusieurs traités incomplets sont écrits à la suite l'un de l'autre, comme s'ils n'en formaient qu'un seul. Nous aurons plusieurs fois occasion de revenir sur cela et sur les erreurs qui en sont dérivées. Main-

une grande importance. Sa vie est peu connue : on sait seulement qu'il fut chapelain du pape Urbain IV (1) et chanoine de Paris (2). Quelques auteurs ont supposé qu'il avait existé deux Campanus, l'un Italien et l'autre Français; mais Tiraboschi a démontré que c'était une erreur. (3)

L'algèbre et la géométrie sont les seules sciences qui soient restées sans mélanges à la renaissance des lettres, et dont on puisse facilement suivre les progrès et tracer l'histoire. Cultivées par des esprits sévères qui cédaient rarement aux erreurs de leur temps, elles furent dans ces siècles un préservatif de la pensée; et cela fait leur plus bel éloge. Les ouvrages que nous venons de citer suffiraient seuls pour démentir ces historiens qui ont cru que jusqu'au seizième siècle les sciences consistaient uniquement en des re-

tenant nous nous bornerons à signaler le mot *radix*, employé à la place de *res*, pour désigner une inconnue dans des équations du premier degré, que nous avons rencontré dans ces fragmens algébriques ajoutés à l'ouvrage de Campanus. C'est un premier exemple de l'emploi du mot *racine* pour exprimer *solution*.

(1) *Tiraboschi, storia della lett. italiana*, tom. IV. p. 154-160.

(2) *Saxius, apud Argelati bibl. script. Mediolan.*, Mediol. 1745, 2 tom. in-fol., tom I, pars I, p. CCCCLIII.

(3) *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom IV, p. 160.

cherches sur l'astrologie, l'alchimie ou la magie, et en quelques allusions ou quelques passages incertains cachés dans un poème obscur, ou dans un traité mystique. Il est vrai cependant que ce défaut d'ouvrages spéciaux et didactiques se fait sentir partout, excepté dans les mathématiques pures. Pour se bien faire une idée complète de l'ensemble des croyances qui dans ces siècles constituaient le système scientifique, il faut tout lire, tout compiler : nous verrons que souvent une ballade en apprend plus qu'un grand ouvrage, surtout quand il s'agit d'une observation ou d'un fait nouveau et populaire, qu'on n'osait presque pas introduire dans un docte commentaire sur Aristote, et que le trouvère consignait volontiers dans une chanson. Cette nécessité de tout lire, souvent pour ne rien trouver, rend nécessairement toute recherche historique interminable, et tout ouvrage sur le moyen-âge imparfait.

Dans ce siècle, l'astronomie fut rarement cultivée pour elle-même. Il suffit de jeter les yeux sur quelques-uns des écrits astronomiques de cette époque, pour se convaincre que, sauf quelques rares exceptions, la théorie et le mouvement de la lune ou des planètes étaient sur-

tout étudiés pour satisfaire aux besoins ecclésiastiques, et pour déterminer le jour de Pâques. A peine cite-t-on quelques prédictions d'éclipses; prédictions qui paraissaient alors assez extraordinaires pour que l'histoire en conservât le souvenir : l'importance que l'on y attachait prouve l'enfance de la science. Quant à la partie pratique, les astres étaient surtout observés pour tirer des horoscopes. L'astrologie judiciaire formait à cette époque une espèce de religion. Aussi ancienne que l'histoire, l'astrologie a été l'erreur la plus répandue parmi les hommes. Les Chinois, les Hindous, les Égyptiens, les Chaldéens, les Grecs, les Romains, en ont été les esclaves. Les Arabes qui probablement l'avaient reçue des Grecs, des Chaldéens et des Égyptiens, la rendirent aux Chrétiens. Vainement l'Église voulut la combattre comme un reste de paganisme; l'astrologie triompha de tous ses ennemis. Elle devint une des parties essentielles de la religion et de la poésie de ces peuples nouveaux, qui étaient avides surtout du merveilleux. Dans ces siècles, les astrologues jouaient un rôle très important. Les peuples comme les princes étaient soumis à leurs prédictions. Dans les cours, l'astrologue

était l'un des principaux officiers, et l'on ne se préparait jamais à une entreprise importante sans l'avoir consulté. C'était le successeur de l'aruspice des Romains. Cette croyance était répandue dans toute l'Europe. Frédéric II, qui était d'ailleurs le prince le plus éclairé de son temps et qui passait même pour très incrédule (1), avait une foi aveugle dans l'astrologie (2). Les mouvemens de son armée étaient réglés sur ceux des astres, et l'un de ses astrologues, Théodore, se trouve cité à propos des actions les plus mémorables de l'empereur (3). Le cruel Eccelin de Romano avait réuni à Brescia une troupe d'astrologues (4) parmi lesquels on comptait à-la-fois un Sarrazin et un chanoine

(1) *Villani, Giov., storia*, p. 124, lib. VI, cap. 1.

(2) *Muratori scriptores rer. ital.*, Mediol. 1723, 25 tom. in-fol., tom. VIII, col. 83, et tom. IX, col. 660.

(3) *Muratori scriptores rer. ital.*, tom. VIII, col. 228. — Cet astrologue, d'après ce qu'en dit Fibonacci dans l'introduction au traité sur les nombres carrés, semble s'être occupé aussi d'algèbre (*Targioni, viaggi*, tom. II, p. 66).

(4) *Muratori scriptores rer. ital.* tom. XIV. col. 930 et 931, et tom. XV, col. 329. — Ces astrologues le suivaient partout (*Verci, storia degli Ecelini*, Bassano, 1779, 3 vol. in-8, tom. II, p. 382.)

de Padoue⁽¹⁾. On aurait tort cependant de croire que les princes seuls fussent superstitieux. Les républiques aussi avaient leurs astrologues ⁽²⁾, et souvent l'astrologie s'assit à côté de la tiare ⁽³⁾. Aux universités de Bologne et de Padoue, la chaire d'astrologie était considérée

(1) *Muratori scriptores rer. ital.*, tom. XIV, col. 930 et 931.

(2) Dans un document de l'année 1260, cité par Mazzuchelli dans ses notes à Philippe Villani, on lit : « *Guido Bonactus, astrologus comunis Florentiæ* » (*Villani, Filippo, vite d'uomini illustri fiorentini*, Firenze, 1826, in-8. p. 143-144).

(3) Voici ce que raconte Villani à propos de la déroute de Monteaperti « Ma il cardinale Ottaviano degli Ubaldini ch' era Ghibellino ne fece gran festa ; onde cio sentendo il cardinal Bianco, ch' era grande astrologo, e gran maestro di negromanzia, disse. Se il cardinale Ottaviano sapesse il futuro di questa guerra de' Fiorentini, e' non farebbe questa allegrezza. Il collegio de' cardinali il pregarono che ciò dovesse chiarire più in aperto. Il cardinal Bianco non volea, perchè parlare del futuro pareva illecito alla sua dignità ; ma i cardinali pregarono tanto il Papa che gli comando sotto pena d'ubbidienza che il dicesse. Havuto il comandamento, disse, etc. » (*Villani, Giov. storia*, p. 175, lib. VI, cap. 82). — L'ancien chroniqueur Smerego dit : « D. Eccelinus.... habuit vicioriam, et cepit Legatum, qui acceperat ei Paduam, et Fratrem Gaverardum de Ordine Prædicatorum, qui erat suus Astrologus » (*Muratori scriptores rer. ital.*, tom. VIII, col. 101). — Gui Bonatti cite l'Evangile pour prouver que même Jésus-Christ s'est servi de l'astrologie (*Bonatus, Guido, decem traciatus astronomic*, Venet. 1491, in 4° tract. I, cap. 13).

comme l'une des plus nécessaires (1); et malheureusement il faut compter parmi les astrologues du treizième siècle, un homme d'un grand talent, Gui Bonatti, qui fut l'un des plus savans astronomes de son temps. On est incertain sur la ville où il naquit. Quelques chroniqueurs ont dit qu'il était Florentin, et que, chassé de sa ville natale, il choisit pour patrie Forli (2), où d'autres le font naître (3). Si sa patrie est douteuse, il n'est pas douteux qu'il fût considéré comme le premier homme de son siècle, et qu'il fut successivement astrologue d'Écelin, de Gui de Monteltro, de la république de Florence, et peut-être de Frédéric II. Dante le

(1) Les anciens réglemens de l'université de Padoue portent, relativement à l'astrologue, « quem tanquam necessarium simum habere omnino volumus » (*Facciolati de gymnasio patavino syntagmata*, Patav. 1752 in-4, p. 57). — Il fallait à cette époque que les médecins fussent aussi astrologues (*Facciolati syntagmata*, p. 57). En 1303, la commune de Bologne assigna annuellement une certaine quantité de blé à Jean de Lune, astrologue, pour les services rendus au public (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 176).

(2) *Villani, Filippovite*, p. 42 et 143.

(3) *Muratori, antiquit. ital.*; tom. I, col. 1183. Dissert. 18. — *Marchesi vitæ illust. Foroliviensium*, Forol., 1726, in-8°, p. 240.

cite (1) et Benvenuto da Imola, qui en parle longuement dans son commentaire sur la *Divina commedia* (2), dit qu'il avait été étudier en Orient (3). On a attribué mille prodiges et mille prédictions à Bonatti, qui passait pour être non moins habile sorcier qu'astrologue. On disait qu'il avait fait une statue douée du don de prophétie (4). Mais si la statue était infallible, le statuaire ne l'était pas; et l'on raconte qu'un jour il fut vaincu par un antagoniste fort peu savant. Il s'agissait de prédire le temps; Bonatti disait qu'il ferait beau, mais un paysan affirmait le contraire, d'après certains pronostics qu'il avait cru remarquer dans son âne : il se trouva que l'âne avait raison (5). Gui a laissé un traité d'astronomie qui a été publié au quinzième siècle et dans lequel il cite d'autres astrologues célèbres

(1) *Dante, la divina commedia, Infern., cant. xx.*

(2) *Muratori, antiquit. ital., tom. I, col. 1083, Dissert. 18.*

(3) *Muratori, antiquit. ital., tom. I, col. 1183, Dissert. 18.*

(4) *Villani, Filippo, vite, p. 43.*

(5) *Muratori, antiquit. ital., tom. I, col. 1083, Dissert. 18.*

— *Landino, apologia di Fiorenza, dans la préface à Dante, cantica, col commento del Landino, Vinegia, 1536, in-4, et dans le commentaire au xx^e chant de l'Enfer.*

de son temps. Il y parle des persécutions qu'il eut à souffrir de la part de plusieurs moines qui, dirigés par Jean de Vicence, combattaient l'astrologie (1). Heureusement, ajoute Bonatti, ils ne sont pas tous comme cela : il y en a qui comprennent la vérité de l'astrologie, et parmi ceux-ci il cite Conrad de Brescia, prédicateur, qui pour son profond savoir, fut nommé évêque de Cesène (2). Ce qui pourrait étonner les personnes qui connaissent peu cette époque, c'est que Bonatti paraît avoir fini par se faire moine (3); mais nous verrons plus tard les hom-

(1) *Bonatus, Guido, dec. tr. astron.*, tract. I, cap. 13.

(2) « Sunt tamen inter eos (*tunicatos*) quidam discreti et bene intelligentes intelligibilia, et cum illis potes bene conferre licet sint pauci quorum unus fuit venerabilis frater enverandus brissiensis de ordine predicatorum quem, inveni valde discretum et bene intelligentem omnem veritatem et utentem ea, qui propter sue scientie profunditatem effectus est episcopus cesenas. » (*Bonatus, Guido, dec. tr. astron.*, tract. V, cons. 97).

(3) Tiraboschi croit que Bonatti n'a jamais été moine, et il suppose que cette erreur est peut-être dérivée d'un passage de Villani qui a été mal compris (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 171). Mais Mazzuchelli a cité un si grand nombre d'auteurs qui attestent la fin dévote de Bonatti qu'il est difficile de ne pas y croire (*Mazzuchelli, scrittori d'Italia*, Brescia, 1753-63, 2 vol. in-fol., vol. II, part. 3, p. 1561).

mes les plus illustres du quatorzième siècle accusés de la même faiblesse. Faut-il ne voir en cela qu'un résultat des croyances du temps , ou bien doit-on regarder ces conversions comme imaginaires , et les ranger parmi les fraudes pieuses qu'on a si souvent renouvelées depuis ? Les deux hypothèses sont également probables et nous nous abstiendrons de prononcer.

Les carrés magiques ; et les propriétés merveilleuses des nombres , ne paraissent s'être introduits que plus tard dans l'algèbre italienne ; mais l'astronomie , la physique et la chimie furent presque exclusivement cultivées par des astrologues , des magiciens et des alchimistes. Toutefois , la futilité et la fausseté du but n'empêchèrent pas toujours les progrès de la science. Pendant long-temps il n'y eut aucune physique en Europe , et elle ne fut un peu cultivée que par des hommes qui voulaient trouver des secrets propres à éblouir et à effrayer le vulgaire. Ce ne fut que quelque temps après l'auto-da-fé de 1210(1) que les ouvrages et la physique d'Aristote

(1) Voyez ce que nous avons dit là-dessus, tom. I, p. 181 de cet ouvrage.

purent être étudiés sans danger, grâce surtout à saint Thomas d'Aquin, que ses grands talents et sa sainteté ne purent préserver du poison de Charles d'Anjou (1). Dans un temps où les sciences n'étaient pas encore assises sur des bases certaines et où l'esprit humain flottait au hasard, quand il n'obéissait pas aux préceptes des scolastiques, l'étude des ouvrages d'Aristote produisit une révolution heureuse dans les écoles : elle ramena l'unité en philosophie et substitua un grand dictateur à l'anarchie. D'importantes questions furent posées, et bien qu'elles fussent souvent mal résolues, elles donnèrent l'éveil aux esprits et agrandirent le cercle des idées. Avant le treizième siècle, il n'y avait pas un corps de science parmi les Chrétiens. Dès qu'Aristote arrive, l'esprit encyclopédique se développe généralement. La connaissance des ouvrages grecs, qu'on doit aux Arabes, a retardé peut-être le mouve-

(1) *Villani, Giov., storia*, p. 472, lib. IX, cap. 218. — Saint Thomas avait aussi commenté Platon, et il avait écrit un traité des aqueducs, et des machines hydrauliques; mais cet ouvrage n'est pas parvenu jusqu'à nous. Voyez une lettre écrite par l'Université de Paris en 1274, où sont cités plusieurs des ouvrages de Saint Thomas (*Bulaeus, historia univers. Paris*, Paris., 1665, 6 vol. in-fol., tom. III, p. 408).

ment intellectuel moderne ; mais l'imitation des anciens était probablement nécessaire : elle devait nous apprendre à raisonner d'une manière quelconque avant de faire du nouveau. A cette époque les ouvrages d'Aristote ont été les béquilles de l'esprit humain.

Nous avons déjà signalé les grandes découvertes qui furent faites dans ces temps ténébreux, et dont les découvertes des siècles suivans ne pourront jamais diminuer l'importance (1). On sait que la propriété directrice de l'aimant était connue des Chinois plusieurs siècles avant l'ère chrétienne (2). Maintenant nous allons tâcher de déterminer l'époque à laquelle cette propriété fut premièrement appliquée à la navigation par les Européens.

Quelques érudits qui attribuaient, par système, toutes les découvertes aux anciens, et qui, au reste, n'appelaient *anciens* que les Juifs, les

(1) Il ne faut pas s'étonner au reste que les plus grandes découvertes aient souvent précédé les autres. Car ordinairement elles étaient liées à des phénomènes plus remarquables ou plus constans, et par conséquent plus faciles à observer.

(2) Voyez tom. I, p. 382 de cet ouvrage.

Grecs et les Romains , ont prétendu que la boussole avait été connue anciennement en Occident. Mais les longs voyages des Phéniciens et les navigations des Carthaginois autour de l'Afrique, fussent-ils vrais, ne prouveraient rien en faveur de l'ancienneté de cet instrument. Colomb, sur une caravelle, a su traverser pour la première fois l'Atlantique, et la difficulté de l'entreprise ne prouve pas qu'il eût à sa disposition des vaisseaux à trois ponts. La *versoria* de Plaute n'était pas non plus la boussole : cela a été trop bien démontré pour qu'il soit nécessaire de s'y arrêter de nouveau (1). Un passage d'Albert-le-Grand, où Aristote est cité à propos de l'aiguille aimantée (2), mériterait peut-être un examen plus sérieux si, dans l'introduction au traité des minéraux, Albert-le-Grand n'eût dit qu'il n'avait jamais vu l'ouvrage qu'il citait (3). D'ailleurs comme les mots dont se sert l'évêque de Ratisbonne prouvent qu'il a tiré ce passage de l'arabe, en con-

(1) *Commentarii inst. Bonon.*, tom. II, pars. 5, p. 353 et seq.

(2) *Alberti Magni opera*, Lugduni 1655, 22 vol. in fol. tom. II, de *mineralibus*, p. 243.

(3) *Alberti Magni opera*. tom. II, de *mineralibus*, p. 210.

servant, comme c'était alors l'usage, le son des mots qu'il n'avait pas su comprendre, il en résulte qu'Aristote n'a été cité ici que d'après les Arabes. Mais, malgré tous les argumens qui se réunissaient pour prouver qu'Aristote n'avait pas connu la boussole, il pouvait encore rester quelques doutes à cet égard, puisque le livre d'Aristote sur les minéraux, cité par Diogène Laërce, n'est pas arrivé jusqu'à nous. Heureusement il existe en arabe un abrégé inédit de l'ouvrage d'Aristote, et cet abrégé, où il est parlé beaucoup de l'aimant, ne contient rien sur sa polarité (1). L'ouvrage d'Aristote a été cité aussi par un minéralogiste arabe qui, en beaucoup d'endroits, semble avoir copié l'abrégé que nous venons d'indiquer, mais qui ne dit pas un mot de la boussole (2). Cela prouve, à notre avis, que le passage cité par Albert-le-Grand, n'est qu'une de ces interpolations dont les manuscrits ont offert tant d'exemples.

Quoiqu'il soit bien démontré que les Occidentaux n'ont pas connu anciennement la boussole,

(1) *MSS. arabes de la bibliothèque du roi*, n° 402.

(2) *Ahmed Teifascite sulle pietre preziose, colla traduzione di A. Rainieri*, Firenze, 1818, in 4°, p. 49, cap. XIV.

lien et même en français (1), fut appelé *calamite*, du nom grec d'une espèce de grenouille, à laquelle l'aiguille paraissait ressembler lorsqu'on la faisait flotter sur l'eau pour déterminer le nord (2). L'on doit donc faire remonter l'introduction de la boussole jusqu'aux premiers écrivains qui se sont servis de ce mot *calamite* pour indiquer l'aimant; et si on le trouvait employé dans cette acception par quelque écrivain antérieur à Guyot, on devrait reculer encore l'époque de l'introduction de l'aiguille flottante parmi les chrétiens.

Guyot de Provins n'a parlé que de l'emploi de l'aiguille aimantée pour reconnaître le nord en mer, et n'a rien dit sur l'origine de la boussole. Mais un autre auteur français, Jacques de Vitry, qui vivait peu de temps après Guyot et qui avait séjourné en Palestine, fait bien comprendre que

(1) Dans le manuscrit français du *Tresor de Brunet Latin* qui se trouve à la bibliothèque de Carpentras (*MSS.* n° 537, lib. 1, cap. 112) à l'endroit où Brunet parle de l'aiguille aimantée il y a « *iamant (ce est calamite)*. »

(2) *Plinii hist. natur.* Paris 1723, 3 vol. in fol. tom. II, p. 582 et 589 lib. xxxii, cap. 7 et 10. — *Sylvalici opus pandectarum*, Venet. 1511, in-fol., f. 48. — *Simonis januensis clavis sanationis*, Venet. 1514. in-fol., f. 1/4.

cette découverte était venue de l'orient de l'Asie. En effet, il dit qu'il existe dans l'Inde une pierre, qui s'appelle *adamas* et qui communique au fer la faculté de se tourner vers le pôle, et il ajoute que cette pierre attire le fer plus fortement que l'aimant ou *magnes* (1). Il résulte de ce passage, que Jacques de Vitry ignorait, comme toutes les personnes qui se servirent d'abord parmi nous de la boussole, que l'aimant ordinaire jouit de la propriété directrice et peut la transmettre à l'aiguille; et puisqu'on croyait alors qu'il fallait une pierre « qui se trouve aux Indes, » il est évident que cette

(1) « Sunt præterea in partibus Orientis lapides pretiosi, « admirabilis virtutis et incredibilis, inexpertis. Adamas in « ultima India reperitur, lucidi coloris et ferruginei: quan- « titatem nuclei nucis avellanæ non excedit; duritia sua « omnibus metallis resistit, hircino tamen sanguine recenti « et calido rumpitur; igne non calescit: ferrum occulta qua- « dam natura ad se trahit. Acus ferrea postquam adamantem « contigerit, ad stellam septentrionalem, quæ velut axis fir- « mamenti, aliis vergentibus non movetur, semper conver- « titur; unde valde necessarius est navigantibus in mari. Jux- « ta magnetem positus non sinit eum rapere ferrum: quod « si magnes ferrum traxerit accidente adamante ferrum ra- « pit, auferendo prædam magneti. » (*Gesta Dei per Francos*, Hanov. 1611, 2 vol. in-fol. tom. I, p. 1106.)

pierre et la connaissance de sa singulière propriété, ont dû venir ensemble de l'endroit d'où l'on faisait partir l'*adamas*.

Le mot *calamite* a été employé d'abord par les Italiens. On le trouve dans Pierre des Vignes (1), dans Mathieu de Messine (2), et dans le notaire de Lentino (3), poètes de la première moitié du treizième siècle; mais il faut citer avant tout Gui Guinicelli de Bologne, qui dit, dans une de ses chansons, que l'aiguille est attirée vers le nord, parce qu'il y a là des montagnes de *calamite* (4) : rattachant ainsi la propriété

(1) *Allacci poeti antichi*, Napoli 1661, in-8° p. 503.

(2) *Allacci poeti antichi* p. 496. — Voyez ce que j'ai dit sur ce poète sicilien (qui a été appelé de différentes manières par les Académiciens de la Crusca) dans l'*Antologia di Firenze* (Novembre 1831, p. 10).

(3) *Allacci, poeti antichi*, p. 432.

(4) Voici les vers de Guinicelli :

« In quelle parti sotto tramontana
 « Sono li monti della calamita,
 « Che dan virtute all'aere
 « Di trarre il ferro : ma perche lontana,
 « Vole di simil pietre havere aita :
 « A farla adoperare
 « Et dirizare l'ago inver la stella. »

que j'ai tirés de l'édition qu'en a donnée Corbinelli (*Conti*,

directrice de l'aiguille à l'attraction magnétique. Et comme jusqu'alors on n'indiquait que l'aimant indien, tandis que Guinicelli parle d'un aimant quelconque, il serait peut-être permis de croire que c'est en Italie que l'on a reconnu pour la première fois l'identité de l'*adamas* indien avec notre calamite.

Nous ne citerons pas tous les écrivains italiens qui ont parlé de l'aiguille aimantée : jusqu'à Brunet Latin, à François de Barberino, et même jusqu'à Dante inclusivement, ces écrivains indiquent toujours l'aiguille flottante ou l'aiguille en général, sans jamais nommer la boussole; mot que nous avons rencontré pour la première fois dans le commentaire inédit de François de Buti sur le poème de Dante (1). C'est dans ce com-

la bella mano, Parigi, 1595 in-12. f. 90), en y introduisant quelques légères variantes que j'ai tirées d'un manuscrit de la bibliothèque royale (*MSS. français; n° 7767*).

(1) Voici le passage de François de Buti que j'ai tiré du manuscrit n° 29 de la bibliothèque Magliabechiana de Florence.

« Del Chor del una delle voci nove — Si mosse voce
« che lago ad la stella — Parer mi fece et volger al suo
« dove.

« *Del chor del una*, cioè di quelle beate anime che erano

mentaire que l'on trouve la description de l'aiguille suspendue et de la manière fort singulière dont on faisait dans ces temps-là les

« nel secondo cerchio et dice del chor, per mostrare che par-
 « lava con effetto. *Delle luci nove*, cioè delle beate anime che
 « erano in spetie di luce venute di nuovo. *Si mosse voce*,
 « cioè ad parlare si fatta con tanto affectione di carità. *che la-*
 « *go ad la stella parer mi fece*, cioè che fece parer ad me
 « Dante quella voce si fatta che lago, del bussulo che por-
 « tano li marinari et li naviganti per cognoscere dove e la
 « tramontana quando e turbato che non la possino vedere al
 « segno della qualenavigano, fusse fermato ad la tramontana
 « (*ici à la marge du manuscrit, il y a ces mots*, de chalamita).
 « anno li naviganti uno bussulo che nel mezzo e uno perno
 « in sul quale sta una rotella di carta leggieri la quale gira
 « in sul dicto perno, et la dicta rotella a molti puncti a modo
 « duna stella, et ad una di quelle e ficto un pezo dago con la
 « puncta fuora, et questa puncta li naviganti quando voglio-
 « no vedere dove sia la tramontana inebbriano molto bene
 « con la chalamita toccandola bene con quella, et poi girano
 « intorno al bussulo la chalamita, et quando anno facto pi-
 « glare lo moto di girare intorno cessano la chalamita, et
 « stanno a vedere tanto che si posi lo moto della dicta rotella
 « la quale sempre posa con la punta del ago inverso quella
 « parte dove e la tramontana et allora sadvedono dove
 « sono et che via denno tenere. Et cosi per similitudine che
 « si contiene nel colore che si chiama significatione lau-
 « tore nostro dimostra che li parue che quello spirito fusse
 « fermato ad dio che e perno dogni cosa, come si ferma lago
 « ad la tramontana dove e lo moto del perno del cielo. *Et*
 « *volger*, cioè fece la dicta voce volger me. *Al suo dove*, cioè
 « al suo luogo dove ella era. »

observations magnétiques. C'est donc entre le commencement et le milieu du quatorzième siècle, qu'il faut placer la suspension de l'aiguille, et peut-être la doit-on à Flavius Gioja d'Amalfi, à qui on avait attribué à tort la découverte de la faculté directrice de l'aimant. La suspension de l'aiguille se trouve aussi en quelque sorte indiquée dans le roman du *Guerin Meschino*, qu'on assure avoir été écrit à Florence, avant que Dante composât la *Divina Commedia* (1); mais il faudrait pouvoir examiner d'anciens manuscrits, pour savoir si le mot *imbellico* (en suspens) s'y trouve comme dans les éditions que nous avons pu consulter (2). Quant au mot

(1) *Dante, la divina commedia*, Roma, 1815-1817, 4 vol. in-4, tom. IV. *Lettera d'un accademico*, p. 3-10.

(2) Voici le passage de ce roman qui se rapporte à l'aiguille aimantée: «... Calamita, la quale è una pietra Marina, di color tra negro, e biso, et ha questa proprietà che tira il ferro a se per la sua frigidità, e di più ha, che toccando la punta d'un ferro leggiero, c'habbia d'ogni parte la punta, e toccando con una punta con la calamita, e mettendo il ferro imbellico quella parte ch' haverà tocco a la Calamita si volgerà alla tramontana, però li naviganti vanno con la calamita securi per mare, e con la carta da navigare ». (*Guerino, detto il Meschino*, Venetia S. D. in-8, p. 115, lib. III, cap. 68). — Il faut remarquer dans ce passage la *carta da navigare*, employée au commencement du quatorzième siècle,

bussola, il est certainement italien, malgré ce qu'on a voulu dire de contraire (1). Et nous croyons qu'il prouve que c'est en Italie qu'on a d'abord substitué la boussole (*boîte*) à l'aiguille flottante.

On a cherché souvent à déterminer à quelle époque avait été observée, pour la première fois, la déclinaison de l'aiguille aimantée, dont on a pendant long-temps attribué la découverte à Colomb. Les Chinois l'avaient remarquée très anciennement, mais ce n'est pas d'eux que les Européens ont appris à la connaître (2). Un passage d'un manuscrit de la bibliothèque de Leyde avait porté quelques savans à attribuer à un certain Adsygerius, qu'ils faisaient vivre au treizième siècle, la première observation (3) de ce genre qui

et le mot *imbellico*, qui semble donner l'étymologie du mot *in bilico*. — Voyez la note V, à la fin du volume.

(1) Voyez ce que nous avons déjà dit là-dessus dans le tome I, p. 384. Aux auteurs que nous avons cités, on peut ajouter Fra Mauro, qui a appelé *bozzola* la boussole, Corio, qui appelle *bussule* des boîtes, etc. (*Zurla, il mappamondo di fra Mauro*, Venez., 1806, in-4, p. 52 et 128. — *Corti Mediolanensis historia*, Mediol., 1503, in-fol. ad ann. 1389).

(2) *Klaproth, lettre sur l'invention de la boussole*, Paris, 1834, in-8, p. 68.

(3) M. de Humboldt (*Examen critique*, p. 243) cite plusieurs

eût été faite en Europe. Mais d'abord, comme nous l'avons déjà fait remarquer (1), le traité sur la boussole attribué à cet Adsygerius, n'est autre chose qu'une lettre de Pierre Peregrinus sur l'aimant, adressée *ad Sygerium* de Fontancour (2). Et puis, le passage sur lequel repose cette opinion ne se trouve ni dans les plus anciens manuscrits, ni dans l'édition du traité de Peregrinus, et paraît être une addition ou une interpolation plus moderne. Dès lors on est porté à croire que ce sont les Italiens

auteurs qui, d'après un manuscrit de la bibliothèque de Leyde, ont attribué la découverte de la déclinaison à *Adsygerius*. Je dois à l'obligeance de M. Wenckebach, professeur à l'Académie militaire de la Haye, des renseignemens sur le manuscrit de Leyde, qui portent à penser que le passage, tant de fois cité, est une interpolation au traité de Peregrinus, qui a été imprimé pour la première fois à Augsbourg en 1558. Ce manuscrit semble avoir été copié postérieurement au voyage de Colomb : le titre aura été mal écrit par un copiste qui aura transformé l'*ad Sygerium* en *Adsygerius*. Il résulte des recherches que M. Wenckebach a fait faire en Angleterre, que trois manuscrits de la bibliothèque Bodléienne, qui contiennent le même traité, n'ont pas le passage sur la déclinaison.

(1) Voyez tom. I, p. 383.

(2) Voyez la note V, à la fin du volume.

qui ont fait cette observation pour la première fois; car des manuscrits fort anciens⁽¹⁾ et des cartes vénitiennes du commencement du quinzième siècle, indiquent la déclinaison ⁽²⁾ long-temps avant les voyages de Colomb et de Cabot. ⁽³⁾

La poudre à canon semble aussi être une dé-

(1) Dans un manuscrit italien de la bibliothèque de l'Arsenal (*MSS. italiens, histoire et géographie*, n° 42, in-fol.), il y a une figure de la boussole où la déclinaison est représentée. Ce manuscrit (qui est indiqué par erreur comme renfermant un ouvrage de Brunet Latin) contient, comme M. Molini l'a fait déjà remarquer (*Documenti di storia italiana*, Firenze, 1836, 2 vol. in-8, tom. I, p. LXIX) le poème sur la *Sfera*, écrit par Goro Dati, de Florence, vers le commencement du quinzième siècle. Ce manuscrit est certainement antérieur au voyage de Colomb. Dans une carte allemande de la même époque, qui se conserve à la bibliothèque du roi, et que M. Jomard a eu la bonté de me montrer, il y a aussi la déclinaison.

(2) Voyez l'article que Formaleoni a consacré à la carte exécutée par André Bianco en 1436 (*Formaleoni, saggio sulla nautica antica dei Veneziani*, Venez., 1783, p. 51-59).

(3) M. de Humboldt (*Examen critique*, p. 243 et suiv.) a parfaitement établi les droits de Colomb, qui, antérieurement à Cabot et à tout autre, avait découvert la *variation de la déclinaison*. Quant à la *déclinaison* elle-même, M. de Humboldt reconnaît comme *assez probable* qu'elle a pu être remarquée avant l'observation de Colomb. La carte de Bianco et le manuscrit de l'Arsenal nous paraissent lever tous les doutes à ce sujet.

couverte orientale. Probablement elle fut introduite par les Mongols en Europe au treizième siècle; car, quant à l'histoire du moine Schwartz, elle n'est à présent adoptée presque par personne. Cette découverte, qui ébranla tout le reste de l'Europe, eut des résultats moins grands en Italie, où le peuple avait déjà reconquis ses droits avant d'avoir appris à manier un fusil. Plus tard, les Italiens appliquèrent la poudre à des usages importants; mais ils semblent ne l'avoir employée généralement à la guerre qu'après plusieurs autres nations (1).

(1) Guido Cavalcanti, qui est mort vers la fin de l'année 1300, a parlé des *bombarde*, mot qui en italien signifie *canons*. Dans le dictionnaire de la Crusca (*Vocabolario degli accademici della Crusca*, Firenze, 1729, 6 vol. in-fol., *Bombarda*), ce mot a une double signification : outre le canon, il semble indiquer une espèce de tube destiné à lancer du feu. Cependant, les exemples cités dans le dictionnaire de la Crusca paraissent tous se rapporter au *canon*. Mais il nous semble difficile que du temps de Cavalcanti il y eût des canons. Probablement les Italiens auront employé le mot *bombarda* pour indiquer successivement diverses machines de guerre, comme les Chinois l'avaient déjà fait relativement au mot *Pao*. Néanmoins, ce point d'histoire n'a pas encore été suffisamment éclairci, et l'étymologie donnée par Carafulla (*bombarda, che rimbomba e arde*), et rapportée par Varchi

Une découverte fort modeste en apparence, mais qui fut d'une application très utile à l'humanité, et qui prépara de loin la découverte des lunettes astronomiques, est celle des besicles, qui ne se trouvent d'abord mentionnées que dans des écrits ascétiques, ou dans des ouvrages de médecine. Heureusement, une épitaphe nous a conservé le nom de l'inventeur, Salvino degli Armati, banquier florentin qui mourut en 1317 (1). On sait maintenant qu'Alexandre de la Spina de Pise, à qui on avait attribué d'abord cette découverte, ne fit que deviner ce que Salvino avait fait avant lui. Un prédicateur fameux de cette époque, frère Jourdain de Rivalto, prêchant à Florence vers 1305, disait qu'il n'y avait pas vingt ans que les besicles avaient été inventées (2). D'autres écrivains, cités par Redi et par Manni (3), prouvent que

(Varchi, *l'Ercolano*, Firenze, 1720, in-4, p. 199) est plus sérieuse que Varchi ne l'a cru. Voici au reste les vers de Cavalcanti où il parle des *bombarde* : « Guarda ben dieco, guarda, ben ti guarda, — Non aver vista tarda, — Ch'a pietra di bombarda arme val poco. » (*Raccolta di rime antiche toscane*, Palermo, 1817, 4 vol. in-4, tom. I, p. 193).

(1) *Del Migliore, Firenze illustrata*, Firenze, 1684, in-4, p. 431.

(2) *Manni, degli Occhiali da naso*, Firenze, 1738, in-4, p. 59.

(3) *Manni, degli Occhiali da naso*, p. 55-68 et 71-76. —

cette découverte a été faite à Florence vers 1280; mais les Florentins n'en ont jamais compris l'importance. Une inscription seule faisait connaître, il y a deux siècles, le nom de l'inventeur : cette inscription n'existe plus, les cendres de Salvino ont été profanées (1), et rien à Florence ne rappelle le nom de ce banquier physicien.

Dès la renaissance des lettres, la médecine fut, ainsi que l'algèbre, traitée comme une science à part; et les Arabes furent nos maîtres dans l'une et dans l'autre. Seuls, parmi les savans, les médecins furent alors influens et célèbres, et ils arrivèrent souvent au faite des grandeurs. Leur influence a beaucoup servi à faire revivre la méthode d'observation si long-temps abandonnée, et ils ont contribué à ranimer l'étude de l'histoire naturelle et des autres sciences accessoires à la médecine.

Nous n'avons pas le dessein de parler particu-

Redi, Opere, Milano, 1809, 9 vol. in-8, tom. V, p. 83-86, tom. VII, p. 252-258, tom. VIII, p. 111. — La lettre de Redi *sulla invenzione degli occhiali*, publiée pour la première fois à Florence en 1678, in-4, et reproduite par Manni, ne se trouve pas dans l'édition des œuvres de Redi publiée à Milan, quoiqu'on l'y eût annoncée (*Redi, Opere*, tom. VII, p. 257).

(1) *Del Migliore, Firenze illustrata*, p. 431.

lièrement de tous les médecins qui , à la renaissance, se sont illustrés en Italie. Mais , comme leurs ouvrages contiennent l'exposition de tout ce que l'on savait alors sur la physique et la physiologie, et qu'ils renferment en outre une foule de détails précieux sur l'histoire littéraire et scientifique, nous en citerons quelques-uns.

L'un des plus anciens et des plus célèbres, parmi ces médecins italiens, fut Guillaume de Saliceto, de Plaisance, qui vivait vers le milieu du treizième siècle, comme on le voit par son traité de chirurgie qu'il composa à Bologne en 1258 (1), et dont il

(1) Poggiali dit d'après un document publié par Sarti, que Guillaume était à Bologne en 1269 (*Poggiali, Memorie per la storia letteraria di Piacenza*, Piacenza, 1779, 2 vol. in-4, tom. I, p. 1); mais, comme Guillaume dit lui-même à la fin de sa Chirurgie publiée en 1476, à Plaisance, in-folio : « *quod ipse ordinaveram cursare ante hoc tempus in Bononia per annos quatuor* » (*Poggiali, Memorie*, tom. I, p. 8), il me reste quelques doutes sur la date du document publié par Sarti; car, à la fin d'un manuscrit précieux de la bibliothèque de Carpentras, qui contient la traduction de cet ouvrage citée par la Crusca, j'ai trouvé le passage suivant, qui prouve que Guillaume était à Bologne en 1258 :

« *Compiuta sie la diceria della cyrurgia del maestro Guglielmo di Piacenza, lo quale libro egli si compilò nella ciptade di Bologna ad utilidade delli studianti sotto gli anni dello nostro Signore messer Yhu Xpo Mille CCLVIII.* »

donna une seconde édition plus tard à Vérone (1). Cet ouvrage a acquis beaucoup de célébrité depuis que l'on s'est appliqué à rechercher l'origine de certaines maladies, qu'on suppose généralement être venues d'Amérique. Car il s'y trouve un passage, qui semble prouver que des maladies analogues, et produisant des effets non moins funestes, étaient assez communes au treizième siècle en Europe (2). Au reste, l'on sait que déjà au quatorzième siècle ces maladies avaient éveillé la sollicitude des gouvernemens, et que des mé-

« Millesimo trigesimo. Inditione XI, Ego M. T. d. f. scrissi questo libro nella cipta di Firenze —Deo gratias.»

Ce manuscrit est très important par son ancienneté et par la pureté du texte qu'il renferme : à la fin on y a ajouté différens extraits et ordonnances, qui indiquent clairement qu'il a été écrit par un médecin. Peut-être les quatre lettres M. T. d. f. signifient-elles *Maestro Taddeo da Fiorenza*. Si cela était, ce manuscrit prouverait contre l'assertion de Biscioni, que Taddeo ne mourut pas en 1296 (*Villani, Filippo vile*, p. 116). Mais pour lui attribuer ce manuscrit, il faudrait pouvoir assurer qu'avant sa mort Taddeo, retourna à Florence, et nous n'avons rien de positif là-dessus. Au reste, j'ai étudié le manuscrit de Carpentras, et je puis affirmer qu'il contient un grand nombre de mots qui manquent au Vocabulaire de la Crusca.

(1) *Poggiali, Memorie*, tom. I, p. 8.

(2) *Poggiali, Memorie*, tom. I, p. 15 et suiv. — *Muratori, antiquit. ital.*, tom. III, col. 930, Dissert. 44.

tive et qui devenait positive étant transportée , ou *rétablie* dans l'autre membre de l'équation (1). En chirurgie, et c'est dans ce sens que Guillaume de Plaisance, et presque tous les chirurgiens de cette époque, l'ont employé, le mot *algèbre* signifiait l'art de remettre, de restaurer, les membres démis ou fracturés. Au moyen âge, non-seulement la signification chirurgicale d'*algèbre*, était adoptée généralement en latin, mais elle avait passé aussi dans les langues romanes (2) de notre temps, ce mot et ses dérivés, semblent, dans la plupart des langues européennes, n'être plus destinés qu'à exprimer une branche des mathématiques; mais en espagnol et en portugais on appelle encore *Algebrista* le chirurgien.

(1) Voyez la note VI à la fin du volume.

(2) Dans une traduction française de Lanfranc qui est à la bibliothèque du roi, j'ai trouvé le passage suivant : « *Le tiers traicté de cest livre fine et commence le quart qui est de algebre et contient II summes.* » (MSS. français de la bibliothèque du roi, n° 7101, f. 202), — où l'on voit que ce mot *algèbre* est pris d'une manière tout-à-fait absolue. Dans un autre manuscrit français (Fonds Saint-Germain, n° 1933, f. LV), le mot *algebra* est employé plusieurs fois de la même manière. Avec cette signification il manque dans le glossaire manuscrit de la langue française, par Sainte-Palaye, qui est à la bibliothèque du roi.

Nous n'essayerons pas de donner ici la biographie de Guillaume de Plaisance, et nous nous bornerons à citer un fait qui indique qu'au treizième siècle on avait l'habitude, en Italie, de s'abonner avec les médecins. Un document conservé dans les archives de Bologne, prouve que Guillaume s'était engagé à soigner pendant deux années un étudiant allemand, moyennant trente-six livres de Bologne, dans le cas où il serait atteint d'une certaine maladie déterminée (1). Nous sommes dans une telle ignorance sur tout ce qui se rapporte aux habitudes des gens de lettres et des savans de ce temps-là, que ce fait nous a semblé de nature à être indiqué. Saliceto mourut vers 1277, à Plaisance (2), et sa mémoire fut longtemps en honneur dans son pays. (3)

Parmi les médecins les plus illustres de cette

(1) *Poggiali, Memorie*, tom. I, p. 1.

(2) *Poggiali, Memorie*, tom. I, p. 5.

(3) Vers le commencement du seizième siècle, le collège des médecins de Plaisance lui fit élever un monument (*Poggiali, Memorie*, tom. I, p. 5). Guillaume de Plaisance a parlé de l'opération de la pierre, et il l'a décrite comme l'ayant pratiquée (*MSS. de la bibliothèque de Carpentras, Cyrugia del Maestro Guiglielmo*, etc. f. 27. lib. I. cap. 47). Voyez sur l'histoire de cette opération, et de la lithotritie surtout, le *Journal asiatique*, Juin 1837, p. 525.

époque, il faut citer Roger de Parme, qui fut chancelier de l'université de Montpellier (1), et que Gui de Chauliac préférait à tous les chirurgiens de son temps (2). Il existe à Florence, dans la bibliothèque Riccardi, un manuscrit de lui intitulé : *De secretis naturæ*, dans lequel on pourrait peut-être trouver des faits curieux sur les opinions physiques de ce siècle (3). Sa *Pratique de la médecine* que l'on appela *Rogerina*, fut attribuée à tort à Roger Bacon par des biographes anglais. Lanfranc de Milan, fut aussi un médecin célèbre qui, forcé par les persécutions des Visconti de quitter l'Italie, vint s'établir en France d'après les instances des professeurs de l'Université de Paris, et surtout de Jean Passavanti (4), autre Italien qui enseignait alors à Paris. C'est en France que Lanfranc écrivit sa *Grande chirurgie*;

(1) *MSS. latins de la bibliothèque du roi*, n. 7035 et 7056, — Dans ces deux manuscrits, Roger est appelé *studii Montispessulani cancellarius*.

(2) *Scriptores de chirurgia*, f. + II.

(3) *Lami, Catalogus manuscript. bibliothecæ Riccardianæ*, p. 343. — Je regrette beaucoup de ne pas avoir pu étudier ce manuscrit, dont je n'ai connu l'existence que depuis peu.

(4) *Scriptores de chirurgia*, f. 207 et 261.

il y fonda une école célèbre, et les historiens français ont dit que c'est par les soins du professeur de Milan que la chirurgie française sortit de l'ignorance (1). Il serait difficile à présent de se faire une idée du grand rôle que jouaient à cette époque les médecins. Élèves des Arabes, ils semblaient avoir hérité de l'influence politique des médecins orientaux. Les médecins de renom étaient peu nombreux, et tous les pays se les disputaient. Dans les républiques, ils formaient une des castes les plus influentes, jouissaient de grands privilèges, d'un titre d'honneur (2), et se distinguaient par un costume plus riche que celui des autres citoyens (3). Plusieurs d'entre eux amassèrent des richesses prodigieuses. Philippe Villani raconte que Taddeo de Florence, appelé à soigner le pape Honorius IV, demanda et obtint cent ducats d'or par jour (4) pendant toute la durée du traitement; et il ajoute qu'après sa

(1) *Portal, histoire de l'anatomie et de la chirurgie*, Paris, 1770, 6 vol. in-12, tom. I, p. 189.

(2) *Varchi, storia fiorentina*, Colonia, 1721, in-fol., p. 265 et 266.

(3) *Agostini, storia degli scrittori veneziani*, Venez., 1752, 2 vol. in-4, p. VIII.

(4) *Villani, Filippo, vite*, p. 24 et 115.

guérison, le pape lui fit, de plus, cadeau de dix mille ducats. Il paraît même que deux médecins furent appelés auprès du pape à cette occasion (Taddeo et Pierre d'Abano) et qu'ils furent payés et récompensés également (1). Une telle somme, qui serait très forte, même de nos jours, devient énorme si l'on songe au prix de l'argent à cette époque. Dans les siècles précédents, les médecins avaient été presque tous des moines. Mais enfin cette profession fut interdite aux ecclésiastiques, sous prétexte qu'en l'exerçant ils pouvaient ôter la vie à des hommes (2). Au treizième siècle, Alexandre III envoya son médecin en ambassade au Tibet (3), et l'on connaît plusieurs médecins (4)

(1) *Villani, Filippo, vite*, p. 116.

(2) *Decretal. Gregorii IX*, lib. III, tit. L. — Cependant cette défense ne fut pas toujours observée : Théodoric de Lucques, dominicain, fut au treizième siècle un chirurgien célèbre, et mourut en 1298, évêque de Cervia (*Scriptores de chirurgia*, f. 34. — *Marini, degli archiatri pontifici*, Roma, 1784, 2 vol. in-4, tom. I, p. 19).

(3) *Marini, degli archiatri pontifici*, tom. I, p. 7-8. — Ghirardacci (*Storia di Bologna*, Bologna, 1596-1669, 2 vol. in-fol., tom. I, p. 85) parle d'un Baptiste Renghieri, médecin qui fut nonce en France et en Angleterre.

(4) *Marini, degli archiatri pontifici*, tom. I, p. 12-14.

qui devinrent évêques. A la mort d'un médecin du pape, à Avignon, les cardinaux et les ambassadeurs assistèrent à ses funérailles (1). Tous les médecins cependant n'eurent pas des succès aussi éclatans, ni une vie aussi tranquille. Pierre d'Abano, dont nous venons de parler, auteur de plusieurs ouvrages sur l'histoire naturelle, sur l'astronomie et la philosophie, et l'un des premiers savans qui, laissant de côté les traductions faites par les Arabes, s'appliquèrent à étudier les auteurs grecs dans l'original, fut condamné deux fois par l'inquisition, malgré les soins qu'il avait donnés au pape, et malgré sa grande célébrité (2). Après sa mort ses restes furent condamnés à être jetés dans les flammes; mais les habitans de Padoue et de Vicence se plaignirent au pape de la facilité avec laquelle on avait pu condamner un homme qui avait rempli l'Italie de sa gloire et qui avait établi des écoles jusque dans Constantinople, et la sentence fut annulée. (3)

(1) *Marini, degli archiatri pontificj*, tom. I, p. 72.

(2) *Mazzucchelli scrittori d'Italia*, vol. I, par. I, p. 1-11.
— *Marini, degli archiatri pontificj*, tom. I, p. 28.

(3) Le pape écrivit à cette occasion (en 1304) aux inquisi-

La théologie, la médecine et la jurisprudence étaient alors les sciences les plus cultivées à cause de leur continuelle application; on s'occupa donc d'en rendre l'étude plus facile et plus complète. A une époque où il y avait si peu de livres élémentaires, l'enseignement était presque exclusivement oral, et toute instruction descendait de la chaire. Il devint donc nécessaire d'agrandir les anciennes universités, d'en créer de nouvelles, et de les doter à-la-fois d'illustres professeurs, d'institutions et de privilèges capables de les mettre à l'abri des vicissitudes politiques. On ne sait pas bien quelle a été l'origine des universités chez les chrétiens. Les uns ont voulu faire remonter leur institution jusqu'aux Romains, d'autres ont cru qu'elles étaient dues à l'influence des Arabes. Les empereurs romains avaient fondé des écoles dans différentes villes italiennes; mais rien ne prouve qu'elles ressemblassent à nos universités. On trouve dans le code, des lois qui assurent le sort des professeurs et qui leur accordent de

teurs d'annuler *ces procédures iniques*, et il ajouta : « *officium sic exercere studeant, ut ad Nos de talibus clamor non ascendat.* » (*Marini, degli archiatri pontifici*, tom. I, p. 31).

grands privilèges ; et l'on sait que, sous l'empire, des réglemens spéciaux imposaient l'obligation d'avoir suivi des cours publics dans des villes déterminées, et de subir des examens, à ceux qui voulaient exercer la profession de médecin ou d'avocat (1). Cependant les Romains ne paraissent avoir connu ni les grades universitaires ni les diplômes. La forme des académies arabes se rapproche plus de celle de nos universités ; mais il est bien difficile de comprendre comment une institution si importante a pu

(1) Origlia (*Storia dello studio di Napoli*, Napoli, 1753, 2 vol. in-4, tom. I, p. 57 et suiv.) veut conclure de là que les grades des universités modernes sont dérivés des Romains ; cependant, d'après les lois romaines qu'il cite, c'étaient des commissions spéciales et temporaires, nommées par l'empereur ou par le magistrat, qui jugeaient de l'aptitude à exercer certaines professions ; elles délivraient des *brevets de capacité*, mais il n'y avait pas encore alors de grades universitaires. Les rois normands ne firent que rappeler les lois romaines. Deux constitutions de Roger prouvent que les professeurs de Naples ne délivraient pas de diplômes, et que c'étaient les juges, ou le roi lui-même, qui accordaient la faculté d'exercer la jurisprudence (*Origlia, storia dello studio di Napoli*, tom. I, p. 58). Voyez sur l'origine des universités italiennes *Fabroni, historia academiarum Pisana*, Pisis, 1791, 3 vol. in-4, tom. I, p. 4 et seq. — Quant aux brevets de capacité, on en cite deux dans les lettres de Pierre des Vignes (*Petri de Vineis epistolæ*, Basil., 1566, in-8, p. 736 et 738, lib. VI, cap. 21 et 24.

s'établir par une imitation lointaine. Au reste , l'organisation des universités ne s'est pas accomplie d'un seul coup. Des écoles , peu nombreuses d'abord , devenues plus célèbres par le talent de quelques professeurs , ont dû éveiller la sollicitude des gouvernemens. Dans ces villes toujours rivales et cherchant toujours à augmenter leur importance relative , dès que l'une possédait des écoles , l'autre voulait en avoir aussi. Le zèle des citoyens , le desir de s'illustrer et d'illustrer la patrie , enfantaient des maîtres et multipliaient les legs et les dotations en faveur d'institutions appelées à augmenter à la fois les richesses , la gloire et l'influence politique de chaque ville. On connaît en effet telle université italienne qui comptait jusqu'à dix mille élèves (1), et tel professeur que le concours extraordinaire de ses auditeurs forçait de professer

(1) *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 48 et 246. — Tiraboschi cite les registres publiés par Sarti, qui prouvent qu'au treizième siècle l'université de Bologne était fréquentée par des Français , des Flamands , des Allemands , des Portugais , des Espagnols , des Anglais et des Ecossais. Comme je n'ai jamais pu me procurer l'ouvrage de Sarti , je dois me borner à le citer d'après Tiraboschi (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 48).

en plain air (1). Cette réunion immense d'étrangers enrichissait la ville et en accroissait la splendeur (2). D'ailleurs, à une époque où le premier magistrat, celui qui exerçait le pouvoir exécutif dans une république, devait presque toujours être un homme de loi et un étranger, la ville qui possédait les écoles les plus illustres de jurisprudence était appelée à exercer une influence marquée sur les villes voisines (3). Pour rendre les universités florissantes, on sentit de bonne heure qu'il fallait les soustraire aux changemens politiques, si fréquens à cette époque, les rendre indépendantes, et leur donner les moyens de résister à l'action de la tyrannie et aux secousses de la démocratie. On leur accorda donc des privilèges, et des immunités de tout genre; elles furent régies par des lois parti-

(1) *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 246.

(2) « Illud enim certum et exploratum est, non tam rectam juventutis institutionem primis illis temporibus quæri consuevisse, quam urbis frequentiam, undecumque tandem esset, et quæ frequentiam, comitabuntur, Reipublicæ opes. » (*Facciola'i, syntagmata*, p. 25 et 36).

(3) Voyez à ce sujet la lettre d'Honorius III à l'université de Bologne, publiée par Sarti, et reproduite en partie par Tiraboschi (*Storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 50).

culières, eurent des juges spéciaux et des magistrats indépendans revêtus d'une grande autorité (1). Afin que ces privilèges fussent durables, on les rendit sacrés : les universités furent placées alors sous la protection et la direction de l'Église. Plus tard on demanda aux papes (2) et aux empereurs d'octroyer aux universités quelques-uns des droits dont ils jouissaient seuls, et ils leur accordèrent le droit de faire des docteurs et des lauréats, comme ils accordaient aux villes le privilège de battre monnaie. Cette origine est si vraie que, jusque dans des temps fort modernes, les empereurs d'Allemagne ont continué à concéder à des individus, le droit de faire des docteurs. Il existe des diplômes des seizième et dix-septième

(1) « Professores juris civilis sunt judices ordinarii scholarum et inter scholares debent cognoscere : habent etiam duos judices, scilicet episcopus et presidem provincie. » (*Odoffredi, interpretatio in digest. vet.*, Lugd., 1550-52, 2 vol. in-fol., tom. I, f. 2. — *Facciolati, syntagmata*, p. 152 et seq.). — Voyez aussi les lettres de Frédéric II sur l'université de Naples (*Petri de Vineis epistolæ*, p. 411-422, lib. III, cap. 10-15); et spécialement ce que Frédéric dit dans la lettre où il invite les étudiants à aller à Naples (ibid., p. 416).

(2) *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. II, p. 61.

siècles qui accordent ce privilège à plusieurs familles italiennes. (1)

Il est impossible, nous l'avons déjà dit, de déterminer l'époque de la première institution des universités; les plus anciennes se formèrent par l'accroissement des écoles communales; car, même sous la domination des Goths et des Lombards, il y avait eu des écoles à Vérone, à Pavie, à Modène, à Rome. Ces écoles, protégées par Charlemagne et par Lothaire, durent être, dans quelques villes, l'origine des universités. Cependant quelques universités ont la prétention d'avoir été fondées par des empereurs romains, et si l'on s'en tenait à des autorités qu'on a citées souvent, mais qui ne méritent aucune confiance, celle de Bologne aurait été créée par Théodose, et restaurée

(1) Le droit de légitimer des bâtards et de faire des notaires et des docteurs, a été toujours accordé très facilement par les empereurs, comme le prouvent une foule de diplomes. Malgré la bulle de Pie V qui ôtait ce droit aux comtes palatins, cet abus s'est long-temps conservé. J'ai entre les mains un diplôme de docteur délivré en 1704 par François Sforza, comte de Santa Fiora. C'est contre cet abus que s'élevait, vers le milieu du siècle dernier, Lotti dans ses contes de la Banzuola écrits en patois de Bologne (*Lotti, la liberazione di Vienna, e la Banzuola*, S. D. in-8. p. 119). Voyez aussi *Facciolati, syntagmata*, p. 71-72.

par Charlemagne. Mais l'on doit avouer qu'on ne trouve, avant le douzième siècle aucune mention authentique d'une université italienne. Les écoles palatines de Rome qui existaient encore du temps de saint Grégoire, avaient tellement dégénéré, qu'il serait difficile d'y rattacher les universités modernes. L'enseignement public ne put donc prendre une certaine extension que lorsque, à la renaissance, on voulut réformer les lois, et que les prêtres et les médecins furent forcés de devenir plus savans pour conserver leur influence dans un état social plus avancé. C'est pour cela que l'on vit au treizième siècle presque toutes les universités italiennes surgir à-la-fois (1). Frédéric II, en fonda dans le midi; dans l'Italie centrale les papes en créèrent d'autres à la sollicitation des communes; mais à cette époque elles n'avaient pas encore pris un grand développement. Trois professeurs en formaient la base : un canoniste, un jurisconsulte et un médecin. Il reste encore d'anciens

(1) Celle de Bologne a précédé les autres. Irnerius y expliquait les Pandectes vers 1157, et c'est lui qui semble y avoir introduit les grades universitaires (*Facciolati, syntagma*, p. 70-71).

programmes de ces universités et ils se ressemblent presque tous (1). A ces trois professeurs principaux, on en ajoutait souvent deux autres, un pour la rhétorique et un pour la philosophie, qui ne faisaient ordinairement que commenter quelques livres d'Aristote, lorsque Aristote cessa d'être proscrit. Mais une chaire qui devint bientôt indispensable, fut la chaire d'astronomie, ou pour mieux dire, d'astrologie, car c'est sous ce nom-là qu'elle est indiquée d'abord dans les programmes (2). En effet, on voit Cecco d'Ascoli, professeur d'astrologie, à Bologne, au commencement du quatorzième siècle (3); et ce qui peint bien cette époque, c'est qu'après avoir professé publiquement l'astrologie dans une université qui était sous l'influence directe du pape (4), il fut condamné à mort et brûlé vif, quelques années plus tard, par ordre de l'inquisition de Florence

(1) *Verci, storia della Marca Trivigiana*, Venez., 1786, 20 vol. in-8, tom. II, doc. p. 49.

(2) *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. II, p. 56. — On a déjà vu qu'à l'université de Padoue, l'astrologue était appelé *necessarissimum* (*Facciolati, syntagmata*, p. 57).

(3) *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. II, p. 56.

(4) *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. II, p. 66.

pour crime d'astrologie. Des documens contemporains nous ont conservé, non-seulement le nombre et les noms des professeurs, mais aussi leur traitement; on y voit que ces traitemens n'étaient pas uniformes; qu'ils variaient d'un homme à un autre, et d'une science à une autre (1). Et comme pour avoir beaucoup d'étudiens (ce qui était le but principal de chaque ville) il fallait avoir des hommes célèbres, et que le nombre des universités augmentait tous les jours, il arrivait qu'un homme éminent était appelé à-la-fois dans plusieurs villes; alors il s'établissait une espèce d'enchère qui portait

(1) Dans le document publié par Verci (*Storia della Marca Trivigiana*, tom. II, doc. p. 49), on voit qu'à Vicence, en 1261, le professeur de droit canon avait 500 livres (à condition qu'il eût au moins *vingt élèves*), tandis que celui de médecine n'avait que 200 livres. A l'université de Bologne, en 1325, le professeur (ordinaire) de décrétales avait 300 livres, et le professeur de philosophie naturelle n'en avait que 100. Plus tard, la différence entre les traitemens des divers professeurs fut encore plus notable. Les professeurs extraordinaires, et il y en avait dans toutes les universités, étaient beaucoup moins rétribués que les ordinaires. Quelquefois, au reste, au lieu d'un traitement annuel, on donnait aux professeurs les plus célèbres un capital considérable en toute propriété (*Muratori, antiquit. ital.*, tom. III, col. 905, Dissert. 44).

souvent les émolumens très haut, et qui faisait que la plus forte dépense des républiques italiennes où il y avait une université, était celle qui avait pour objet l'instruction publique. (1). Au reste, les engagemens des professeurs n'étaient ordinairement que temporaires : ici on les engageait pour six mois, là pour un an, ailleurs pour plusieurs années, comme on le fait maintenant pour les chanteurs et les comédiens. Cette institution, qui s'est conservée jusqu'aux temps les plus récents en Italie (2), avait l'inconvénient de ne pas assurer le sort des professeurs, mais d'autre part elle les forçait à faire tous leurs efforts pour ne pas être surpassés par leurs concurrens, et puis elle permettait aux différentes universités de jouir successivement des hommes les plus célèbres. Dans ces rivalités littéraires la

(1) Suivant Guglielmini (*Elogio di Leonardo Pisano*, p. 90) la ville de Bologne a dépensé jusqu'à vingt mille ducats par an pour son université : c'était la moitié des revenus publics.

(2) *Facciolati, syntagmata*, p. 27 et seq. — A la fin du seizième siècle, Galilée n'était engagé que pour un temps fort court à l'université de Padoue ; à chaque nouvelle découverte qu'il faisait, on prolongeait le terme de l'engagement.

jalousie des villes voisines trouvait de quoi s'exercer; souvent on faisait prêter serment au professeur de ne jamais enseigner dans une autre ville, ni expliquer dans une autre université ce qu'il avait enseigné ou expliqué dans la ville où il se trouvait (1). Ces découvertes si importantes dont on voulait s'assurer la propriété exclusive, par ce moyen, n'étaient, le plus ordinairement, que des commentaires sur Job ou sur une partie du digeste. Mais malgré ces sermens, les professeurs, attirés par l'appât d'un traitement plus considérable, changeaient souvent d'université. (2)

Les grades universitaires et les titres honorifiques, ne sont pas fort anciens. Les médecins commencèrent par s'appeler *maîtres*, et l'on cite

(1) On promettait aussi quelquefois de ne jamais quitter l'université où l'on enseignait (*Muratori, antiquit. ital.* tom. III, col. 901, Dissert. 44).

(2) *Muratori*, ibid. col. 905, — *Facciolati, fasti gymnasii Patavini*, Patav. 1757, 2 vol., in-4°, pars. I, p. ix. — Cependant quelques professeurs s'attachaient à leur chaire, et y restaient malgré les plus riches promesses, comme le fit Dino de Mugello qui refusa cent onces d'or de traitement annuel que le roi de Naples lui offrait pour l'engager à quitter Bologne (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 260).

Jacques de Bertinoro comme le premier médecin qui ait pris ce titre à Bologne, vers la fin du douzième siècle (1). Le grade de *docteur* ne fut conféré que plus tard (2). En 1303, François da Barberino, qui a écrit les *Documenti d'amore*, fut le premier docteur reçu à Florence avec permission expresse du pape (3). Au reste, il ne paraît pas qu'il y eût des règles fixes pour ces doctorats. La seule formalité nécessaire était l'autorisation du pape ou de l'empereur (4). Ce droit était, comme on l'a vu, conféré à des villes ou à des particuliers, et souvent on accordait les grades *ad honorem*, comme on le fait quelquefois encore en

(1) *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 202.

(2) On trouve souvent, il est vrai, dans des écrivains plus anciens les titres de *magistri* et de *doctores*; mais ils n'étaient pas la conséquence d'un examen. Ce n'étaient que des titres d'honneur accordés aux professeurs. On était appelé *doctor à docendo*. Les docteurs en droit sont plus anciens que les docteurs en médecine (*Facciolati syntagmata*, p. 70-71. — *Bulæus, historia univers. Paris.*, tom. II, p. 681. — *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 202).

(3) Voyez la vie de François da Barberino, qui se trouve en tête de ses *Documenti d'amore*, imprimés à Rome en 1640, in-4.

(4) Nous avons déjà cité deux lettres de Frédéric II, qui sont des espèces de *brevets de capacité* accordés à un médecin et à un avocat (*Petri de Vineis epistolæ*, p. 736 et 738, lib. VI cap. 21 et 24).

Angleterre. Il y avait sans doute des épreuves et des examens publics, mais nous ne savons pas en quoi ils consistaient (1). Les grades académiques, bien différens des brevets de capacité exigés par les Romains durent leur origine aux certificats que des maîtres célèbres délivraient à leurs élèves; mais peu à - peu on aura senti qu'il ne suffisait pas d'étudier long - temps dans une ville pour profiter des leçons qu'on y recevait. De là ont dû dériver successivement les diverses formes des examens et les divers titres qu'on pouvait prendre après avoir satisfait aux conditions imposées. Mais les diplômes ne devinrent uniformes que lorsque l'Église, ayant établi sa suprématie sur toutes les universités, soumit à des règles générales tout ce qui se faisait par ses délégués (2). Ainsi l'école de Salerne, dont l'origine semble se rat-

(1) Dans un diplôme de 1335, publié par Renazzi (*Storia dell'università di Roma*, Roma, 1864, 4 vol. in-4, p. 255), on indique la forme des examens; mais on ne dit pas sur quoi ils roulaient.

(2) *Facciolati, syntagmata*, p. 11-12 et 152. — *Fabroni, historia academice Pisanæ*, tom. I, p. 57 et seq. — *Papadapoli, historia gymnasii Patavini*, Venet., 1726, 2 vol. in-fol.

tacher à-la-fois aux Romains , aux Grecs du Bas-Empire et aux Arabes, avait acquis une grande célébrité dès le douzième siècle; le code de médecine qui fut rédigé par les maîtres de cette école, et présenté à un prince normand qui revenait des croisades, fut bientôt adopté dans toute l'Europe , et suivi par tous les médecins. Avoir étudié à l'école de Salerne, devint alors un titre à la confiance publique : les certificats des maîtres de cette école devaient donc avoir une grande importance; plus ils étaient recherchés, plus il devint difficile de les obtenir : et lorsque Conrad, fils de Frédéric II, eut fondé une université à Salerne en remettant en vigueur, à ce qu'il assure, d'anciennes lois romaines (1), il devint nécessaire de multiplier les formalités et les épreuves afin de s'assurer que, non-seulement

tom. I, p. 108 et seq. — Voyez aussi la bulle d'Innocent VI qui accorde la faculté de théologie à l'université de Bologne dans la préface d'*Alidosi, dottori bolognesi in teologia, filosofia, etc.* Bologne, 1625, in-4. — Les traces de cette influence ecclésiastique se retrouvent dans le titre de *grand chancelier de l'université*, que conservent encore plusieurs évêques et archevêques en Italie. Malheureusement, il leur reste plus que le titre.

(1) *Martene et Durand, collectio amplissima veter. script.* Paris., 1724-33, 9 vol. in-fol. tom. II, col. 1208.

les médecins avaient étudié dans cette ville, mais qu'ils avaient aussi profité de leurs études (1). L'histoire des transformations successives de l'école de Salerne, et de ses accroissemens, renferme le type des origines des autres universités : au moins des plus anciennes; car il y en a d'autres qui, plus tard, furent créées d'un seul jet, seulement pour donner du lustre à une ville, sans que cette création fût précédée par d'autres institutions analogues. Un point historique, qu'il serait important d'éclaircir, mais sur lequel nous n'avons que peu de données, est celui de savoir exactement quels étaient, à cette époque, les réglemens des universités, les droits et les privilèges des professeurs, les libertés et les franchises des élèves. A une époque où on

(1) Frédéric II dit qu'à Naples les étudiants pouvaient devenir « *doctores et magistri in qualibet facultate* » (*Petri de Vineis epistolæ*, p. 416, lib. IV, cap. 11). Cela prouverait-il que de son temps on avait déjà distingué deux grades universitaires; ou bien le mot *magister* n'était-il qu'un titre honorifique? Facciolati croit avec Claude Fauchet que le mot *baccalarius* vient de *bas chevalier* (*Facciolati syntagmata*, p. 81). Voyez, à ce sujet, *Ducange, glossarium mediæ et infimæ latinitatis*, tom. I, col. 908-912. — *Bulæus, historiæ univers.* Paris., tom. II, p. 680.

venait à peine de briser les chaînes de la féodalité, il n'y avait rien de plus attrayant pour les hommes que de leur offrir des franchises; aussi, lorsqu'on voulait peupler promptement une ville ou un château, on les déclarait *francs*, et les habitans y accouraient en foule⁽¹⁾. Dans les universités c'était la même chose : pour y attirer des étrangers, à une époque où ce mot était presque synonyme d'ennemi, il fallait offrir des franchises aux étudiants, et leur donner des garanties et des privilèges⁽²⁾. On forma donc des codes (des sta-

(1) *Villani, Giov., storia*, p. 301, lib. VIII, cap. 17.

(2) « Primum quidem ut scholares omnes, undecumque essent, civitatis jure gauderent, eorumque lites ut inter cives judicaretur; deinde ut immunes a vectigalibus essent; tum ne quis eorum aut in vincula conjici... » (*Facciolati, fasti gymnasii Patavini*, tom. I, p. 14 et 16). — D'après les statuts de l'université de Padoue, la ville devait prêter l'argent nécessaire aux étudiants pauvres (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 56). — Voyez sur les privilèges dont jouissaient les élèves de l'université de Naples, *Petri de Vineis epistolæ*, p. 416, lib. III, cap. 11). Dans l'université de Verceil le traitement des professeurs était fixé par une commission composée de deux bourgeois et de deux étudiants (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 52). — *Durandi, dell' antica condizione del Vercellese*, Torino, 1766, in-4, p. 49-50. — *Gregory, storia della letteratura Vercellese*, Torino, 1819-24, 4 vol. in-4, tom. I, p. 256-258). A Padoue, c'étaient les représentans des étu-

tuts) spéciaux pour les élèves, qui ne furent plus soumis aux lois ordinaires de la ville : le recteur, les professeurs et le chancelier d'un côté, dirigés par l'autorité ecclésiastique, connaissaient des causes criminelles et civiles des étudiants (1); ils avaient des gardes sous leurs ordres, et seuls ils faisaient exécuter les lois dans l'université. D'autre part les élèves formaient un corps armé (2) partagé en nations, chacune desquelles nommait ses chefs ou *recteurs*, qui étaient ses représentants légaux. (3)

diaus, élus par ceux-ci, qui choisissaient ensuite les professeurs (*Facciolati, syntagmata*, p. 25, etc.). Renazzi a publié un document qui prouve qu'en 1319 les élèves en droit canon de l'université de Rome firent casser une élection, et firent nommer le professeur qu'ils voulaient : « Et dicentium coram Nobis quia nolebant alium Doctorem, nisi ipsum Dominum Matheum. » (*Renazzi, storia dell' università di Roma*, tom. I, p. 261-262).

(1) *Odoiffredi, comment. in Digestum*, tom. I, f. 2. — *Renazzi, storia dell' università di Roma*, tom. I, p. 258.

(2) On peut voir dans les chroniques de Bologne combien était turbulente et dangereuse cette jeunesse armée, et combien de bassesses on faisait pour l'empêcher d'aller ailleurs (*Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. I, p. 537 et suiv., et tom. II, p. 6-11 et 65. — *Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. XVIII, col. 140 et 333.).

(3) *Facciolati, fasti gymnasii Patavini*, tom. I, p. v. — *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 52.

Nous avons des données encore moins positives sur la liberté de l'enseignement (qui dès la fin du treizième siècle a été toujours gratuit (1) en Italie), et sur la censure ecclésiastique. Il est certain que de bonne heure l'Église voulut s'attribuer le monopole de l'intelligence, et exercer seule le droit de défendre ou d'approuver les livres, sur-

(1) Ce point important de l'histoire littéraire de l'Italie se trouve confirmé par un grand nombre de documens. Dans quelques villes, à Padoue, par exemple, il était défendu à tout professeur qui avait un traitement de l'université, de donner même des répétitions gratuites; et, d'après les statuts, s'il recevait une rétribution des élèves, on devait le destituer (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 56). A Bologne, les professeurs furent d'abord payés par les élèves, puis ils ne se firent payer que les cours extraordinaires : enfin ils restèrent entièrement à la charge du trésor public (*Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. II, p. 56). Il paraît même que les élèves ne se souciaient guère de payer ces cours extraordinaires : aussi Odofred, qui expliquait le Digeste dans cette université vers le milieu du treizième siècle, termina-t-il une année son cours par ces plaintes fort naïves : « Or signori (on voit par son commentaire qu'Odofred employait souvent cette apostrophe italienne dans les leçons qu'il donnait en latin), nos incepimus ei finivimus et medivimus librum istum sicut scitis vos qui fuistis de auditorio isto : de quo agimus gratias Deo et Beate Marie virgini matri ipsius et omnibus sanctis ejus, et est consuetudo diutius obtenta in civitate ista quod cāntatur missa quando finitur et ad honorem Sancti Spiritus : et est bona consuetudo : et

tout ceux qui servaient de texte aux leçons (1). Appuyés sur l'Évangile (2), les papes et les conciles s'arrogèrent le droit de proscrire certains livres, et d'en poursuivre les auteurs ou les lecteurs; mais l'Église n'exerçait cette censure que par intervalles et dans des circonstances importantes. Plus tard ce droit se régularisa, et dans quelques cas on conféra aux universités, comme représentant l'Église, le droit de censurer par procuration. Elles l'exercèrent souvent

ideo est tenenda : sed quia moris est quod doctores in fine libri dicant aliqua de suo proposito : dicam vobis aliqua : pauca tamen. Et dico vobis quod in anno sequenti intendo docere ordinarie bene et legaliter sicut unquam feci : extraordinarie non credo legere : quia scholares non sunt boni pagatores : quia volunt scire : sed nolunt solvere. Juxta illud : *scire volunt omnes : mercedem solvere nemo* : non habeo vobis plura dicere : eatis cum benedictione Domini : tamen bene veniatis ad missam et rogo vos, Odoffredus. » (*Odoffredi comment. in Digestum*, tom. I, pars 2^a, f. 192).

(1) « Decrevit Collegium, ne quis legere librum possit, nisi antea fuerit a Bidello per scholas publicatus » (*Facciolati, syntagmata*, p. 53). — A l'université de Padoue, les professeurs de philosophie et de médecine ne pouvaient expliquer qu'Aristote, Hippocrate, Avicenne, Rhasès et Galien (*Facciolati, syntagmata*, p. 55. — Voyez aussi *Borsetti, historia gymnasii Ferrariæ*, Ferrariæ, 1735, 2 vol. in-4, tom. I, p. 433).

(2) *Zaccaria, storia polemica della proibizione dei libri*, Roma, 1777, in-4, p. 1-4.

avec rigueur; car, même avant l'invention de l'imprimerie, non-seulement la censure atteignait l'auteur, mais elle s'attachait au libraire, et prohibait la vente des manuscrits (1). Peu-à-peu les exemples de livres censurés devinrent plus fréquens; en Italie, Dante fut menacé par un inquisiteur, et dut écrire un *Credo* pour se disculper; mais le droit de censure prit sa plus grande extension après l'invention de l'imprimerie, et fut dans toute l'Europe tel que nous le voyons encore de nos jours en Italie. Toutefois, s'il n'y avait pas liberté d'enseignement, il y avait au moins libre concurrence. Dans les anciens programmes des universités, on rencontre toujours, outre les professeurs ordinaires, des professeurs extraordinaires (2), et il était même permis aux

(1) En 1275, l'université de Paris fit un statut pour les libraires, qui furent obligés de lui prêter serment de se bien comporter dans l'exercice de leur profession. Non-seulement l'université exerçait à cette époque un droit de censure et de surveillance, mais elle taxait aussi le prix des livres. (*Bu-læus, historia univers. Paris.*, tom. II, p. 418-419, et tom. IV, p. 62 et 202). On voit, par ces statuts, qu'il y avait dès cette époque des libraires qui louaient des livres élémentaires aux étudiants.

(2) *Fabroni, historia academiæ Pisanæ*, tom. I, p. 379 et seq. — *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom II, p. 56, etc., etc.

élèves de faire des cours (1). Cependant, dès le treizième siècle, Frédéric II donna le mauvais exemple de restreindre non-seulement la liberté d'enseigner, mais aussi celle d'étudier; en effet, pour rendre florissante son université de Naples(2), il défendit à ses sujets d'aller étudier dans aucune autre ville (3), et il voulut même faire

— Il ne faut pas confondre ces professeurs extraordinaires qui étaient ordinairement des jeunes gens qui voulaient se faire un nom, avec les professeurs *sopra ordinarii*, qui étaient les professeurs les plus célèbres à qui on donnait ce titre d'honneur.

(1) « Quod si quis eorum experiri duntaxat ingenium cuperet, scholæ quædam erant scholaribus ipsis libero jure assignatæ, nec sine salario, quamvis exiguo » (*Facciolati, syntagmata*, p. 28). — A Ferrare, les étudiants qui n'avaient pas de grades universitaires ne pouvaient enseigner que les humanités et la rhétorique (*Borsetti, histor. gymnas. Ferrar.*, tom. I, p. 421).

(2) L'université de Naples doit toute sa célébrité à Frédéric II, qui eut le mérite de fonder une chaire d'anatomie à une époque où la dissection des cadavres était généralement considérée comme une profanation. Boniface VIII défendit l'anatomie, et cette interdiction fut renouvelée à Rome en 1571 (*Portal, histoire de l'anatomie et de la chirurgie*, tom. I, p. 166 et 196). A Ferrare, au quinzième siècle, les statuts de l'université portaient qu'il fallait faire tous les ans une anatomie, et pour cela le podestat était chargé de donner un cadavre par an aux professeurs (*Borsetti, hist. gymnas. Ferrar.*, tom. I, p. 436).

(3) *Petri de Vincis epistolæ*, p. 415, lib. III, cap. 12.

fermer toutes les autres écoles du royaume de Naples, excepté celle de Salerne; mais il fut bien tôt contraint de modifier son décret. (1)

Pendant que les gouvernemens cherchaient à se faire une arme de l'intelligence, et que les uns s'efforçaient de l'emprisonner dans des formes déterminées, tandis que les autres en favorisaient le libre développement et se mettaient à la tête du progrès, les hommes qui s'occupaient d'un même genre d'études formaient entre eux des associations qui donnèrent naissance aux académies. Dans ces républiques où, pour être citoyen et en exercer les droits, il fallait se faire inscrire parmi les artisans, et où les apothicaires et les médecins composaient une corporation (2), il était naturel que devant se réunir souvent pour un objet politique, ils s'assemblaient quelquefois aussi pour discuter des affaires scientifiques (3). Jusqu'alors les sociétés litté-

(1) *Petri de Vineis epistolæ*, p. 419, lib. III, cap. 13.

(2) Le collège des chirurgiens, qui devint si célèbre et qui eut de si longues querelles avec la Faculté de Médecine, fut fondé en France par Lanfranc, à l'imitation de ceux qui existaient déjà en Italie (*Portal, histoire de l'anatomie et de la chirurgie*, tom. I, p. 189).

(3) *Malespini, istoria fiorentina*, p. 200, cap. CCXIV. —

raires n'avaient été formées que par l'influence d'un seul homme sur ses disciples, ou sur ses sujets; telles furent les académies de Charlemagne et de Frédéric II (1); et aussi moururent-elles avec eux. Au treizième siècle on commence à trouver des académies libres en Italie : l'académie *del disegno* de Sienne eut alors son origine; celle de Florence la suivit bientôt (2) : à la même époque on avait institué à Rome la société du *gonfalone* pour jouer des espèces de mystères, et il est fort à regretter que ces pièces ne soient pas arrivées jusqu'à nous (3); à Bologne, il exis-

En 1288, il y avait à Milan deux cents médecins, quatre-vingts maîtres d'école et cinquante copistes, qui probablement formaient des corporations particulières (*Muratori scriptores rer. ital.*, tom. XI, col. 712). A Bologne, les notaires s'étaient réunis en corporation dès le treizième siècle (*Alidozi, istruttione delle cose notabili di Bologna*, Bologna, 1621, in-4. p. 110).

(1) *Quadrio, storia e ragione d'ogni poesia*, Bologne, 1739, 7 vol. in-4, tom. I, p. 87.

(2) *Vasari, vite dei pittori, scultorie architetti*, Milano, 1807, 16 vol. in-8, tom. III, p. 265 et 266: *Vita di Jacopo di Casentino*.

(3) *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. IV, p. 597. — Il existe encore des pièces de la *Compagnia del Gonfalone*, mais elles ne remontent certainement pas au treizième siècle (Voyez *La sanctissima Passione di nostro signore Giesu Christo...*

tait, au commencement du quatorzième siècle, plusieurs associations dont il ne nous est resté que les noms, mais qui semblent avoir eu un but littéraire (1); plus tard cela devint une véritable manie, et toute l'Italie se forma en académies. Les noms ridicules, et le peu d'importance de plusieurs de ces sociétés, ont fait oublier les travaux qu'on doit aux plus illustres d'entre elles : nous verrons plus tard quelle fut leur influence, et combien elles aidèrent à la marche des lumières; car si quelquefois elles restèrent trop attachées aux anciennes formes, et s'opposèrent aux innovations, souvent aussi elles prirent l'initiative du progrès. Elles purent, il est vrai, exagérer quelquefois l'importance municipale, et créer dans les petites villes des célébrités inconnues partout ailleurs; mais elles

*recitata in Roma dalla venerabile Compagnia del Consalone nel luogo consueto detto il Coliseo. Roma (Sans Date), appresso Giovanni Osmarino Giliotto, in-8). Pour le dire en passant, le titre de cette rare édition, qui est du commencement du seizième siècle, nous apprend deux choses : d'abord qu'à cette époque on jouait des pièces de théâtre dans le Colysée; et puis, qu'on a écrit en italien quelquefois *consalone* pour *gonfalone*, ce que Redi ne croyait pas.*

- (1) *Quadrio, storia e ragione d'ogni poesia*, tom. I, p. 55.
— *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. I, p. 610.

contribuèrent toujours à conserver, dans chaque localité, l'amour des lettres et des sciences.

Pendant plusieurs siècles, c'est par les voyages que se firent les communications littéraires : les professeurs, qui changeaient d'université, arrivaient dans leur nouvelle résidence, riches du savoir de la ville qu'ils venaient de quitter, dont ils étaient des espèces de représentans ; tandis que les élèves, forcés de parcourir plusieurs pays pour entendre les maîtres les plus célèbres, rapportaient chez eux des copies des ouvrages les plus récents, et servaient de véhicule à la propagation des lumières. On ne saurait s'imaginer aujourd'hui la rapidité avec laquelle les ouvrages des hommes célèbres étaient copiés et répandus dans des contrées éloignées à une époque où il n'y avait ni journaux, ni imprimerie, ni poste, ni aucun moyen régulier de communication. On suppléait à cela par des voyages ; et des faits positifs annoncent que les communications littéraires étaient alors bien plus promptes qu'on ne pourrait le croire ; aussi, après l'invention de l'imprimerie, ces voyages devinrent plus rares, et les universités cessèrent d'être peuplées par des milliers d'étudiants qui, jusqu'alors, n'avaient eu presque d'autre moyen de s'instruire, que d'al-

ler écouter le maître. Depuis l'invention de l'imprimerie le professeur se fait entendre de plus loin, mais son immense auditoire a disparu.

Un fait qui mérite d'être remarqué, c'est que depuis le jour où Charlemagne appela Pierre Diacre de Pise (1), pour professer en France (où il attira aussi des maîtres de Pavie (2) et de Rome), les écoles françaises ont toujours compté des Italiens parmi leurs professeurs. Dans des temps de ténèbres et d'ignorance, Fulbert (3) rendit célèbre l'école de Chartres, et les restaurateurs de la philosophie, Lanfranc de Pavie et saint Anselme, firent successivement la gloire de celle du Bec (4), comme Pierre Lombard, fils

(1) *Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*, tom. I, p. 4 et suiv.

(2) « Dominus Carolus rex iterum a Roma artis Grammaticæ et computatoriæ magistros secum adduxit in Franciam, et ubique studium literarum expandere possit. Ante ipsum enim in Gallia nullum studium fuerat liberalium artium » (*Fabroni, historia academici Pisanæ*, tom. I, p. 5).

(3) *Mabillon, annales ordinis S. Benedicti*, Paris, 1703-39, 6 vol. in-fol., tom. IV, p. 67, lib. L, n. 72.

(4) « Néanmoins, avec tous ces secours, on ne vit point d'habiles dialecticiens ou logiciens parmi nos Français, jusqu'à Lanfranc et saint Anselme » (*Histoire littéraire de la France par les Bénédictins*, Paris, 1733-1835, 18 vol. in-4, tom. VII, p. 76 et 131).

d'une pauvre blanchisseuse, illustra celle de Paris, et réduisit en système la théologie scolastique, dont un évêque de Saragosse avait au septième siècle donné déjà quelque idée (1). Héloïse, dans une de ses lettres à Abélard, parle des Italiens qui enseignaient à Paris, et semble frappée du talent de (2) Lodolphe Lombard (qui fut le premier antagoniste d'Abélard), comme Anne Comnène l'avait déjà été à Constantinople du savoir de l'*Italien*, que les Grecs appelèrent le plus grand des philosophes (3). Plus tard, Lanfranc de Milan, Passavanti, Taddeo et Torigiano (4) de Florence, professèrent à Paris, et les historiens de la médecine ont constaté l'influence du professeur milanais sur les progrès de la médecine française. Aux treizième et quator-

(1) *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. III, p. 275-280. — *Muratori, antiquit. ital.*, tom. III, col. 897 et seq., Dissert. 44. — Albéric dit dans sa chronique : « *Philosophiam, id est Sapientiam, pervenisse ad Gallias in diebus illustrium virorum Lanfranci et Anselmi* » (*Muratori, ibid.* col. 898).

(2) *Bulæus, historia univers. Paris.*, tom. II, p. 753.

(3) *Anne Comnenæ Alexias*, Paris., 1651, in-fol., p. 145. lib. V.

(4) *Villani, Filippo, vite*, p. 27.

zième siècles, on trouve peu d'illustres Italiens qui ne soient venus en France et qui n'y aient professé. Vers le milieu du treizième siècle, saint Thomas fut professeur à l'université de Paris; c'est surtout à son influence et à ses commentaires que la philosophie péripatéticienne doit son rétablissement; et lorsqu'en 1271 il rentra en Italie, ce fut un professeur romain qui lui succéda (1). Un autre Italien, frère Gilles Colonne, professeur de théologie à Paris, fut le précepteur de Philippe-le-Bel, et écrivit pour lui le traité de *regimine principis*; ce savant moine s'était acquis une telle célébrité que, lors du sacre du roi, l'université de Paris le choisit pour assister en

(1) La chaire fut donnée à un moine dominicain de la famille des Orsini (*Quetif et Echart, scriptores ordinis prædicatorum*, Lut.-Paris., 1719, 2 vol. in-fol., tom. I, p. 63). Saint Bonaventure, Roland de Crémone, Annibal de des Annibaldi, Remi de Florence, Jean de Parme, Augustin Trionfo d'Ancône, Jacques de Viterbe, et plusieurs autres Italiens, ont à cette époque professé publiquement à Paris (*Quetif et Echart, scriptores ordinis prædicatorum*, tom. I, p. 125, et 263. — *Fabricii bibliotheca mediæ et infimæ latinitatis*, Patav., 1754, 6 vol. in-4, tom. VI, p. 66. — *Coretini, notizie della città e degli uomini illustri di Viterbo*, Roma, 1774, in-4, p. 78, etc., etc.).

son nom à la cérémonie (1). Dans ces temps où la charge de chancelier de l'université de Paris était une des plus importantes du royaume (2), nous voyons deux Italiens, Prépositif Lombard (3) et Robert de Bardi (4), l'occuper à peu d'intervalle : les Italiens étaient alors appelés tous indistinctement Lombards par les Français (5) : établis en grand nombre dans la capitale de la France, ils donnèrent leur nom à la rue *des Lombards*, qui, à cette époque, ne voulait dire que rue *des Italiens*.

Non-seulement les Italiens vinrent professer à Paris, mais plusieurs y furent appelés aussi par la célébrité de l'école parisienne : parmi ceux-

(1) Il paraît que Colonna prononça son discours en français (*Bulæus, historia univers. Paris.*, tom. III, p. 475 et 477).

(2) L'Université de Paris était si puissante à cette époque que, lors du massacre des Templiers, Philippe-le-Bel, qui osait méconnaître l'autorité du pape, crut devoir solliciter l'appui de ce grand corps.

(3) *Bulæus, historia univers. Paris.*, tom. III, p. 37.

(4) *Villani, Filippo, vite*, p. 17, et 96-98.

(5) *Boccaccio il Decamerone*, f. 14, Giorn. I, nov. 1.

ci nous citerons spécialement Pierre d'Abano , Dante , Pétrarque et Boccace. Cependant , malgré les déductions contraires qu'on a voulu tirer de ces voyages des Italiens à Paris , il ne paraît pas qu'on puisse en conclure qu'un pays auquel l'Italie prêtait des maîtres si distingués , fût le plus avancé en civilisation ; et l'on ne saurait s'empêcher de reconnaître que des hommes comme Dante , Pétrarque et Boccace , qui ont passé une partie de leur vie à Paris , et qui y ont écrit et publié des ouvrages , n'aient contribué , même sans y professer , à y répandre les lumières. Leurs voyages prouvent sans doute que la France leur offrait des moyens d'instruction , et qu'ils y trouvaient un accueil qui fait honneur aux Français (1). Mais ce n'était pas cela seulement qui amenait à Paris les Italiens ; ce concours doit surtout s'expliquer par des raisons politiques : les papes qui résidèrent long-temps à Avignon , et les rois de France qui étaient alors les chefs du parti guelfe

(1) Lanfranc , dans l'introduction à la grande chirurgie , parle beaucoup de l'aimable accueil qu'il avait reçu à Paris. (*Scriptores de chirurgia* , f. 207).

en Italie, conservèrent toujours des rapports intimes avec les républiques italiennes. Tout le commerce de la France était alors entre les mains des Italiens, et à chaque nouvelle révolution, les Guelfes y trouvaient un asile. Brunet Latin vint plusieurs fois en France comme ambassadeur, et s'y réfugia après la déroute de Monteperti (1). Boccace y demeura pour des raisons de commerce; plus tard Machiavel y fut envoyé par la république, et Davanzati vécut long-temps au milieu de cette espèce de colonie que les marchands florentins avaient établie à Lyon (2). Pétrarque, il est vrai, quitta plus tard volontairement Avignon pour aller dans le Nord; mais il y a quelque lieu de croire que François Pétrarque, déjà couvert de gloire, venant à Paris, où des couronnes lui étaient offertes et préparées, se proposait plutôt de recevoir des applaudisse-

(1) Mehus cite un ancien commentaire inédit sur Dante où il est dit que Brunet enseignait aussi la philosophie à Paris (*Ambrosii Traversarii epistolæ, cum historia litteraria Florentina* L. Mehus, Florent. 1759, in-fol., p. CLIX. — Villani, *Filippo*, vite, p. 32 et 124).

(2) Voyez la vie de Davanzati écrite par Rondinelli, et placée en tête de l'ouvrage intitulé: *Davanzati scisma d'Inghilterra*, etc. Fiorenza, 1658, in-4.

mens et de rechercher d'anciens manuscrits, que d'augmenter ses connaissances; car Pétrarque alla aussi à Liège, et il serait difficile de croire que son séjour dans cette ville, où il eut toutes les peines du monde à se procurer de l'encre pour copier une oraison de Cicéron qu'il venait de découvrir (1) pût servir à augmenter ses connaissances. Ces faits auxquels on en pourrait ajouter beaucoup d'autres du même genre étaient bons à rappeler ici, parce qu'on a voulu trop souvent déduire de la présence des Italiens à Paris, et même (ce qui semblerait plus concluant) de quelques ouvrages (tels que le Trésor de Brunet Latin, le Million de Marco Polo (2), la Chronique de Canale (3), le Traité des vices et des vertus, par Guillaume de Florence (4), le Traité de physique d'Aldebrandin

(1) «Et ut rideas, in tam bona civitate barbarica, atramenti aliquid, et id croco simillimum, reperire magnus labor fuit.» (*Petrarchæ opera*, Basil., 1581, 3 tom. en 1 vol. in-fol., tom. II, p. 948, *Epist. senil.*, lib. XV, ep. 1.)

(2) Nous reviendrons plus loin sur le *Milione* et sur la langue dans laquelle il a dû être écrit d'abord.

(3) *Ambrosii Traversari epistolæ*, p. CLIV.

(4) *Ambrosii Traversari epistolæ*, p. CLIV.

de Sienne (1) et la traduction du roman (2) de Sydrac) écrits en français, par des Italiens, une espèce de suprématie littéraire de la France sur l'Italie. Mais si l'on veut se donner la peine de remarquer que Dante et le Tasse sont venus à Paris lorsque rien n'annonçait encore la gloire de Corneille et de Racine, on se persuadera facilement qu'ils ont plus donné que reçu pendant leur séjour en France, et qu'ils n'y ont pas plus appris à être grands poètes, que Léonard de Vinci à être grand peintre, ou Machiavel grand historien. A chaque nation donc ses droits et son domaine : l'Europe a beau se montrer ingrate, elle ne pourra jamais anéantir les titres de l'Italie à la reconnaissance universelle. (3)

(1) *Lami, catalogus manuscript. bibliothecæ Riccardianæ*, p. 16.

(2) *Argelati, biblioteca degli volgarizzatori*, Milano, 1767, 5 vol. in-4, tom. V, p. 663.

(3) Au reste les savans les plus illustres et les plus français du siècle dernier avaient déjà reconnu cette suprématie des Italiens à la renaissance. D'Alembert disait : « Nous serions injustes si, à l'occasion du détail où nous venons d'entrer, nous ne reconnaissons point ce que nous devons à l'Italie ; c'est d'elle que nous avons reçu les sciences, qui

Le *Trésor* de Brunet Latin écrit en français par un proscrit, prouve seulement que l'auteur possédait plusieurs langues (1). La rédaction française du Voyage de Marco Polo et les autres ouvrages composés en français par des Italiens, montrent qu'à cette époque où toutes les langues néo-latines étaient encore presque confondues, où l'influence provençale venait de ranimer la poésie italienne, et lors-

« depuis ont fructifié dans toute l'Europe; c'est à elle sur-
 « tout que nous devons les beaux-arts et le bon goût, dont elle
 « nous a fourni un grand nombre de modèles inimitables. »
 (*Encyclopédie*, édition de Paris, 1751, in-fol., tom. I, p.
 xxii, *Discours préliminaire*). — Voltaire a dit : « Les
 ruines de Rome fournissent tout à l'Occident qui n'est pas
 encore formé. » (*Voltaire, Œuvres*, Kehl, 1785, 70 vol.,
 in-8, tom. XVI, p. 422, *Essai sur les mœurs*, chap. 19).
 — Plus loin, après avoir essayé de traduire une chanson de
 Pétrarque, il avoue que : « Quelque imparfaite que soit cette
 imitation, elle fait entrevoir la distance immense qui était
 alors entre les Italiens et toutes les autres nations. » (*Voltaire*,
Œuvres, tome XVII, p. 374, *Essai sur les mœurs*,
 chap. 82).

(1) Brunet écrivit aussi un grand nombre d'ouvrages en italien dont on peut voir le catalogue dans Philippe Villani (*Vite*, p. 127-129), et il fut un des premiers à fixer la prose italienne. Jean Villani dit qu'il fut *grande filosofo, e fu sommo maestro in rettorica*, etc. (*Villani, Giov., storia*, p. 297, lib. VIII, cap. 10), et Philippe Villani dit que déjà avancé en

que plusieurs poètes italiens écrivaient en provençal, la langue italienne n'avait pas encore prévalu dans toute l'Italie. Alors, les nations n'avaient fixé ni leur langage, ni leurs limites. En Angleterre on écrivait en français; des empereurs d'Allemagne composaient des poésies en italien et en provençal; des Provençaux écrivaient en italien, en arabe et en catalan; plus tard Charles d'Orléans écrivait en anglais. A plusieurs reprises, et par différentes causes, cette imitation des littératures étrangères s'est manifestée successivement chez toutes les nations. Au seizième et au dix-septième siècle, les théâtres français furent destinés souvent à jouer des pièces italiennes (1) : des savans anglais

âge « *mirabilmente e con grandissima prestezza imparò la lingua franciosa : e per compiacere ai grandi e nobili uomini di quella regione, compose in rellorica un bellissimo e utilissimo libro..... il quale chiamò Tesoro* » (*Villani, Filippo, vite*, p. 32). Ce passage de Villani explique les grands éloges que Latini fait de la langue française.

(1) Ce sont surtout les Florentins qui, s'étant réfugiés en France, après la prise de Florence, introduisirent le goût de la langue italienne parmi les Français. Alamanni et Strozzi y contribuèrent beaucoup; les artistes qui vinrent à la cour de François I^{er}, les gens de lettres et les courtisans qui accompagnèrent Catherine et Marie de Médicis, les hommes

correspondaient parfois en italien avec Fermat : Molière composait des intermèdes en italien, et cependant qui oserait dire que du temps de Corneille, de Pascal, de Racine, de Molière, la littérature française ne fût qu'une imitation de la littérature italienne ?

Il est impossible d'étudier l'histoire des sciences dans le moyen âge, sans s'arrêter un instant à l'alchimie. A une époque où la physique n'existait que de nom, où l'on ne faisait aucune expérience et peu d'observations, et où l'on croyait que les ouvrages d'Aristote renfer-

d'état et les guerriers italiens qui, depuis le maréchal Strozzi jusqu'à Mazarin, exercèrent tant d'influence en France, y rendirent cette langue presque populaire. Corbinelli, qui possédait à un si haut degré la connaissance historique de la langue italienne, a publié en France quelques-uns des plus anciens ouvrages de la littérature qu'il aimait tant; et les bibliothèques de Paris renferment d'autres ouvrages inédits de lui qui prouvent combien il avait à cœur répandre sa langue dans sa nouvelle patrie. Les presses des plus célèbres imprimeurs français reproduisirent souvent les classiques italiens, et quelques-unes de leurs éditions ont été indiquées par la *Crusca* comme offrant le meilleur texte. Enfin même les patois italiens étaient compris en France et introduits dans des ouvrages français. Il existe plusieurs éditions du poème burlesque d'Antoine de Arena (*de la Sable*), où l'on a ajouté à la fin, des poésies en patois vénitien. Les *Amorosi inganni*, par Bellando (Parigi, 1629, in-12); la *Sultana* et la *Ferinda*, par

maient tout ce qu'il était possible de savoir sur les sciences naturelles (1), les alchimistes seuls, guidés, il est vrai, par de folles imaginations, faisaient sans cesse des expériences, et tourmentaient la nature pour arriver à la transmutation des métaux et à la panacée universelle; ils ne trouvèrent pas ce qu'ils cherchaient, mais ils découvrirent une foule de faits curieux, et leurs connaissances pratiques les conduisirent souvent à des résultats importants. Les hommes les plus éminens voulurent s'initier à cette prétendue science; Raymond Lulle, Albert-le-Grand, Roger Bacon et tous les esprits les plus remarquables de l'Europe s'y appliquèrent avec ardeur. En Italie il y eut moins d'alchimistes que partout ailleurs (2),

Andreini (Parigi, 1622, in-8), sont des comédies écrites en divers patois italiens, qu'on jouait à Paris au commencement du dix-septième siècle; et l'on pourrait en citer un grand nombre d'autres du même genre.

(1) Nous avons déjà vu que dans quelques universités on défendait d'expliquer d'autres livres de physique que ceux d'Aristote.

(2) Parmi les anciens alchimistes on cite ordinairement saint Thomas; mais il n'est rien moins que prouvé que les ouvrages alchimiques qu'on lui a attribués soient de lui.

et l'on voudrait pouvoir déduire de là une nouvelle preuve de cette sagacité et de ce sentiment du vrai que les Italiens ont portés de si bonne heure dans l'étude de la nature; mais malheureusement leur engouement pour l'astrologie judiciaire (engouement au reste qu'ils partagèrent avec bien d'autres nations) prouve qu'il ne faut pas trop se hâter de leur décerner cette louange. Toutefois, il est bon de constater ce fait, et de reconnaître la prééminence de ces hommes qui n'ont pas cédé à des erreurs, qu'Albert-le-Grand et Bacon avaient encensées. Cette remarque se trouve confirmée par la grande rareté des manuscrits d'alchimie, écrits en Italie avant le seizième siècle : ce n'est pas aux poursuites de l'Église contre les ouvrages sur les sciences occultes, que cette rareté doit être attribuée; car les traités d'astrologie sont fort communs dans les bibliothèques italiennes, quoique les ouvrages de ce genre ne fussent pas moins sévèrement défendus que les rêveries des alchimistes.

Ce n'est qu'en étudiant les traités d'alchimie qu'il est possible cependant de retrouver les procédés employés à cette époque. Ces traités, qui sont souvent accompagnés de figures, nous

font connaître la forme des fourneaux, des alambics, et des autres instrumens employés aux opérations des adeptes qui soumettaient d'ordinaire tous les corps indistinctement aux mêmes opérations. Les quatre élémens qui étaient généralement admis, et la distinction des êtres en différens règnes, permettaient rarement de croire que des corps formés d'élémens pris dans le règne minéral, pussent être de même nature que des corps appartenant au règne animal ou végétal. Toute opération était soumise à une foule de pratiques futiles et superstitieuses, qui étaient décrites avec le plus grand soin, tandis que souvent la circonstance la plus importante était oubliée à dessein par des hommes qui voulaient se réserver leur secret. On invoquait les puissances surnaturelles; les cadavres, les os des hommes et des animaux, le sang surtout, jouaient un grand rôle dans cette chimie, et particulièrement dans la chimie miraculeuse; car pour les découvertes qui ne se rattachent pas à la transmutation des métaux, on est étonné de trouver des procédés simples et dégagés de tout appareil extraordinaire. L'alcool se faisait alors à-peu-près comme on le fait aujourd'hui, tandis que l'or musif se préparait

avec bien plus de cérémonie; au reste, la plupart de ces découvertes étant dues au hasard, on s'appliquait à décrire toutes les circonstances du phénomène, et l'on était forcé de donner la même importance à tous les ingrédients qu'on avait employés la première fois, sans savoir quels étaient les plus nécessaires, ni comment le phénomène pouvait être reproduit.

La chimie et la physique n'étaient presque étudiées à cette époque que pour leurs applications à l'alchimie, à la magie et à la nécromancie; on a souvent dit que les magiciens étaient des gens adroits, qui, à l'aide de quelques secrets de physique, savaient étonner le vulgaire; mais il fallait appuyer cette opinion sur des preuves, et ces preuves on ne les trouve certainement pas dans les anciens livres de magie, qui ne renferment que des pratiques absurdes de la superstition la plus grossière (1). S'il est difficile de remonter aux sources des vérités

(1) Les anciens manuscrits de magie sont fort rares: d'abord on a tâché de les détruire, ensuite on les a négligés et laissés périr. Il y en a de plus modernes qui ont été forgés au dix-septième et au dix-huitième siècle (à l'époque des

que les hommes ont découvertes, il est encore plus difficile de remonter à la source des erreurs; cependant il serait curieux de chercher les étymologies des mots bizarres que l'on trouve dans les livres de magie : peut-être ces noms sont-ils d'origine rabbinique et orientale (1); peut-être ont-ils été défigurés exprès pour les rendre encore plus bizarres et plus propres à frapper l'imagination. Les mots magiques employés par les Romains étaient étrangers à la langue latine, et ils le sont aussi aux langues des peuples modernes qui ont cru à la magie, sans qu'on puisse établir un rapport direct entre les anciennes formules et les modernes. Au reste, les manuscrits et les livres de magie que nous possédons sont en très petit nombre; car pen-

souffleurs), et attribués à des maîtres plus anciens. La bibliothèque royale en possède un achevé d'écrire le 16 juin 1446, et que le compilateur dit avoir tiré des auteurs arabes : ce n'est qu'en lisant cet ouvrage qu'on peut se faire une idée des rêveries qu'il renferme. (*MSS. de la bibliothèque du roi, fonds Notre-Dame, n° 167*).

(1) Ces étymologies sont très difficiles à déterminer, cependant il n'est pas inutile de remarquer que la syllabe merveilleuse des Hindous *om* se trouve dans quelques-uns de nos anciens traités de magie.

dant long - temps l'Église qui traitait d'égal à égal avec la magie, et qui semblait craindre l'empire du démon, faisait main basse sur tous les livres de cette science qu'elle pouvait rencontrer.

Cependant il nous reste quelques renseignemens sur les connaissances physiques que possédaient les magiciens; on sait par exemple qu'aux dixième et onzième siècles, on faisait, à l'aide de l'aimant, de petits cygnes dont on dirigeait les mouvemens à volonté (1). On avait découvert aussi la manière de faire fleurir les plantes en hiver à l'aide de la chaleur; ce fait paraissait alors si extraordinaire, qu'au quatorzième siècle on en parlait encore comme d'un des plus grands miracles de la magie : on avait observé plusieurs phénomènes optiques dus à la combinaison de divers miroirs : peut-être même connaissait-on quelque chose d'analogue à la fantasmagorie (2) et une espèce de phosphore :

(1) *Commentarii academix Bononiensis*, tom. II, p. 357.
— Jacques de Vitry dit : « Magnes..... in magicis prastigiis utentur eo magi » (*Gesta dei per Francos*, tom. I, p. 1106).

(2) Voyez *Photii bibliotheca*, Rothom., 1652, in-fol., col. 1028, cod. 242.

toutefois ces faits sont trop incertains pour qu'on puisse les discuter ; car les gens qui ont raconté les effets de la magie étaient des personnes superstitieuses ou frappées de terreur à qui on faisait tout croire sur parole (1) ; et il ne faut pas ajouter foi à toutes les merveilles que l'on nous raconte, parce que les progrès de la physique les auraient rendues possibles à présent. On connaissait probablement quelques mélanges explosifs ou quelques poudres fulminantes, et de tout temps on avait essayé d'employer le salpêtre à la guerre. Si l'on devait adopter les récits des auteurs grecs , il faudrait même supposer, d'après les effets qu'ils ont décrits, que dans le feu grégeois les métaux qui ont le plus d'affinité pour l'oxygène jouaient un grand rôle ; mais les recettes que l'on trouve dans des auteurs, pour former le feu grégeois, sont si peu d'accord entre elles, qu'on n'en peut rien conclure de certain sur sa composition (2).

(1) On trouve un exemple frappant de la fascination que l'on peut exercer sur les esprits les plus hardis, dans les prodiges que Cellini raconte avoir vus pendant son séjour à Rome (*Cellini, vita*, Colonia, S. D., in-4, p. 87).

(2) La composition de feu grégeois est une des choses qui

Non-seulement l'étude des livres d'alchimie, de magie et de d'astrologie, pourrait faire connaître des faits nouveaux; mais la com-

ont été le plus cherchées et qui sont encore le plus douteuses. On dit qu'il fut inventé au septième siècle de l'ère chrétienne par l'architecte Callinique (*Constantini Porphyrogenetæ, opera*, Lugd.-Batav., 1617, in-8, p. 172, de *admin. imper.*, cap. 48), et il se trouve souvent mentionné par les historiens byzantins. Tantôt on le lançait avec des machines, comme on lancerait une bombe, tantôt on le soufflait avec de longs tubes, comme on soufflerait un gaz ou un liquide enflammé (*Annæ Comnenæ Alexias*, p. 336, lib. XI. — *Æliani et Leonis imperatoris tactica*, Lugd.-Bat. 1613, in-4, pars. 2^a, p. 322, *Leonis tact.* cap. 19. — *Joinville, histoire de saint Louis*, collect. Petitot, tom. II, p. 235). Les écrivains contemporains disent que l'eau ne pouvait pas éteindre ce feu, mais qu'avec du vinaigre et du sable on y parvenait. Suivant quelques historiens le feu grégeois était composé de soufre et de résine; Marcus Græcus (*Liber ignium*, Paris, 1804, in-4) donne plusieurs manières de le faire qui ne sont pas très intelligibles, mais parmi lesquelles on trouve la composition de la poudre à canon. Léonard de Vinci (*MSS. de Léonard de Vinci*, vol. B. f. 30) dit qu'on le faisait avec du charbon de saule, du salpêtre, de l'eau-de-vie, de la résine, du soufre, de la poix et du camphre. Mais il est probable que nous ne savons pas quelle était sa composition, surtout à cause du secret qu'en faisaient les Grecs. En effet, l'empereur Constantin Porphyrogénète recommande à son fils de ne jamais en donner aux Barbares, et de leur répondre, s'ils en demandaient, qu'il avait été apporté du ciel par un ange et que le secret en avait été confié aux Chrétiens (*Constantini Porphyrogenetæ, opera*, p. 26-27, de *admin. imper.*, cap. 12).

paraison des ouvrages de ce genre , écrits en différentes langues et chez diverses nations , conduirait peut-être aussi à la source de ces grandes aberrations de l'esprit humain. Cette comparaison fournirait surtout des élémens pour décider si les erreurs se communiquent toujours, comme on l'a souvent affirmé, ou bien si, comme cela est plus probable, dans certaines circonstances, et à certaines époques, une erreur est une conséquence des prémisses , aussi logique et aussi nécessaire que le serait, dans d'autres circonstances, une vérité.

Cependant cette question n'est pas encore résolue; elle ne peut l'être que par l'examen des faits et par la comparaison des méthodes, et l'histoire des sciences occultes en doit hâter la solution. Les recherches qui ont été faites jusqu'à présent, sur ce sujet, semblent prouver que l'astrologie et l'alchimie, nous sont venues de l'Orient, tandis que les systèmes de météorologie superstitieuse, qui sont très anciens chez nous, ne le paraissent pas autant chez les Orientaux. Cette météorologie mystique ne pouvait prendre naissance que dans des contrées où les changemens des temps auraient été brusques et

fréquens. Dans les pays où les variations du temps sont périodiques et prévues d'avance, ces changemens ne sont pas de nature à donner naissance à une science fulgurale, comme était, par exemple, celle des Étrusques.

Une branche de la chimie qui, heureusement, n'était pas entre les mains des alchimistes, est celle qui consiste dans la préparation des couleurs nécessaires aux peintres et aux manufacturiers : car pendant long-temps les peintres préparèrent seuls leurs couleurs, et quoique d'habiles chimistes s'y soient appliqués (1), on n'a pas encore bien pu savoir ce qui leur donnait tant d'éclat et de fixité. Mais on peut supposer que les artistes apportaient un soin tout particulier à la fabrication de ces couleurs, qui contribuaient tant à leur gloire, et qu'en cela surtout consistait leur secret. Ces couleurs si durables étaient simples et peu variées, et rien ne semble en empêcher la fabrication actuelle; cependant un procédé, connu alors, de mettre l'or en relief sur

(1) Voyez entre autres la lettre de M. Branchi insérée dans l'*Appendice des Notizie della sagrestia Pistoiese, raccolte dal Pr. Ciampi*, Firenze, 1810, in-4.

les manuscrits, a été oublié ou perdu depuis. Quant à la chimie cosmétique, qui semble très ancienne en Orient, les dames romaines la connaissaient, et celles du moyen âge l'employaient tous les jours avec des circonstances (1) qui nous paraîtraient à présent bien extraordinaires.

Il règne beaucoup d'incertitude sur l'époque à laquelle on a commencé à peindre à l'huile : Vasari a attribué cette découverte à un peintre hollandais qui vivait au commencement du quinzième siècle (2), mais des autorités impo-

(1) *Barberino, da, del reggimento delle donne*, Roma, 1815, in-8., p. 135 et suiv. — *Pandolfini, del governo della famiglia*, Firenze, 1734, in-4, p. 62 et suiv. — Cennino enseigne aux peintres à colorer (ou à farder) les figures *de chair* ; et il dit qu'on peut peindre *à la détrempe, à l'huile et au vernis* ! Voici le commencement du chapitre où il traite de cette bizarre partie de la peinture du moyen âge. — « Usando l'arte, alcune volte t'addiverrà avere a tigner o dipignere in carne, massimamente colorire un viso d'uomo o di femmina. I tuoi colori puoi fare temperati con uovo ; o vuoi, per caleffare, ad oglio o con vernice liquida. » (*Cennini, trattato della pittura*, Roma, 1821, in-8, p. 145).

(2) *Vasari, vite*, tom. I, p. 321, et tom. V, p. 99 et 165.

santes (1) et des analyses chimiques (2) semblent prouver que la peinture à l'huile, qui n'avait pas été étrangère aux byzantins (3), était prati-

(1) *Tiraboschi, storia della litt. ital.*, tom. VI, part. 3^a, p. 1093-1095. — *Tiraboschi, biblioteca modenese*, Modena, 1781, 6 vol., in-4, tom. VI, p. 581-484. — *Valle* dans les notes à *Vasari, vite*, tom. I, p. 321, et tom. V, p. 99 et 165. — *Dominici, vite de' pittori, scultori ed architetti napoletani*, Napoli, 1742, 3 vol., tom. III, p. 63. — *Cennini, trattato, della pittura*, p. xxxv et suiv. et p. 159.

(2) *Tiraboschi, biblioteca modenese*, tom. VI, p. 481-484. — Il faut remarquer, au reste, que ces analyses laissent toujours quelques doutes; car d'un côté on a pu restaurer postérieurement avec des couleurs à l'huile ces anciennes peintures; et de l'autre, on a pu se servir anciennement de quelque huile propre à dissoudre la cire qu'on employait encore dans les fresques.

(3) La peinture à l'huile se trouve indiquée dans un ouvrage de Théophile, moine grec qui, au plus tard, écrivait au onzième siècle (*Morelli, codices manuscripti latini, bibl. Nannianæ*, Venet. 1776, in-4, p. 31-41). Cet ouvrage a été publié en entier dans le recueil publié par Lessing et intitulé *Zur geschichte und litterature*, Brunsw. 1781, 2 vol., in-8. Le manuscrit latin n° 6741 de la bibliothèque royale (qui par parenthèse a appartenu à Lodovico Martelli) contient le traité de Théophile avec le chapitre relatif à la peinture à l'huile; mais en le comparant avec celui dont rend compte Morelli, je me suis aperçu facilement que le manuscrit parisien est beaucoup moins complet que celui de Venise, qui contient des chapitres très intéressans pour l'histoire de la chimie. Au reste, ce manuscrit 6741 contient plu-

quée en Italie dès le quatorzième siècle, et que les Hollandais n'ont fait qu'en rendre le procédé plus facile et plus sûr. (1)

Dès le treizième siècle l'art de travailler le verre et de fondre les métaux avaient pris une grande extension en Italie. La manufacture de Murano fut de bonne heure pour les Vénitiens

sieurs autres petits traités, fort curieux, sur la manière de faire les couleurs. Le compilateur de ce recueil cite souvent des ouvrages ou des artistes italiens. J'ai remarqué spécialement dans ce manuscrit un petit traité intitulé « *Experimenta de coloribus*, » où il y a entre autres choses deux recettes *ad delendum literas nigras de carta* (§ 2 et 34); et les trois livres « *Eraclii sapientissimi viri de coloribus et de artibus Romanorum* » (dont les deux premiers sont en vers et le troisième en prose), qui contiennent des choses intéressantes sur la manière de tremper l'acier, de faire et de colorer le verre, de travailler le cristal, etc. etc. Il y a aussi un petit paragraphe (§ 260) intitulé « *De oleo quomodo aptatur ad distemperandum colores*, » qui me semble venir à l'appui de l'antiquité de la peinture à l'huile. Cet *Eraclius* (qui, dans la catalogue imprimé des manuscrits de la bibliothèque royale, est appelé *Heractius*, quoique le manuscrit ne porte pas d'H) n'est pas mentionné dans la *Bibliotheca mediæ et infimæ latinitatis* de Fabricius.

(1) Lanzi (*Storia pittorica*, Bassano, 1809, 6 vol. in-8, tom. I, p. 64-72) qui a traité avec beaucoup de détail cette question, et qui est en général favorable aux Flamands, est forcé lui-même d'admettre ces conclusions.

une source de richesses (1), et les portes en bronze du dôme de Pise que Bonanno avait exécutées en 1180 (2) prouvent que la métallurgie n'avait pas manqué aux arts renaissans. Les florins d'or que l'on frappa à Florence en 1252 (3), et les faux monnayeurs qu'il y avait en Italie dans le même siècle (4) en sont une autre preuve. Et les préceptes métallurgiques que l'on trouve, comme par hasard, dans le traité de commerce

(1) *Marini, storia del commercio de' Veneziani*, Vineg. 1798, 8 vol. in-8, tom. III, p. 225.

(2) *Morrone, Pisa illustrata*, Livorno, 1812, 3 vol. in-8, tom. I, p. 170.

(3) *Villani, Giov., storia*, p. 157, lib. VI, cap. 54.

(4) Dante (*Inferno*, cant. XXIX, v. 110 et 137) parle de Griffolino d'Arezzo (qui, par parenthèse, fut fait brûler vif comme magicien par son évêque, parce qu'il avait dit en plaisantant qu'il pouvait voler dans les airs), et de Capocchio comme de deux faux monnayeurs, et il fait dire à ce dernier : « *Che falsai li metalli con alchimia.* » Les plus anciens commentateurs de Dante ont fait ici une longue glose, où ils entrent dans des détails fort curieux sur l'alchimie vraie et fausse (car la chimie était alors appelée *falsa alchimia*), détails que je regrette beaucoup de ne pas pouvoir reproduire, à cause de leur trop grande étendue. On peut consulter, à ce sujet, l'*Ottimo commento della divina commedia*, Pisa, 1827, 3 vol. in-8, tom. I, p. 493-495, 504-507, et le commentaire attribué à *Benvenuto da Imola* ou à *Jacopo dalla Lana*, imprimé à Venise, en 1477, in-fol., où l'on trouvera des faits fort intéressans pour l'histoire de l'alchimie.

de *Francesco Balducci Pegolotti*, écrivain de la première moitié du quatorzième siècle, nous font voir qu'à cette époque on avait déjà fait attention aux proportions définies qui sont nécessaires à la réussite des expériences. (1)

A une époque où les Orientaux étaient plus avancés en civilisation que les Chrétiens, c'était surtout en Orient qu'il fallait aller chercher l'instruction; et l'Europe doit une grande reconnaissance à ces premiers voyageurs qui, non-seulement faisaient faire de grands progrès à la géographie en découvrant de nouvelles contrées, mais qui rapportaient aussi dans leur patrie des connaissances utiles qu'ils avaient acquises chez des peuples jusqu'alors inconnus. Les établissemens formés par les Italiens sur toutes les côtes où leurs vaisseaux pouvaient aborder, leur procurèrent de grandes richesses, mais pendant longtemps ils n'augmentèrent guère les connaissances géographiques; car des haines religieuses s'opposèrent constamment aux voyages que les Chré-

(1) *Della Decima* (par Pagnini), Lucca, 1765, 4 vol. in-4, tom. III, p. 330-343.

tiens auraient voulu faire dans l'Asie centrale, où ils ne pouvaient pénétrer qu'en traversant des pays mahométans. Ce ne fut que lorsque les Mongols vinrent camper en Crimée et en Arménie, que les marchands italiens purent parcourir l'Asie à leur suite. Ces peuples, dont les prodigieux succès avaient frappé les Chrétiens de stupeur, n'avaient pu s'étendre vers l'Occident qu'en refoulant les Musulmans; ils semblèrent donc des alliés naturels aux Européens, qui cherchèrent à se mettre en rapport avec eux de toutes les manières. Assez indifférens en matière de religion, les Mongols accueillirent favorablement les envoyés du pape chargés de leur apporter l'Évangile, et plusieurs fois le bruit de leur conversion se répandit parmi les Chrétiens. Il n'en fallut pas davantage pour attirer, à la cour du grand Khan, des moines, des marchands, des esprits aventureux, qui tous se flattaient d'exploiter ces peuples à leur manière. C'était ordinairement par la mer Noire qu'ils allaient chercher les Mongols; parvenus aux avant-postes de cet immense campement qui couvrait toute l'Asie, ils s'annonçaient presque toujours comme des envoyés des princes chrétiens, et ils étaient successivement escortés de poste en poste, et de

chef en chef jusqu'à la tente noire, à Kara-Koroum. Tels étaient les liens et l'obéissance qui attachaient toutes les parties de cet immense empire, que l'étranger le plus obscur, arrivant aux frontières, était sûr d'être envoyé à la capitale dès qu'il en exprimait le désir. Enorgueillis par la victoire, les Mongols croyaient toujours que les moines envoyés pour les convertir, étaient des ambassadeurs des Francs chargés de payer le tribut. Il n'entre pas dans notre plan de parler de la puissance de ces peuples, ni du luxe de leur capitale et des arts qui y étaient cultivés; nous voulons seulement constater ce fait, que Kara-Koroum fut un instant le centre du monde, et que des contrées les plus éloignées, la politique et le commerce y attiraient une foule d'étrangers. Ce ne fut pas par des recherches lentes et laborieuses, ni par des efforts persévérans et répétés que l'on parvint à la connaissance de l'Asie centrale et orientale; les voyages des Nestoriens étaient entièrement oubliés en Occident, et depuis plusieurs siècles, l'empire des Arabes barrait le chemin aux voyageurs là où les steppes et les déserts ne le barraient pas. Par les invasions des Mongols tous les obstacles furent aplanis; l'empire des califes s'écroula, les haines

religieuses se calmèrent , les peuplades barbares furent asservies ou détruites, et il n'y eut plus ni déserts ni distances pour des hommes qui , avec un sac de millet et un peu de lait aigre , pouvaient faire mille lieues. Aussi , malgré leurs jeûnes et leur abstinence habituelles , ces malheureux moines , auxquels le pape confiait le soin d'aller prêcher la foi chez les Mongols , ne se plaignaient que d'une chose : c'était d'avoir toujours faim. Lisez Rubruquis , frère Ascelin , Plan-Carpin , ils parlent toujours , dans leurs relations , des privations auxquelles ils étaient astreints (1) ; ils trouvent le millet et le lait aigre trop peu nourrissons , et ils sembleraient prêts à se consoler du non-succès de leur mission apostolique , s'ils pouvaient obtenir de leurs hôtes un petit morceau de mouton ; mais le mouton était rare à Kara-Koroum , et ces gens qui distribuaient en présent , en une seule journée , cinq cents cha-

1) *Bergeron , Recueil de Voyages , La Haye , 1735 , 2 vol. in-4 , tom. I , Voyage de Plan-Carpin . col. 7. 10, 21, 27 , et Voyage de Rubruquis , col. 1, 11, 24, 27, 49, 68, 79, 82, 91.*

riots remplis d'or, d'argent et de soie (1), qui avaient un équipage de chasse composé de dix mille chiens et de dix mille fauconniers (2), et qui s'envoyaient, pour étrennes, cent mille chevaux harnachés et cinq mille éléphants chargés de riches cadeaux (3), étaient d'une sobriété à effrayer les cénobites chrétiens : il n'est donc pas extraordinaire qu'une telle nation, guidée par des hommes de génie, et se levant dans des circonstances favorables, ait pu soumettre en quelques années tous les peuples qui l'entouraient. Quelques-uns des moines italiens qui, vers le milieu du treizième siècle, furent envoyés successivement par les papes, à la cour des Mongols, décrivirent la route qu'ils avaient suivie sans augmenter nos connaissances sur l'Asie ; ce sont des marchands vénitiens qui ont levé le voile qui nous cachait l'Asie Centrale et Orientale. En 1250, Nicolas Polo, animé de l'esprit aventureux qui distinguait son époque, quitta

(1) *Bergeron, Recueil*, tom. I, *Voyage de Plan-Carpin*, col. 20.

(2) *Marco Polo, il milione, pubblicato e illustrato dal Baldelli*, Firenze, 1827, 2 vol. in-4, tom. I, p. 83-84.

(3) *Marco Polo, il milione*, tom. I, p. 79, et tom. II, p. 188.

Venise, de grandes richesses, une jeune femme enceinte, et se lança en Asie avec son frère Mathieu. Des côtes de la mer Noire ils allèrent en Arménie, puis en Perse, et enfin à la cour du grand Khan : là, ils gagnèrent les bonnes grâces de Cublaï qui les chargea de fonctions importantes. Après plusieurs années de séjour en Mongolie, les deux frères voulurent rapporter leurs richesses en Italie, et revoir leur famille : ils quittèrent donc la cour de Cublaï, qui les chargea d'une mission diplomatique auprès du pape. Leur voyage dura trois ans, et lorsqu'ils arrivèrent à Venise, la reconnaissance se fit avec des particularités qui semblent empruntées aux Mille et une Nuits (1). Nicolas y trouva son fils, Marco, qui était né en 1251, et qu'il n'avait jamais vu. Leurs affaires et celles du pape les retinrent deux années en Europe; en 1271, Nicolas, Mathieu et Marco, quittèrent Venise et se dirigèrent vers Saint-Jean-d'Acre, de là ils allèrent en Arménie; mais rappelés par le nouveau pape, ils ne purent se mettre en route, pour la cour du grand Khan, que dans l'année suivante.

(1) *Ramusio, viaggi*, tom. II, préf.

Deux ecclésiastiques que le pape leur avait donnés pour les accompagner, les quittèrent au bout de peu de temps. Enfin, en 1275, ils arrivèrent de nouveau auprès de Cublaï, qui les combla de distinctions et d'honneurs. Bientôt ils furent chargés de différentes missions par l'empereur. Marco-Polo fut forcé de parcourir successivement presque toute l'Asie, et cela lui procura les moyens de recueillir les matériaux qui devaient plus tard lui servir à rédiger sa relation. On le voit en effet, tantôt présidant au siège de Syangyang-fu, et construisant, à l'aide d'ouvriers chrétiens, des balistes à la manière occidentale (1), tantôt ambassadeur dans les contrées les plus reculées, tantôt naviguant sur l'Océan indien et s'avancant jusqu'à Java. Enfin, après vingt-et-un ans d'absence, il obtint à grand'peine de pouvoir retourner dans sa patrie. En partant, Marco-Polo reçut de Cublaï une marque extraordinaire de confiance : il dut conduire une de ses parentes à la cour d'Argun, en Perse. Polo s'em-

(1) *Marco Polo, il milione*, tome I, p. 133, et tome II, p. 311.

barqua avec elle à Sumatra, en octobre 1292; après une navigation qui dura dix-huit mois, il parvint à Ormuz, s'acquitta de sa mission; et après trois ans d'un voyage long et pénible, il arriva en 1295 à Venise. A peine de retour Marco-Polo, qui avait passé sa vie loin de son pays, et qui bien que connaissant toutes les langues principales de l'Asie, avait presque oublié la sienne (1), n'hésita pas un instant à remplir ses devoirs de citoyen qui, à cette époque, se bornaient trop souvent, en Italie, à combattre pour sa ville natale contre d'autres villes italiennes; il combattit à Curzola (2), contre les Gênois; fut pris et conduit, en 1298, dans les prisons de Gênes. Là il dicta, peut-être en français (3), la relation

(1) *Marco Polo, il milione*, tom. I, p. XII.

(2) Ou Scurzola, car l'endroit de la bataille est appelé Curzola par Ramusio, et Scurzula (ou Scrizola) par Stella (*Ramusio, viaggi*, tom. II, préf.—*Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. XVII, col. 985).—Villani dit que la bataille eut lieu près de l'île de Scolcola (*Villani, Giov., storia*, p. 305, lib. IV, cap. 24).

(3) On a beaucoup disputé pour savoir dans quelle langue Marco-Polo avait dicté sa relation. Ramusio dit qu'il la dicta en latin (*Ramusio, viaggi*, tom. II, préf.); Baldelli et les écrivains français assurent qu'elle fut d'abord rédigée en français (*Marco Polo, il milione*, p. X et suiv., *Storia del milione*, cap.

de ses voyages, à un prisonnier qui, dans les manuscrits, est appelé Pisan, soit qu'il fût de Pise, soit qu'il fût de la famille Pisani de Venise (1). L'année suivante, la paix, entre les deux républiques, lui permit de revoir sa patrie où il mourut dans un âge avancé. (2)

XIII et suiv. — (*Journal asiatique*, Mai 1833): Apostolo Zeno affirmait qu'elle avait été écrite en patois ou en italien (*Fontanini, biblioteca italiana*, Venezia, 1735, 2 vol. in-4, tom. II, p. 270-2). La question est fort difficile, et elle ne nous semble pas encore résolue. Il est vrai qu'il est à-peu-près hors de doute que la plupart des relations italiennes que l'on connaît, sont des traductions du français, comme le prouvent ces passages : *le tre nobili città di Saja-fu*, le rhinocéros qui *ista molto valentieri tra li buoi*, et celui où il est parlé du roi *Saddir* (*Marco Polo, milione*, tom. I, p. 98, 133, et 160-161). Mais d'autre part, l'autorité de frère Pipino donnera toujours beaucoup de poids à l'opinion d'Apostolo Zeno; et d'ailleurs l'ouvrage a pu être traduit anciennement en français, et puis retraduit en italien. Baldelli est, au reste, forcé d'admettre que Marco-Polo, après la première édition française, en a fait d'autres en italien et en vénitien (*Marco Polo, milione*, tom. I, p. x-xi, etc.). Voyez aussi *Zurla, dissertazioni di Marco Polo*, etc. Venezia, 1818, 2 vol. in-4. tom. I, p. 13-40.

(1) Dans les manuscrits on trouve tantôt *Rusca*, tantôt *Rustichello*, ou Rusticien de Pise ou Pisan, et quelquefois même *Stazio* de Pise (*Marco Polo, milione*, tom. I, p. ix et x. — *Delizie degli eruditi Toscani*, tom. II, p. 183. — *Journal asiatique*, Mai 1833, etc.).

(2) Malheureusement pour Venise, on ne sait pas l'époque

Il faudrait un volume entier pour rendre compte des découvertes de Marco Polo. Dans sa trop courte relation, il a révélé à l'Europe l'existence de nations et de contrées dont on n'avait aucune idée avant lui : il a fait faire d'immenses progrès à la cosmographie et à la géographie physique. Personne n'a découvert autant de nouvelles régions : il a tracé les limites orientales de l'ancien continent : la Chine, dont nos ancêtres avaient à peine soupçonné l'existence, l'Inde et l'Océan indien, qu'ils avaient si mal décrits, l'Asie centrale, où ils n'avaient jamais pénétré, furent connus grâce à Marco Polo, qui nous a conservé une foule de faits curieux sur les pays qu'il a parcourus. Après cinq siècles de recherches, il existe des contrées qu'on ne connaît que d'après ce qu'en dit le voyageur vénitien, et plusieurs nations asiatiques n'ont même d'autre histoire que celle qu'il en a tracée. Il fallait un empire comme celui des Mongols, et un homme comme Marco Polo, pour qu'un seul voyageur pût découvrir et décrire tant de pays

de la mort de Marco Polo. C'est assez dire que les Vénitiens oublièrent de lui élever un monument.

à la fois. L'empire de Genghiskhan s'est écroulé, mais les travaux et les découvertes du voyageur vénitien vivront encore une longue suite de siècles.

Les relations que nous possédons de ce voyage presque fabuleux ne sont, vraisemblablement, qu'un abrégé ou une espèce d'introduction destinée à préparer le public à un plus grand ouvrage. Néanmoins la sagacité de Polo est telle, les courtes descriptions qu'il donne de chaque pays, les caractères qu'il assigne à chaque peuple, les faits saillans qu'il raconte sont si vrais et si frappans, que cet abrégé présente encore l'ensemble le plus complet de connaissances que l'on ait sur l'Asie centrale. Le voyageur s'attache surtout à faire connaître les produits des arts et des manufactures des contrées qu'il a parcourues, et il n'a pas seulement contribué personnellement aux progrès des sciences en Europe, mais il y a contribué encore par les connaissances et les découvertes des peuples orientaux qu'il a transportées en Occident : il a parlé, dans sa relation, à plusieurs reprises, de la gravure chinoise (1) et du papier monnaie (2); le charbon

(1) *Marco Polo, milione*, tom. II, p. 199.

(2) *Marco Polo, milione*, tom. I, p. 89.

de terre (1), la porcelaine, l'organisation des postes (2), ont été indiqués par lui pour la première fois, et ces indications ont dû avoir beaucoup d'influence sur ce qui depuis a été fait d'analogue en Occident. On se demandera peut-être comment il se fait que d'un homme si prodigieux il ne nous soit resté que si peu de chose, et que nous en soyons réduits encore à chercher dans quelle langue il a dû rédiger ou dicter d'abord sa relation, sans que l'auteur ait rien fait pour en laisser une bien authentique et suffisamment développée. Cela tient probablement à l'accueil que Polo reçut dans son pays : cet homme dont les assertions se confirment toujours davantage à mesure que l'on s'avance dans l'intérieur de l'Asie, fut tourné en ridicule par ses concitoyens et traité de menteur. Lui qui avait vu de si grandes villes, de si grands

(1) *Marco Polo, milione*, tom. I, p. 95, et tom. II, p. 212.

(2) *Marco Polo, milione*, tom. I, p. 92, et tom. II, p. 207-209. — Dans la rédaction italienne du *Milione*, on trouve toujours le mot *posta* que la Crusca n'a cité que d'après des ouvrages beaucoup plus modernes. On sait qu'un des ancêtres du Tasse a introduit le premier les postes en Italie, au treizième siècle, qu'on avait abandonnées depuis la chute de l'empire romain (*Serassi, vita del Tasso*, Roma, 1785, in-4, p. 7).

empires, et qui à chaque instant était forcé à parler de millions, ne retira qu'un sobriquet de toutes ses découvertes (1). L'accueil fait à son premier ouvrage lui ôta probablement l'envie d'en produire un second qui, destiné à développer son récit, aurait fait encore plus d'incrédules. Le treizième siècle, qui fit de si grandes choses, et prépara la splendeur de l'Italie moderne, récompensa bien mal les hommes qui ont fait le plus pour la gloire des sciences. Nous avons vu en 1200 le père de l'algèbre moderne être appelé *fainéant* par les Pisans; la fin du treizième siècle fut marquée par une injure du même genre, faite à Marco Polo. A Pise, c'étaient des marchands qui méprisaient celui qui ne passait pas son temps à gagner quelques sous dans un comptoir. A Venise, d'autres marchands craignant d'être séduits par de trop belles promesses, tournaient en ridicule les grandes choses qu'on leur racontait. Après de tels exemples, auxquels plus tard nous devons en ajouter tant d'autres,

(1) Voyez ci-dessus p. 26. Fibonacci et Marco Polo ont été pendant leur vie également méconnus par leurs concitoyens, et après leur mort leurs cendres ont été également oubliées.

il serait difficile de soutenir que la protection fait les grands hommes. (1)

Malgré l'indifférence des Vénitiens, les découvertes de Marco Polo produisirent un effet prodigieux en Italie. Les historiens du quatorzième siècle le citent souvent de manière à montrer combien elles avaient frappé l'imagination de ses contemporains (2). D'ailleurs pendant qu'il nous faisait connaître l'Asie orientale, un autre Vénitien, Marino Sanuto, apprenait pour la première fois à l'Europe que l'Afrique était entourée par la mer. (3). Dans un siècle si aventureux, et

(1) Si je reviens plusieurs fois sur cette idée, c'est que même des esprits supérieurs se sont laissés prendre à cette influence prétendue de la protection des princes. Ainsi, par exemple, Bailly, après avoir posé en principe la nécessité de cette protection, a déduit de là tout naturellement : que les sciences *n'ont jamais fait beaucoup de progrès dans les républiques* (Bailly, *histoire de l'Astronomie moderne*, Paris, 1779, 3 vol. in-4, tom. I, p. 141); et Voltaire, tout en reconnaissant qu'elle avait manqué en Italie, a considéré cela comme un fait étonnant (*Voltaire, OEuvres*, tom. XVII, p. 376; *Essai sur les Mœurs*, cap. 82).

(2) *Villani, Giov., storia*, p. 115, lib. V, cap. 29. — Dans quelques rédactions on a fait précéder le récit des voyages de Marco Polo d'une introduction semblable à celles qu'on mettait aux romans de chevalerie (*Marco Polo, milione*, tom. I, p. 1).

(3) Les cartes géographiques de Marino Sanuto (qui écrivait

avec des hommes si énergiques, il était impossible que l'exemple de ces célèbres voyageurs ne portât pas ses fruits; aussi, verrons-nous, dans les siècles suivans, l'ardeur, pour les voyages, s'emparer à-la-fois de toutes les villes d'Italie (1), et amener des résultats inespérés. Mais le plus beau de tous les résultats qui sont dus à l'influence de Marco Polo, c'est d'avoir poussé

vers 1321) sont les premières cartes chrétiennes, où l'on voit l'Afrique entourée par la mer. Il avait appris cela des Arabes dans ses voyages en Orient. Ibn Alwardi avait déjà fait des cartes semblables en 1232 (*Gesta Dei per Francos*, tom. II, p. 285. — *Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque du roi*, tom. II, p. 20 et 54). La vraie forme de l'Afrique se trouve indiquée dans plusieurs manuscrits écrits en Italie au commencement du quatorzième siècle. Ainsi, le manuscrit latin n° 4939, in-fol. de la Bibliothèque du roi, qui contient une histoire universelle et qui semble avoir été écrit vers 1325, en Italie, contient une carte où le contour de l'Afrique est assez bien indiqué.

(1) Marco Polo a peut-être inspiré au Beato Oderico sa relation : ne pouvant pas décrire les voyages des Frères Mineurs en Asie, nous nous bornons à les indiquer ici pour montrer comment il a pu se faire que des connaissances asiatiques, que les Arabes ne nous avaient pas données, soient arrivées au moyen-âge en Europe. Les lettres que Bartolomeo da San Concordo recevait *des Indes*, sont une nouvelle preuve des fréquentes relations qu'au quatorzième siècle les Chrétiens avaient avec les Orientaux (*Concordio, da San, ammaestramenti*, Milano, 1808, in-8, p. xv).

Colomb à la découverte du nouveau monde. Colomb, jaloux des lauriers de Polo, passa sa vie à préparer les moyens d'arriver à cette Cipangu tant vantée par le voyageur vénitien; il voulut aller à la Chine par l'Occident, et il rencontra sur son chemin l'Amérique.

Les Italiens, si riches en ouvrages spéciaux, n'eurent presque pas, à la renaissance, de ces grandes encyclopédies, qui furent si à la mode en France et dans d'autres contrées de l'Europe; et ils n'ont rien à opposer à la grande encyclopédie, appelée le *Quadruple Miroir*, de Vincent de Beauvais. Ce goût qu'eurent les Français pour les encyclopédies, et qui probablement leur avait été inspiré à-la-fois par l'exemple des Orientaux et par l'étude des ouvrages d'Aristote, qui embrassent presque toutes les connaissances humaines, eut beaucoup de difficulté à passer les Alpes. Ce n'est pas que l'Italie manquât d'esprits doués d'une grande variété de connaissances; mais les hommes les plus éminens s'appliquèrent tous à la poésie. Les véritables encyclopédies italiennes sont en vers; nous en verrons plus tard la preuve en examinant les poèmes de Dante, de Cecco d'Ascoli, de Fazio degli Uberti, de Federigo Frezzi, de Goro Dati. Le seul ou-

vrage spécialement encyclopédique que les Italiens puissent citer, c'est le *Trésor*, de Brunet Latin de Florence, et encore ce *Trésor* a-t-il été écrit pendant que l'auteur était en France. Dans cet ouvrage, qui fut de bonne heure traduit en italien par Buono Giamboni (1), Brunet paraît avoir voulu donner un abrégé de toutes les sciences. Il l'a divisé en trois parties qui comprennent les sciences historiques physiques et natu-

(1) Les deux éditions de 1474 et de 1533 de la traduction italienne du *Trésor* diffèrent entre elles par le nom des grandes divisions dans lesquelles l'ouvrage est partagé, et par de légères différences de rédaction ; mais la matière est la même. L'édition de Trévise est divisée en trois livres et subdivisée en huit parties. Celle de Venise est partagée en deux parties et en neuf livres (*Latini, B., Tesoro, Trévise, 1474, in-fol. — Latini, B., Tesoro, Venezia, 1533, in-8*). L'original français n'a jamais été publié, mais je compte le faire paraître bientôt dans la *Collection des documens relatifs à l'histoire scientifique de la France*, dont je suis chargé de diriger la publication. En plusieurs endroits, il diffère notablement de la traduction ; mais ces différences ne sont pas très faciles à constater, car les divers manuscrits ne se ressemblent pas. Dans un manuscrit du *Trésor* que je possède, qui provient de la bibliothèque d'Aguesseau et qui semble être du commencement du quatorzième siècle, l'ouvrage est divisé en trois livres, et contient 397 chapitres : ce manuscrit, rempli de miniatures curieuses, est plus ancien et plus complet qu'aucun de ceux de la bibliothèque royale. J'aurais dû peut-être donner ici un

relles, les belles lettres, et les sciences morales et politiques (1). La partie historique qui commence par la Genèse est précédée d'un petit traité de théologie métaphysique; l'éthique est celle d'Aristote. La partie qui se rapporte aux sciences physiques et naturelles contient quelques faits intéressans. Nous avons déjà indiqué un passage sur la polarité de l'aimant (2), qui semble indiquer que l'aiguille aimantée n'était pas encore suspendue au temps où Brunet écrivait. On trouve dans le *Trésor* la

essai sur l'histoire des encyclopédies, et montrer ce que Brunet a pu emprunter à d'autres encyclopédies, telles que l'*Hortus deliciarum* de l'abbesse Herrade, le *Breviari d'amor*, l'*Image du monde*, le *Miroir* de Vincent de Beauvais, etc.; mais ces recherches m'auraient mené trop loin, et je les réserve pour l'édition du *Trésor*.

(1) Voici la division du *Trésor*, telle qu'elle se trouve en tête de l'édition de Trévise: « Qui comincia la tavola nel tesoro di ser Brunetto Latini di fiorenza: el qual a compartito el suo volume in tre libri. El primo libro e divisato in tre parti. Nella prime parte tratta del nascimento de la natura di tutte cose. Nella seconda tratta del nappa mondo. Nella terza delli animali. El secondo libro e divisato in due parti. Nella prima tratta della ethica d'aristotile. Nella seconda delli ammaestramenti de vizii. El terzo libro e divisato in due parti. Nella prima tratta della Rethorica e bel parlare. Nella seconda: della politica cioe del governamento di ciascuno.

(2) Voyez ci-dessus, p. 64.

connaissance de la rondeur de la terre (1), et de la gravité qui augmente à mesure qu'on approche du centre; l'indication des marées, et quelques observations curieuses sur les fontaines (2). Outre le *Trésor*, Brunet Latin a laissé plusieurs autres ouvrages, et il est l'un des premiers qui se soient appliqués à fixer la prose italienne. On a prétendu que son petit poème, le *Tesoretto*, avait inspiré à Dante l'idée de son voyage dans la région des morts; mais pour croire cela il faut n'avoir jamais lu cet ouvrage. Villani dit que Brunet avait fait revivre les bonnes études à Florence, et contribué beaucoup à l'instruction des Florentins (3). Dante qui,

(1) *Latini, B., Tesoro*, Venetia, 1533, in-8, f. 42. — Brunet, dans le même chapitre, dit que la sphère est un maximum de solidité (ibid. f. 41). Une chose qu'il faut remarquer, c'est que Brunet ne savait pas que l'Afrique fût entourée par la mer, et qu'il suivait les idées des anciens sur la géographie de l'Asie. Ce qui prouve encore une fois que ce sont Marco Polo et Sanuto qui ont réformé la géographie des Occidentaux.

(2) Ibid. f. 42, 64 et 67.

(3) *Villani, Giov., storia*, p. 297, lib. VIII, cap. 10. — Villani dit au même endroit que Brunet avait écrit le *Chiave del Tesoro*; nous ne savons pas que cet ouvrage existe à présent nulle part. Brunet, que Villani appelle grand philosophe et grand maître en rhétorique, est appelé aussi grand mathématicien et physicien par Landino (*Dante, cantica, col commento del Landino, apologia di Firenze*).

au reste, ne lui a pas montré beaucoup de reconnaissance, fut son élève. Brunet, qui avait été mêlé à toutes les affaires politiques de son pays, et qui avait été chargé plusieurs fois de missions diplomatiques en Espagne, en France et ailleurs, était, comme tous les Florentins de son temps, doué d'une grande énergie. Ce n'est donc pas seulement sur l'esprit du Dante, mais sur son caractère qu'il a dû agir, et l'exemple d'un homme aussi énergique n'a pas dû être perdu pour l'âme de fer d'un tel disciple. Pour montrer jusqu'à quel point était poussée la fierté et l'inflexibilité de Brunet, il suffit de citer un fait rapporté par un ancien commentateur du Dante. Christophe Landino raconte que Brunet, ayant commis une légère erreur dans la rédaction d'un acte, pendant qu'il était notaire de la république, aima mieux se faire condamner pour faussaire que d'avouer sa négligence, et que ce fut à cette occasion que, exilé de son pays, il vint s'établir en France (1). Landino ne s'accorde pas avec les chroniqueurs qui disent que Brunet Latin, surpris par la bataille

(1) *Dante cantica, col commento del Landino*, Inferno, cant. xv.

de Monteaperti, lorsqu'il revenait de son ambassade d'Espagne, s'arrêta en France et y composa le *Trésor*; mais ce récit indique assez quelle était l'opinion que l'on avait de la fierté de Brunet.

Le treizième siècle a été mal apprécié : on a été ébloui de la gloire du quatorzième, et l'on n'a pas pensé à toutes les grandes choses que les Italiens avaient faites dans le siècle précédent. Pour se débarrasser de la langue provençale, les Italiens partent des premières tentatives des Siciliens et de Guittone d'Arezzo, et en moins d'un siècle ils arrivent à Dante. Des villes à peine connues, soumises aux empereurs ou à leurs vicaires, s'ébranlent, se liguent, et après une lutte acharnée, s'élèvent au faite de la gloire et de la splendeur. L'Italie est faible, obscure au douzième siècle, et un siècle plus tard elle devance toute l'Europe. Les villes maritimes se sont emparées du commerce du Levant, et aucune puissance n'ose leur disputer l'empire des mers. Venise et Gênes règnent sur l'Archipel. Les Pisans s'emparent des îles de la Méditerranée et occupent les côtes de l'Afrique. Des marchands florentins ont des comptoirs en Angleterre et en France, et ils soutiennent de leur crédit les prétendants à la couronne. La

liberté municipale s'agrandit et se fortifie au milieu des combats et des factions, et ces luttes continuelles ne font que retremper le courage, et relever le caractère de ces illustres citoyens. Ici l'on voit cette grande figure de Farinata degli Uberti (1), là Dandolo, plus loin Jean de Procida, partout des hommes pour qui la patrie est tout, le reste rien. Les vêpres Siciliennes, moins sanglantes que la Saint-Barthélemy, et qui ne furent pas dirigées contre des concitoyens, montrent comment les Italiens savaient opérer une grande vengeance nationale. Les arts renaissent, et des pâtres quittent leur troupeau pour aller élever des monumens qui frappent d'admiration la postérité (2). La cathédrale de Florence montre ce que furent ces architectes, et prouve qu'à cette époque la mécanique n'était pas ignorée. Des enfans pauvres et abandonnés sur la place publique, chargés, comme Tad-

(1) En empêchant les Gibelins de détruire Florence, Farinata a bien mérité de la civilisation européenne. Si cette ville eût disparu dès le treizième siècle, on n'aurait probablement pas eu Dante, Pétrarque, Boccace, Giotto, Brunellesco, Michel-Ange, Léonard de Vinci, Machiavel, Galilée. On ne peut pas calculer quel aurait été le résultat de cet immense vide.

(2) Tout le monde sait que Cimabue rencontra Giotto dessinant sur une pierre les brebis qu'il gardait.

deo (1), des fonctions les plus ignobles, se réveillent un beau jour, décidés à être des hommes supérieurs et le deviennent. Ainsi fit Accurse, le premier des jurisconsultes de son temps, qui s'occupa aussi de philosophie naturelle (2). Ainsi firent Jean-André, qui fut appelé le prince des Canonistes (3), et Pierre des Vignes, dont Frédéric II récompensa si mal les services (4). Les lois

(1) Villani dit que Taddeo vendait de petites bougies à ceux qui voulaient les allumer dans la chapelle de Saint-Michel de Florence (*Villani, Filippo, vite*, p. 22).

(2) *Villani, Filippo, vite*, p. 19 et 104. — En 1396, la république de Florence décréta qu'il lui serait élevé un tombeau, ainsi qu'à Dante, Pétrarque, Boccace, et Zanobi da Strada : mais ce décret ne reçut jamais d'exécution (*Ammirato, storie fiorentine*, Firenze, 1647-1641, 5 vol. in-fol., tom. II, p. 855). On sait qu'un autre étudiant dit, en le voyant entrer déjà avancé en âge dans la salle où Azzone donnait ses leçons : « *Bene veniat vitula ista !* » A quoi Accurse répondit : « *Tarde veni, sed cito me expediam.* » Et il tint parole. (*Alidosi, appendice al libro delli Dottori Bolognesi*, Bologna, 1623, in-4).

(3) *Villani, Filippo, vite*, p. 59. — Arrigo da Settimello, fils d'un paysan, devint illustre par son savoir, et finit sa vie dans la plus cruelle misère, par la persécution de l'évêque de Florence (*Villani, Filippo, vite*, p. 35).

(4) Bonatti (*Decem tract. astronom*, tract. V, cons. 141) cite beaucoup d'autres illustres Italiens qui étaient sortis des dernières classes du peuple ; il dit de Pierre des Vignes, « *qui cum esset scholaris bononie mendicabat nec habebat quid comederet.* »

comme les arts furent relevés par les Italiens. Tout alors se faisait avec passion; un chien devenait le sujet d'une guerre à mort entre Pise et Florence : mais ces hommes, si ardens dans les guerres et dans les factions, ces hommes, toujours prêts à donner leur vie pour défendre un principe, portaient le même enthousiasme dans les arts, dans la poésie, dans la culture des lettres et des sciences. On ne s'était pas encore courbé sous le poids des intérêts matériels; d'autres sentimens faisaient battre ces nobles cœurs. Cette vie aventureuse, cette ardeur qu'ils mettaient à tout, fut la cause de leur gloire. Un siècle qui a fait tant de choses et auquel les sciences doivent l'*Abbacus* de Fibonacci, et le *Milione* de Marco-Polo, mérite une attention particulière; il serait glorieux parmi tous les âges, n'eût-il fait que léguer Dante au siècle suivant.

On a dit souvent que les hommes extraordinaires ne peuvent s'élever que là où les masses ne sont rien, et que ce n'est que dans un état social à demi barbare que l'individu peut déployer toute sa puissance. Mais sans parler d'Athènes, l'histoire de la république de Florence suffirait seule pour prouver le contraire : là tous les hommes prenaient part aux affaires publi-

ques ; souvent plus ils étaient obscurs , plus ils étaient près du pouvoir. Lorsque le gouvernement de Florence voulait punir une famille , il la déclarait noble ; et dès-lors elle avait perdu tous les droits politiques (1). Jamais l'instruction n'a été aussi répandue , et l'on voit par le récit d'écrivains contemporains , que là comme à Athènes , des âniers , des serruriers et des pâtres se délassaient de leurs rudes travaux en chantant les vers des poètes contemporains (2) , tandis que d'autres , plus hardis , quittaient leur humble profession pour donner un libre essor à leur génie dans la poésie et dans les arts , ou pour se mettre à la tête de la république. Dans cet état si démocratique , dans cette ville si marchande , sont nés des hommes qui , par leur intelligence et par leur caractère , se placent au pre-

(1) Les nobles étaient appelés magnats à Florence : or , d'après les statuts , on devenait magnat , « pro homicidio , pro veneno... pro furto... pro incestu » (*Statuta Florentiæ* , Friburgi , 1781 , 5 vol. in-4 , tom. I , p. 429). — On voit que les Florentins n'aimaient pas les nobles.

(2) *Sacchetti* , *Novelle* , Firenze , 1724 , 2 vol. in-8 , Nov. 114 et 115. — Un fait qui mérite d'être signalé , c'est que la plupart des meilleurs manuscrits italiens qui se conservent encore dans les bibliothèques ont appartenu à des ouvriers florentins. Sans les auto-da-fé ordonnés par Savonarola , il en resterait bien plus.

mier rang de ce que l'humanité a produit de plus beau. Les chroniqueurs nous les montrent usant leur jeunesse à peser de la laine et de la soie, et ils s'étonnent que ces mêmes hommes qui avaient passé tant d'années dans une si humble condition, et qui, pour gagner quelques liards, se courbaient sous de lourds fardeaux, pussent tout-à-coup, en sortant du comptoir, briller d'une si vive lumière (1). Si ce fait étonnait ceux qui avaient vu Taddeo quitter à trente

(1) *Varchi, storia*, p. 266, lib. IX. — Pour se faire une idée de ces marchands florentins, il suffira de se rappeler que *tous les ambassadeurs* que reçut Boniface VIII pour le jubilé de l'an 1300 étaient des Florentins. Voltaire a supposé que ces ambassadeurs étaient dix-huit, et qu'ils n'étaient envoyés que par les différentes villes d'Italie (*Voltaire, OEuvres*, tom. XVII, p. 375; *Essai sur les mœurs*, cap. 82). Le fait est qu'ils n'étaient que douze, mais qu'ils représenterent tous les princes qui envoyèrent des ambassadeurs au pape. Le roi de France, ceux d'Angleterre et de Bohême, l'empereur d'Allemagne, le Grand-Khan des Mongols, choisirent tous des ambassadeurs florentins. Un écrivain du temps raconte que le pape, stupéfait, demanda trois fois aux cardinaux : « Qualis Civitas est Florentina? » et qu'un cardinal espagnol lui ayant enfin répondu : « Domine, civitas Florentina est una bona Civitas. » Le pape lui répliqua : « O Male Hispane, quid est hoc quod dicis? Imo est melior civitas hujus Mundi. Nonne qui nutriunt nos, et regunt et gubernant, et Curiam nostram sunt Florentini? Etiam totum Mundum videntur regere et gubernare. Nam omnes Ambaxiatores, qui istis temporibus ad nos per Reges, Ba-

ans ses petites bougies pour devenir le premier médecin de l'Europe; qui avaient vu Giotto abandonner ses moutons pour aller éclipser la gloire de Cimabue et élever le clocher de Sainte-Reparate; qui enfin avaient vu Dante sortir du milieu des apothicaires pour devenir ce qu'il a été, combien ce phénomène n'a-t-il pas lieu de nous étonner, nous qui nous sentons comme écrasés par l'esprit commercial, et qui crions sans cesse que la démocratie nous déborde, et qu'elle empêche les sommités de s'élever? Ce ne sont donc pas quelques connaissances superficielles et incomplètes, semées dans les masses, qui pourraient diminuer la puissance de l'individu. Non, c'est le caractère et non pas l'esprit qui fait les grands hommes, et lorsqu'on les voit surgir en foule dans une même époque, on doit reconnaître que la société où ils abondent est moins corrompue et plus fortement trempée que celles qui en manquent. A Florence, l'esprit mercantile paraissait avoir tout envahi, la dé-

rones, et communitates sunt directi, Florentini fuerunt.... et ideo quum Florentini regant et gubernent totum mundum videtur mihi quod ipsi sunt quintum elementum » (*Bandini, catalogus codicum latinor. bibliothecæ medicæ laurentianæ*, Florent., 1775, 5 vol. in-fol., tom. IV, col. 193-196, plut. XXVI, cod. 8).

mocratie régnait sans partage : des pères déshéritaient leurs enfans s'ils passaient une année sans travailler (1); des lois somptuaires semblaient compter les bouchées de viande que l'on pouvait avaler. Mais toute considération cédait au sentiment de la gloire nationale, et jusque dans le quinzième siècle on trouve dans les statuts de la république que, si un citoyen déclarait qu'il voulait convier des étrangers, et les traiter de manière à faire honneur à la patrie, à l'instant toute loi somptuaire devait se taire pour lui (2). Ces hommes, si parcimonieux dans leur intérieur, ne craignaient pas de prodiguer leurs trésors pour résister à une agression (3) : ces temples superbes que l'on suppose avoir

(1) Voici ce que disait au quatrième siècle dans son testament un riche bourgeois de Florence en parlant de ses fils : « Quod si (quod absit) aliquis ex eis a decimo sexto suæ ætatis anno usque ad trigesimum quintum annum vagabundus extiterit, si quod neque mercator, neque artifex fuerit, neque aliquem artem licitam et honestam fecerit realiter, et sine fictione, talem filium suum condemnavit in fl. 1000 auri. » (*Manni, sigilli*, Firenze, 1739 et suiv., 30 vol. in-4, tom. XI, p. 106).

(2) *Osservatore fiorentino*, Firenze, 1821, 8 vol., in-8, tom. IV, p. 16. — Les *Ensenj* de l'archevêque de Florence, montrent quelle était la frugalité de ces temps-là (*Osservatore fiorentino*, tom. II, p. 79).

(3) *Dati, Goro, storia*, Firenze, 1752, in-4, p. 128.

été élevés par une ardente dévotion, étaient avant tout consacrés à la gloire nationale. Florence commanda à des *maîtres-maçons* (1) de bâtir la plus belle église du monde, et elle fut obéie. Mais les temps sont bien changés :... les Florentins ne passent plus leur vie dans un comptoir.

Elevé à cette école énergique du treizième siècle, Dante naquit cependant à une époque assez avancée pour qu'il n'eût plus à combattre les difficultés d'une société où tout est grossier, tout est à faire. A la naissance du poète, Florence était déjà riche et florissante, et bien qu'elle fût souvent agitée par les factions, le gouvernement y avait pris une forme régulière; la langue commençait

(1) « S'ordina ad Arnolfo capo maestro del nostro Comune, che faccia il modello, o disegno, della rinnovazione di S. Reparata, con quella più alta e sontuosa magnificenza, che inventar nè maggiore, nè più bella, dall' industria e poter degli uomini, etc. » (*Del Migliore, Firenze illustrata*, p. 6). — Quelques personnes ont douté de l'authenticité de ce décret, surtout parce que Del Migliore le rapporte en italien. Mais cet historien est trop exact pour qu'on puisse douter de ce qu'il avance; il est évident qu'ici, comme dans d'autres endroits, il a traduit le décret de la république, qui certainement avait été écrit en latin. D'ailleurs ces expressions étaient dans l'esprit du temps, et les chroniqueurs florentins l'ont souvent employées en parlant de cette cathédrale (*Dati, Goro, storia*, p. 110).

à se fixer; l'antique savoir des Grecs et des Romains perçait de nouveau; mais rien n'était encore assez solidement établi pour que l'imagination la plus hardie pût se trouver gênée dans son vol. Si Dante n'avait été que poète, en écrivant l'histoire des sciences, nous n'aurions pu que vénérer de loin ce grand nom; mais il a été l'homme le plus universel de son époque, le savant le plus profond, et l'observateur le plus habile. Sans avoir la forme d'une encyclopédie, sa *Comédie* est un recueil historique et scientifique, où non-seulement sont exposées toutes les connaissances que l'on avait à cette époque, mais où se trouvent aussi consignées des observations curieuses que l'on chercherait vainement ailleurs. Dante, Alighieri naquit en 1265 d'une ancienne famille qui était sortie de Rome. A chaque vers de son poème, on sent que Dante était très fier de son origine, et qu'il méprisait ceux qui, plus récemment, étaient allés s'établir à Florence. Sa famille était Guelfe, et lui se trouva jeune encore, à la bataille de Campaldino où les Gibelins furent battus, et il s'y distingua. Elevé bientôt aux premières dignités de la république, lorsqu'à l'âge de trente-six ans il fut exilé, il avait déjà été quatorze fois ambassa-

deur (1). Les Guelfes n'avaient pu rester longtemps maîtres absolus de la république, sans se partager en deux factions qu'on appela les Blancs et les Noirs. Après une courte lutte, les Noirs eurent le dessus; les Blancs furent proscrits (2). Dante, qui était alors ambassadeur à Rome, fut condamné à l'exil et à une amende exorbitante; sa maison fut pillée et démolie (3). Deux mois après, il fut condamné à être brûlé vif avec tous ses adhérens (4); et par un raffinement

(1) *Dante, opere*, Venez., 1757, 4 tom. in-4, tom. IV, 2^e part., p. 67.

(2) C'est en haine des Blancs que les Florentins adoptèrent un usage qui est contraire à ce qui se fait dans tout le reste de l'Europe. A Florence, lorsqu'il s'agit de voter par des boules (ou des fèves, comme on le faisait anciennement) blanches et noires, les boules noires sont favorables et absolvent, et les blanches condamnent. De là le mot *imbiancare* pour rejeter. Tout était différent entre ces diverses factions : les armes, le costume, la manière de porter les cheveux ; jusqu'aux tours, dont les crénelures étaient faites différemment (*Osservator fiorentino*, tom. IV, p. 67).

(3) *Delizie degli eruditi toscani*, tom X, p. 94.

(4) « *Ut si quis prædictorum ulli tempore in fortiam dicti Communis pervenerit, talis perveniens igne comburatur sic quod moriatur.* » — Voilà ce que dit Cante d'Agubbio, podestat de Florence, dans sa sentence du 10 mars 1302, qui fut retrouvée par Savioli, et qu'on peut lire dans Tiraboschi (*Storia della lett. ital.*, tom. V, part. 2, p. 448), dans les *Delizie degli eruditi toscani* (tom. XII, p. 258), et dans Dionisi (*Preparazione storica alla nuova edizione di Dante*, Verona, 1806, 2 vol. in-4, tom. I, p. 60).

de cruauté qui n'a cessé d'être usité depuis , on fit de cet arrêt de proscription (rendu sans jugement , et qui n'avait qu'un but politique) un instrument de calomnie , en accusant le grand poète d'extorsions et de péculat. Dante devint alors l'ennemi du gouvernement , et il se laissa même quelquefois transporter jusqu'à maudire son pays. Mais les imprécations qui lui échappent parfois , sont bien rachetées par ces vers magnifiques où il chante la gloire de Florence , qu'il ne compare qu'à Rome , et met au-dessus de toute autre ville (1). En 1304 , il se trouva avec les autres proscrits , au coup de main qu'ils tentèrent sur Florence. On croit voir le génie de la poésie présider à cette entreprise : des témoins oculaires nous représentent les proscrits couronnés d'olivier s'avancant , l'épée à la main , les drapeaux déployés , jusqu'aux portes de la ville ; puis s'arrêtant près d'une église , et là , sans faire

(1) O patria degna di trionfal fama ,
De' magnanimi madre.

Ces vers avaient été publiés d'abord sans nom d'auteur (*Sonettie canzoni di diversi antichi autori toscani*, Firenze, 1527, in-8, f. 128). Mais il fut facile d'y reconnaître l'âme de Dante , et ils se trouvent effectivement parmi ses poésies dans les meilleurs manuscrits (*MSS. français de la bibl. du roi*, n° 7767).

de violence à personne, entonnant des cantiques de paix et attendant que le peuple se déclare pour eux (1). Des causes qui nous sont restées inconnues leur firent quitter la ville au moment où, à ce qu'on assure, ils allaient triompher; et Dante, calomnié comme tous les chefs des entreprises qui n'ont pas réussi, dut dire que ce qui lui pesait le plus dans l'exil était la compagnie avec laquelle il se trouvait (2).

Après cette tentative malheureuse, Dante, qui croyait Florence dominée par une faction perverse, se tourna vers l'empereur, qui, par son inimitié contre les Guelfes, lui faisait espérer un changement de système. C'est d'après ces liaisons surtout que quelques écrivains ont cru que Dante était gibelin, ou l'était devenu après son exil (3). Les Blancs et les Noirs représentaient dans la république l'aristocratie et la

(1) « Vennono da S. Gallo, e sul Cafaggio del Vescovo si schierarono presso a S. Marco, e colle insegne bianche spiegate, e con ghirlande d'ulivo, e con le spade ignude, gridando *Pace*, senza far violenza o ruberia ad alcuno. Molto fu bello a vederli con segno di pace stando schierati. » (*Compagni, Dino, istoria fiorentina*, Firenze, 1728, in-4, p. 65).

(2) *Paradiso*, cant. XVII, v. 61.

(3) Boccace dit que Dante était devenu si gibelin qu'il

démocratie, comme l'avaient fait autrefois les Gibelins et les Guelfes. Le peuple, appuyé par l'Église, eut encore l'avantage contre les Blancs, et les nouveaux aristocrates partagèrent le sort des anciens. Le malheur rapprocha les Blancs et les Gibelins dans l'exil, et ils agirent quelquefois de concert. Plusieurs années après cette tentative contre Florence, Dante fut condamné une troisième fois ; et ce qui semble inconcevable, lui qu'on avait voulu jeter sur un bûcher pour des crimes imaginaires, qui paraissent avoir été souvent imputés aux citoyens que l'on voulait proscrire, ne fut, dans cette troisième sentence, (lancée contre un homme qui avait tenté, les armes à la main, de renverser le gouvernement de son pays) condamné en substance qu'à la peine de relégation (1). Depuis cette époque, Dante n'a pas joui d'un instant de repos. On le voit successivement passer de la retraite la plus

était même capable de jeter des pierres à des enfans qui lui auraient dit du mal des Gibelins (*Boccaccio, opere*, Firenze, 1723, 6 vol. in-8, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 44). Mais dans sa *Commedia*, Dante montre souvent qu'il est resté guelfe. Son colloque avec Farinata degli Uberti le prouve assez (*Inferno*, cant. x, v. 49 et 85).

(1) *Dante, opere*, tom. IV, 2^e part., p. 78.

absolue à la cour de Can della Scala, et fuir bientôt cette cour, où il était en butte à d'ignobles plaisanteries (1), pour se replonger dans la retraite. Un jour on disait de lui qu'il s'était fait moine (2); un autre jour, menacé par l'inquisiteur, il était forcé d'écrire son *Credo* (3). En échange de l'hospitalité qu'il reçoit, il donne l'immortalité. Le chant de Françoise de Rimini a bien payé l'accueil que le poète avait reçu des parens de la victime. L'exil lui était insupportable. Un instant il crut qu'Henri de Luxembourg était destiné à le faire cesser; mais une hostie empoisonnée fit bientôt évanouir ses espérances. Pour échapper à ses angoisses, Dante voyagea sans cesse : il vint à Paris, où il fit admirer sa science

(1) *Arrivabene, il secolo di Dante*, Firenze, 1830, 2 vol. in-8, tom. II, p. 314.

(2) François da Buti, l'un des plus anciens commentateurs de Dante, dit que le grand poète, dans sa première jeunesse, avait pris l'habit de S. François; mais qu'il était sorti du couvent avant de faire ses vœux (*Dante, opere*, tom. IV, 2^e part., p. 58). Le frère Mariano assure aussi qu'avant de mourir, Dante se fit *terziario di san Francesco* (*Dante, opere*, tom. IV, 2^e part., p. 101).

(3) Dans les anciennes éditions, le *Credo* de Dante est précédé d'une introduction qui a été négligée par Quadrio et par les

universelle (1), et on dit même qu'il alla jusqu'à Oxford. De retour en Italie, il continua sa vie errante, et mourut, en 1321, à Ravenne où son cadavre, menacé par un cardinal espagnol, fut avec difficulté soustrait à un supplice posthume (2). Et cependant ce Dante, qui n'avait jamais eu un instant de bonheur depuis qu'il avait quitté son pays, et qui, interrogé par frère Hilaire, sur ce qu'il cherchait dans la vallée sauvage de la Magra, avait répondu après un long silence, *Pacem* (3); cet homme, rongé par le chagrin et malheureux comme Dante devait l'être, a refusé de rentrer dans sa patrie. Ce fait, qui n'est pas

autres modernes éditeurs de ce petit poème. Voici quelques vers de cette introduction qui montrent dans quelles circonstances il a été écrit :

« Credo che Dante fece quando fu accusato per heretico
 « allo inquisitore essendo lui in Ravenna. »

« E venne a bocca a uno inquisitore
 « Che a quel tempo a Ravenna dimorava.
 « Credendo a Dante far gran dishonore
 « Subitamente pur lui che mandava
 « Dicendo con superbia et con furore, etc. »

(*Credo di Dante*, édition S. D. du XV^e siècle, in-4°, à deux colonnes, de quatre feuillets).

(1) *Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 52.— *Villani*, *Giov.*, *storia*, p. 440, lib. IX, cap. 135.

(2) *Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 52-53.

(3) *Ambrosii Traversarii epistolæ*, p. CCCXXI.

assez connu et qui mérite de servir d'exemple éternel à tous les proscrits, est attesté par une de ses lettres en réponse à la proposition qu'on venait de lui en faire. On lui offrait de rentrer à Florence, s'il voulait payer une amende et se présenter lui-même comme une offrande à la Saint-Jean (1); il reprit alors toute sa fierté et demanda : « Si c'était là ce rappel
« glorieux par lequel Dante Alighieri devait,
« après quinze ans d'exil, rentrer dans sa patrie,
« et si son innocence reconnue universellement
« méritait d'être offerte comme un cierge expia-
« toire? » Après avoir écrit cette lettre, qui seule aurait dû lui rouvrir les portes de Flo-

(1) Boccace dit qu'on voulait qu'il restât quelque temps en prison, et puis, qu'il fût offert à la Saint-Jean (*Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 42). Mais Dante, dans la lettre où il refuse cette offre, parle d'une amende, et de l'offrande au jour indiqué (*Dionisii preparazione istorica*, tom. I, p. 71-73. — *Dantis Aligherii epistolæ*, Patav. 1827, in-8, p. 65-66). Le père de Pétrarque fut offert ainsi. Voyez sur la manière de faire cette offrande, *Delizie degli eruditi toscani*, tom. XI, *Monum.*, p. 286. — *Del Migliore, Firenze illustrata*, p. 110. — *Dati, Goro, storia*, p. 88. — Elle s'est continuée jusqu'à ces derniers temps. Lorsque le grand-duc Pierre Léopold fit son entrée à Florence (le 24 juin 1766), plusieurs condamnés graciés suivaient le char de saint Jean (*Relazione dell'ingresso di Pietro Leopoldo*, Roma, 1766, in-4).

rence, il languit plusieurs années. Un décret tardif lui décerna un tombeau aux frais de la république (1), mais ce décret resta sans effet. Il a fallu plus de cinq siècles pour qu'un monument d'expiation vînt apprendre au gouvernement de Florence qu'avant de proscrire un homme, il serait prudent de s'assurer qu'on ne sera pas forcé plus tard de lui ériger un cénotaphe.

Dante attend toujours un historien, et nous n'avons pas eu la témérité de vouloir faire sa biographie en peu de mots et par incidence; mais c'est en lui surtout qu'il était impossible de séparer l'homme de l'écrivain : à l'examen de ses titres scientifiques nous avons dû faire précéder quelques lignes destinées à exposer les circonstances les plus remarquables de sa vie, et à peindre le caractère du plus illustre représentant de ce grand siècle.

La *Divina Commedia* est un répertoire des connaissances des Italiens au commencement du quatorzième siècle (2). Il n'est pas néces-

(1) *Ammirato, storie fiorentine*, tom. II, p. 855.

(2) L'encyclopédie aurait été plus complète si, comme Cionacci en avait l'intention, on eût publié en cent volumes la *Divina Commedia*, avec tous les commentaires connus.

saire de dire tout le fruit que les historiens de l'Italie peuvent retirer de l'étude de ce poème. Les théologiens y apprendront l'histoire de la théologie; les philologues y trouveront, ainsi que dans les autres ouvrages de Dante, une foule de faits intéressans sur l'origine et la formation de la langue italienne et de ses dialectes; les philosophes y apprendront que déjà Aristote ne régnait plus sans partage, et que, long-temps avant l'académie de Laurent de Médicis, la philosophie de Platon commençait à être étudiée en Italie (1). Pour nous, ce qui doit nous intéresser spécialement, c'est l'esprit d'observation qui se montre dans toutes ses poésies et qui en fait une des principales beautés. C'est toujours par images que parle Alighieri. Il les emprunte bien rarement à ses devanciers, mais il exploite l'univers entier pour orner ses figures et donner plus de force à ses comparaisons. Tout en considérant la nature en poète, Dante l'observait en philosophe, et son esprit pénétrant a vu, ou de-

(1) *Dante opere*, tom. IV, 2^e part. p. 59. — Nous avons déjà vu, au reste, que saint Thomas s'était occupé de la philosophie platonique.

viné, des choses qui n'ont été reproduites que long-temps après par des savans spéciaux. Il faudrait transcrire son poème si l'on voulait citer tous les passages qui renferment des observations d'histoire naturelle; mais il en est de si remarquables qu'il est impossible de ne pas les signaler. Ainsi, c'est dans une comparaison des plus gracieuses que Dante décrit le sommeil des plantes (1). Des naturalistes ont affirmé que le poète florentin avait connu les plantes cryptogames et avait indiqué en même temps qu'on les semait sans en voir les graines (2). Il a connu l'action de la lumière solaire sur la maturation des fruits (3); l'étiollement et les circonstances qui influent sur la couleur des feuilles ne lui ont pas échappé, et il paraît avoir eu quelque idée de cette espèce de circulation qui se fait dans les végétaux. Ses connaissances botaniques, que nous pouvons à peine indiquer, ont été exposées d'une manière

(1) *Inferno*, cant. II, v. 127. — *Paradiso*, cant. XXII, v. 56.

(2) *Purgatorio*, cant. XXVIII, v. 115-118.

(3) Magalotti, qui a commenté l'opinion de Galilée sur cette action de la lumière (*Magalotti, lettere scientifiche ed erudite*, Venezia, 1734, in-4, p. 58), n'avait pas remarqué que Dante avait dit la même chose (*Purgatorio*, cant. XXV, v. 75): Redi lui a reproché cet oubli (*Redi, opere*, tom. V, p. 214).

spéciale par des naturalistes distingués (1).

Ses observations physiques sont encore plus intéressantes (2) : il en a fait sur le vol des oiseaux, sur la scintillation des étoiles (3), sur l'arc-en-ciel (4), sur les vapeurs qui se forment dans la combustion (5). Il a parlé de l'aiguille aimantée comme d'une chose assez généralement

(1) Voyez un mémoire fort intéressant de Targioni, inséré dans le second volume des *Atti dell' accademia della Crusca*.

(2) Bottagisio et Ferroni ont publié sur ce sujet divers mémoires qui, au reste, sont fort incomplets (*Osservazioni sopra la fisica del poema di Dante*, Verona, 1807, in-4). — *Atti dell' accademia della Crusca*, tom. I et II). Voyez aussi le commentaire de Magalotti sur la *Divina Commedia* (Milano, 1819, in-8, p. 3, etc.).

(3) *Purgatorio*, cant. II, v. 14.

(4) Voici comment Dante décrit l'arc-en-ciel secondaire (*Paradiso*, cant. XII, v. 10) :

« Come si volgon per tenera nube

« Du' archi paralleli e concolori,

« Quando Giunone a sua ancella jube.

« Nascendo di quel d'entro quel di fuori. »

Il semble avoir considéré la lumière comme immatérielle, quand il dit (*Paradiso*, cant. II, v. 35) :

.... « Si come acqua recepe

« Raggio di luce permanendo unita. »

Il a su que l'angle d'incidence est égal à celui de réflexion (*Purgatorio*, cant. XV, v. 16), et il nous apprend à ce propos que de son temps les miroirs étaient doublés avec des feuilles de plomb (*Inferno*, cant. XXIII, v. 23, et *Paradiso*, cant. II, v. 8).

(5) *Inferno*, cant. XIII, v. 40.

connue pour qu'on pût l'employer dans des comparaisons poétiques (1) : cependant des commentateurs de la *Divina Commedia* ont prouvé, à propos de ce passage, qu'ils ne connaissaient pas la propriété directrice de l'aimant (2). Au reste, Dante ne faisait pas seulement des observations : il faisait aussi (ce qui est bien extraordinaire pour son siècle) des expériences : il en recommande l'emploi, et il s'en sert dans les démonstrations (3).

Dante se plaisait à montrer ses connaissances astronomiques ; il a suivi le système planétaire de Ptolémée, mais on voit qu'il a profité aussi des travaux des Arabes. L'un des passages les plus controversés de la *Divina Commedia* est celui où il est question de la constellation du *Crociero*, ou de ces quatre étoiles situées près du pôle antarctique, que les Européens furent tout étonnés de voir lorsque, long-temps

(1) *Paradiso*, cant. XII, v. 28.

(2) François de Buti et Landino ont bien compris ce passage ; mais le commentateur anonyme qui a été appelé l'*Ottimo*, a pris *l'ago* (l'aiguille) pour *lago* (lac) (*Ottimo commento*, tom. III, p. 289).

(3) *Purgatorio*, cant. XV, v. 16 ; *Paradiso*, cant. II, v. 96, etc.

après, ils s'avancèrent vers les régions équinoxiales. Cette espèce de divination a donné lieu à bien des commentaires. On a commencé d'abord par dire que ces quatre étoiles n'étaient que les quatre vertus théologiques, et cette opinion s'appuyait surtout sur l'impossibilité où était le poète de connaître une constellation que ni lui, ni aucun Européen n'avait jamais pu voir; mais Fracastoro assura plus tard (1), et cela est prouvé maintenant, que Dante devait avoir eu connaissance de ces quatre étoiles par le moyen des Arabes qui, ayant formé des établissemens sur toute la côte orientale de l'Afrique, avaient dû observer les étoiles australes et les faire connaître aux Européens (2). Les Arabes, qui avaient fait connaître à Sanuto la vraie forme de l'Afrique, avaient pu indiquer aussi aux Italiens quelques-unes des constellations de l'hémisphère austral.

Dante fait souvent allusion aux antipodes : il en parle clairement là où, après être descendu jusqu'au centre de la terre, il se re-

(1) *Lettere di XIII uomini illustri*, Venezia, 1584, in-8, f. 352 et suiv.

(2) *Humboldt, Examen critique*, p. 212.

tourne pour remonter de l'autre côté, et où il définit le centre de la terre, le point où se dirigent de tous côtés les corps pesans (1). C'est dans ce passage que l'on trouve indiqué pour la première fois d'une manière précise le point où concourent les directions des corps qui tombent vers la surface de la terre. Dante emploie de préférence des périphrases qui peuvent servir à nous faire connaître les longitudes adoptées par les Italiens au quatorzième siècle. Ainsi pour dire qu'il est telle heure à tel endroit, il indique souvent les contrées où le soleil se lève ou se couche au même moment : il désigne aussi les saisons par des phénomènes astronomiques. Les fréquentes indications de ce genre que l'on rencontre dans la *Divina Commedia* et dans d'autres poèmes du quatorzième et du quinzième siècle, tendraient à faire croire que les notions d'astronomie élémentaire étaient plus généralement répandues à cette époque, et à la portée d'un plus grand nombre de lecteurs, qu'elles ne le sont à présent.

Les connaissances scientifiques de Dante ne

(1) *Inferno*, cant. XXXIV, v. 90 et suiv.

sont pas seulement attestées par ses ouvrages, mais tous les historiens en parlent (1). La poésie ne leur a semblé qu'un accessoire. On l'appelle toujours philosophe et théologien, et il se fit admirer comme tel en argumentant publiquement pendant son séjour à Paris, sur des questions difficiles et variées (2). A Vérone, il soutint des thèses sur les deux élémens, la terre et l'eau (3). Il s'appliqua à l'astronomie, à l'arithmétique, à la géométrie (4), et cultiva les arts avec succès (5). Les peintres les plus célèbres le consultaient, et il fut leur émule, au dire des historiens de la peinture (6); mais par une incurie bien coupable, on a

(1) *Villani, Giov., storia*, p. 440, lib. ix, cap. 135. — *Vita di Dante, scritta da Leonardo Aretino* (*Dante, opere*, tom. I, p. viii). — *Boccaccio, opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 7-8. — *Manetti, vitæ Dantis, Petrarchæ ac Boccacii*, Florent., 1747, in-8, p. 14. — *Delizie degli eruditi toscani*, tom. V, p. 111-121.

(2) *Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 32.

(3) *Dante opere*, tom. IV, 2^e part., p. 99.

(4) *Dante opere*, tom. I, p. viii.

(5) *Dilettossi di musica e di suoni, e di sua mano egregiamente disegnava*, dit Leonard Aretin (*Dante opere*, tom. I, p. vii).

(6) *Baldinucci opere*, Milano, 1808, 14 vol. in-8, tom. IV, p. 147.

laissé périr tout ce que la main de cet homme extraordinaire avait tracé. Au quinzième siècle il existait encore des lettres autographes de Dante, et Léonard Arétin donne quelques détails sur son écriture (1). Mais depuis cette époque (et elle touche à celle des Médicis), tout cela a péri, comme auraient péri ses plus beaux ouvrages si des hasards inespérés ne les eussent conservés. En effet, le Boccace nous apprend qu'après l'exil de Dante, et après le pillage de sa maison, on trouva dans des caisses, où l'on avait caché quelques objets que l'on voulait soustraire aux pillards, les sept premiers chants de son poème, et que Lambert Frescobaldi (poète et ennemi personnel du Dante), frappé d'admiration, les fit rendre à l'auteur proscrit (2). Ce ne fut qu'après avoir recouvré ce fragment que Dante reprit son travail. On dit même que les treize derniers chants ne furent découverts que par un autre hasard, après la mort du poète qui les avait cachés dans un mur. (3)

Admiré de tous, comme grand poète, le Dante

(1) *Dante, opere*, tom. I, p. VII.

(2) *Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 47-48.

(3) *Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 49-50.

ne l'est pas autant qu'il le mérite comme philosophe et savant (1). Ses grandes douleurs, le *pain salé* de son exil, ses réponses acérées à Candellica Scala, son emportement contre les femmes et les enfans de la Romagne qui parlaient avec mépris des Gibelins, ses démêlés avec des serruriers et des âniers qui chantaient mal ses vers; enfin, tout ce qu'il y avait de vif, de poétique, de

(1) Ce n'est pas seulement dans la *Divina Commedia* que Dante a montré son grand savoir. Dans le *Convito* il a fait preuve d'une grande érudition astronomique : non-seulement il cite Ptolémée et Aristote, qu'il corrige parfois, mais il cite aussi les Arabes; ainsi, par exemple, il donne le diamètre de la terre d'après Alfragan, et il cite Avicenne, Algazeli et Albumazar (*Dante, opere minori*, Venezia, 1793, 2 vol. in-8, tom. I, p. 46, 53, 71, 92, 75, etc., etc., *Convito*). Les éclipses, la rondeur de la terre et les antipodes, la voie lactée sont décrits et expliqués avec beaucoup de justesse dans cet ouvrage, où l'on trouve aussi l'exposé des idées encyclopédiques de l'auteur. Parmi les sciences dont parle Dante se trouve la *perspective* que Montucla (*Hist. des mathém.*, tom. I, p. 708) a supposé à tort n'avoir été connue des modernes que vers la fin du quinzième siècle. Ce *Convivio* est le premier ouvrage philosophique qui ait été écrit originairement en italien : sous ce rapport aussi il mérite une attention particulière, et peut servir de modèle aux écrivains. Dante y blâme sévèrement les Italiens qui préféreraient encore le provençal à leur propre langue (*Dante, opere minori*, p. 33-36, *Convito*).

passionné dans cette âme de feu, voilà ce qui a frappé la postérité, et par une erreur trop commune, on s'est imaginé que tant de passion ne pouvait pas s'allier avec des études longues, arides, persévérantes, comme si les longues études et les grands travaux n'étaient pas aussi le fruit d'une grande passion. Et cependant l'auteur du traité *de monarchia*, le premier historien de la langue italienne, devait avoir profondément médité sur la politique et sur les langues. Les fonctions importantes qu'il remplit dans la république, les nombreuses ambassades auxquelles il fut nommé, prouvent que ses concitoyens ne le considéraient pas seulement comme poète. Il ne se connaissait que trop lui-même lorsque, nommé à une nouvelle ambassade, il osa dire : « si je vais, qui reste? et si je reste, qui ira (1)? » paroles qui contribuèrent plus que toute autre chose à son exil. Il apprit l'astronomie de Cecco d'Ascoli, et des écrivains du quatorzième siècle assurent que Dante avait fait oublier Ptolémée (2). Inscrit sur le registre des médecins et des apothi-

(1) *Boccaccio opere*, tom. IV, *Vita di Dante*, p. 43.

(2) *Delizie degli eruditi toscani*, tom. V, p. 114.

caires (1), Dante a semblé fort habile en médecine à Caldani (2). Enfin, il a montré qu'il ne fut étranger à aucune des sciences cultivées de son temps, souvent même il a devancé son siècle. Ses premiers commentateurs n'ont presque jamais compris l'importance des passages qui renferment les observations les plus originales, et les plus intéressantes.

Dans l'impossibilité où nous sommes de peindre toute cette vie si dramatique, nous devons cependant nous arrêter un instant sur deux circonstances qui se reproduisent dans les Italiens les plus distingués de cet âge, et qui semblent propres de cette époque. Nous voulons parler de l'esprit religieux que Dante sut allier à la haine la plus violente contre les vices de la cour de Rome; et de la belle influence que les femmes exercèrent sur lui et sur ses plus illustres contemporains.

La foi ardente, et la croyance d'Alighieri se montrent mieux dans ces beaux vers où il décrit la majesté de Dieu, sa puissance et les merveilles

(1) *Dante opere*, tom. IV, 2^e part. p. 63.

(2) *Arrivabene, il secolo di Dante*, tom. II, p. 253 et suiv.

de la nature que dans ce *Credo*, que lui arracha la persécution d'un inquisiteur. Sa religion était celle de son siècle et de son parti. Tout pour le dogme, et peu pour la puissance temporelle du pape. Mais doit-on croire que Dante, comme on l'a dit de Bonatti et plus tard de Boccace, ait voulu se faire moine? Il faut qu'il ait bien souffert dans son exil; il faut que l'hospitalité d'Ugucione, des Malespina, des Scaligeri, lui ait semblé bien dure pour lui donner l'idée de se réfugier au fond d'un cloître. Placé entre les ignobles plaisanteries des courtisans de Can della Scala et l'ingratitude d'une démocratie qui mettait une condition flétrissante à son rappel, Dante, que tous les historiens s'accordent à représenter si altier, si orgueilleux, eut peut-être la pensée de se retirer du monde. Peut-être lorsqu'il fut rencontré par frère Hilaire, rôdant autour de son couvent, plongé dans de profondes méditations, et cherchant *la paix*, il avait déjà le projet de s'attacher à un ordre religieux. Peut-être même les persécutions de l'inquisiteur lui inspirèrent cette pensée. Au reste, ce fait est trop incertain pour qu'on doive en rechercher les causes.

L'influence de Béatrix, de cette Béatrix qu'il avait aimée dès l'âge de neuf ans, d'un amour

si pur, si extraordinaire, s'étend sur toute la vie du poète. Il faut voir dans la *Vita Nuova* l'empire qu'exerçait sur Dante cette femme si pure (1) : elle lui dicta ses premiers chants (2); elle fut l'un des principaux ressorts de cette grande vie. Long-temps après la mort de Béatrix, Dante, même après avoir aimé d'autres femmes, conservait pour elle une tendresse sans bornes. Rien n'égale les vers que, déjà vieux et brisé par la douleur, il voua à sa mémoire. Jamais femme ne fut honorée comme celle par qui Dante se fait dire : « pourquoi t'es-tu éloigné de moi? après ma mort mon souvenir seul aurait dû te maintenir dans la route de la vertu, et t'élever toujours au ciel (3). » En lisant ces vers, on sent tout ce qu'elle a dû inspirer à Dante, et lorsqu'on voit dans le même siècle ce que Pétrarque a fait pour une femme; lorsqu'on voit Boccace écrire ses premiers ouvrages,

(1) « E quando ella fosse presso d'alcuno , tanta onestà venia nel cuor di quello , che egli non ardiva di levar gli occhi » (*Dante, opere minori*, tom. I, p. 259, *Vita nuova*).

(2) *Dante, opere minori*, tom. I, p. 222, *Vita nuova*.

(3) *Purgatorio*, cant. xxxi, v. 38-63.

à la prière de la femme qu'il aimait, et qu'on lit dans les poésies de Guido Cavalcanti mourant, l'expression d'une affection si tendre et si passionnée; lorsqu'on jette un regard sur la vie des poètes provençaux, à qui l'amour inspirait de si belles poésies et de si nobles actions, on ne peut s'empêcher de regretter ce sentiment pur et élevé, et d'admirer un état social dans lequel les femmes exerçaient une si belle influence, et mettaient leur affection pour prix du combat. Dans un siècle hypocritement corrompu, on se récrierait peut-être contre ce rôle des femmes; mais la vie de Laure et de Béatrix sera toujours plus difficile que dangereuse à imiter. Si les femmes veulent reprendre leur ascendant, elles n'ont qu'à regarder à ces grands exemples au lieu de chercher leur affranchissement par des moyens absurdes et ridicules. Pour les hommes, ce principe d'énergie et d'action serait plus noble et plus fécond en grands résultats que l'intérêt et l'ambition des petits honneurs qui forment le mobile principal des sociétés modernes; les mœurs ne sauraient perdre à ce changement, et l'humanité en serait ennoblie.

La *Divina Commedia* a été le sujet d'un grand nombre de commentaires qui renferment par-

fois des faits intéressans. C'est dans un de ces commentaires, par exemple, que l'on trouve, la première indication de la différente probabilité des divers points que l'on peut amener avec trois dés (1). Les commentaires sur un

(1) Ce commentaire a été publié à Venise, en 1477, in-folio. Voici le passage auquel je fais allusion : je le publie d'après un ancien manuscrit que je possède, qui contient bon nombre de variantes importantes :

« *Quando si parte* : qui recita il suo poema per uno così facto exemplo, che quando gli giocadori se partono dallo tavolero, quello il quale si ae perduto rimane solo e si dice fra se stesso : quaderno et asso venne con azzaro in anzi che quattro e due et asso. Poi dice, se io non avessi chiamato XI, io non avrei perduto, e così repetendo le volte, ello impara de non chiamare un altra fiata XI. Circa le quale volte sie da sapere, che avegna che li dadi siano quadrati, e che ello sia poxibile a ciascuna faccia venire di sopra, di ragione quello numero ch'egli e più volte, più spesso dee venire, si come è in questo exemplo : in tre dadi si e tre il minore numero ch'egli sia, e non puote venire se non in uno modo, cioè quando ciascuno dado viene in asso. Quattro non puote venir ein tre dadi se non in uno modo, cioè l'uno in due, e gli altri due ciascuno in asso ; e pero che questi numeri non possono venire se non in uno modo per volta, per schivare fastidio, e per non aspettare troppo, non sono computati nello gioco, e sono appellati azari. Et simile si e de XVII overo XVIII, gli quali sono appellati similmente, et computati azari, e sono nello estremo numero maggiore. Gli numeri in fra questi possono venire in più modi ; e pero quello numero il quale in più modi puote venire, quella sie dicta migliore volta de regione (*Pier*

poème encyclopédique devaient être des encyclopédies, et c'est ce qui arriva. Elles sont d'au-

gatorio, cant. vi).—Ce passage ne renferme à la vérité qu'une indication assez vague; mais il m'a semblé qu'il ne fallait pas la négliger, car c'est de considérations semblables que s'est formé peu-à-peu le calcul des probabilités. Il est évident qu'ici on ne considère que les combinaisons, et non pas les arrangemens. Ce passage semble au reste tiré du commentaire appelé *l'ottimo* (*Ottimo commento*, tom. II, p. 74-75); mais nous avons cité de préférence l'autre commentaire, parce qu'on y trouve le mot *azari* que l'*Ottimo* a changé en *zare*. Les expressions *ad azarum*, *ludum azari* se trouvent aussi dans les *statuta Guastallæ* (lib. III, rubr. 53), publiés par Affò (*Istoria di Guastalla*, Guastalla, 1785, 4 vol. in-4°, tom. IV, p. cclxi), et dans d'autres statuts cités par Carpentier (*Glossarium novum*, Paris., 1766, 4 vol. in-fol., tom. I, col. 406; *Azarrum*. — Voyez aussi *Ghirardacci*, *storia di Bologna*, tom. I, p. 279). Muratori a cherché l'origine du mot *zara*, et il a cru qu'il venait du mot arabe *dz'hara* (nocuit) (*Muratori, antiquit. ital.*, tom. II, col. 1330, Diss. 33); mais on voit par le passage que nous venons de rapporter que *zara* vient d'*azari* (points difficiles), et ce mot vient d'*asar*, qui en arabe signifie *difficile*. Le mot *hasard* vient de la même racine, et l'*h* y a été ajouté pour représenter une lettre qui se trouve dans le mot arabe, et qu'on ne peut pas exprimer dans notre alphabet. Nous avons indiqué cette étymologie comme exemple des secours que l'on peut tirer de l'étude des langues orientales pour la recherche des étymologies dans les langues *néo-latines*, et parce que cette étymologie ne se trouve pas dans la lettre d'un orientaliste, que Monti a insérée dans sa *Proposta* (*Monti, Proposta di alcune correzioni al vocabolario della Crusca*, Milano, 1817, 3 vol. en 6 part. in-8. vol. II, part. I, p. 304 et suiv.).

ne voulaient pas permettre à un poète étranger, car, pour eux, un homme d'Ascoli était un étranger, de critiquer leur grand poète. Cecco eut donc à essayer de violentes persécutions. On dit aussi que des médecins, jaloux de son savoir, se liguèrent contre lui (1). Quoi qu'il en soit, en 1327, peu d'années après la mort de Dante, Cecco d'Ascoli, âgé de soixante-et-dix ans, était condamné au feu, et exécuté comme astrologue à Florence (2), lui qui, pendant long-temps, avait enseigné publiquement l'as-

combattre que les opinions de Dante, et jamais il ne le critique comme poète : il dit au contraire « *Là lo condusse la sua fede poca... Di lui mi duol per suo parlare adorno* (ibid. f. 7, lib. I, cap. 2). Il paraît même qu'ils étaient en correspondance sur des matières philosophiques. Dans l'*A-erba* (f. 38, lib. III, cap. 10), Cecco cite une lettre que Dante lui écrivit, contre l'influence des astres, au moment de retourner à Ravenne : je l'indique ici, parce qu'elle semble avoir échappé aux recherches de M. Witte, éditeur des lettres d'Alighieri.

(1) *Mazzuchelli, scrittori d'Italia*. vol. I, part. 2, p. 1152. — On ne conçoit pas comment un écrivain aussi érudit que l'était Mazzuchelli a pu dire qu'en 1326 ou 1327 Dante et Guido Cavalcanti coopérèrent à la ruine de Cecco d'Ascoli, eux qui étaient déjà morts depuis plusieurs années.

(2) *Villani, Giov., storia*, p. 555-556, lib. x, cap. 41 et 42. — On peut voir l'arrêt de l'inquisiteur contre Cecco d'Ascoli dans *Lami, catalogus manuscript. bibliothecæ Riccar-*

trologie dans l'université de Bologne, qui fut toujours sous l'influence de l'église, et où les astrologues ont continué à professer pendant tout le quinzième siècle (1). Mais, pour le châtement

dianæ, p. 235-236, où il est dit : « Vicarius... Magistrum Cechum... cremari fecit. » — Voyez aussi *Carboni, memorie intorno ai letterati di Ascoli*, Ascoli, 1830, in-4, p. 51 et 53, et *Quadrio, storia e ragione d'ogni poesia*, vol. IV, p. 38-41. — Ce dernier écrivain a cherché la signification du mot *Acerba* qu'il croit, avec beaucoup de probabilité, dériver d'*Acervus*, à cause de la multitude de matières qui sont traitées dans ce poème.

(1) *Alidosi, li dottori forestieri che in Bologna hanno letto teologia, filosofia*, etc., Bologna, 1623, in-4°, p. 3, 4, 5, 12, 13, 14, 22, etc. — La chaire d'astrologie différait de celle d'astronomie : parmi les professeurs de l'université de Bologne, il y en a plusieurs qui ont passé d'une chaire à l'autre; ainsi Etienne de Vicence et George Léopoli furent d'abord professeurs d'astrologie et puis d'astronomie, et Martin de Pologne fut successivement professeur d'astronomie et d'astrologie (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 38, 52 et 75). Cela montre l'erreur des personnes qui ont supposé que par *astrologie* on entendait *astronomie*. Il est vrai que Colbert écrivait à Hévélius de la part de Louis XIV que le roi lui avait accordé une pension à cause « de sa profonde intelligence de l'astrologie. » (*Excerpta ex literis ad Hevelium*, Gedani, 1683, in-4, p. 90). Mais en Italie depuis long-temps on ne confondait plus ces deux mots. L'astrologie était cette fausse science qui enseignait à prédire l'avenir d'après les mouvemens des astres, et elle était professée à Bologne dès l'année 1125 (*Alidosi, li dottori fores-*

de ses persécuteurs, Stabili est devenu célèbre, surtout par la condamnation qui l'a frappé. Car on ne lit presque pas l'*Acerba* (1), quoiqu'elle ne soit pas dépourvue de beautés poétiques (2), et l'on ne s'en est jamais occupé sous le

tieri, p. 26); quant à l'astronomie proprement dite, elle était enseignée dans les universités italiennes dès le commencement du quinzième siècle (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 61 et 75). On vit alors fréquemment les professeurs d'astrologie passer à une chaire de médecine (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 22, 29, 55, etc.), et cela confirme ce que nous avons déjà dit de l'obligation que l'on imposait aux médecins de savoir l'astrologie. Quelquefois même les astrologues devenaient professeurs de logique ou de métaphysique (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 27, 29, 30 et 75).

(1) Une chose qui ne semble pas avoir été aperçue par les biographes de Cecco d'Ascoli, c'est qu'il n'a pas achevé son poème. D'abord le dernier livre en est beaucoup trop court pour qu'on puisse le supposer complet, et puis, dans un manuscrit du quatorzième siècle, que je possède, de ce poème, il y a à la fin : « Hoc opus non fuit completum ab auctore, quia mors supervenit ei. Cujus anima in pace quiescat. Amen. » D'ailleurs, le dernier chapitre qui, dans les éditions que j'ai pu consulter, est appelé *Conclusio operis* porte dans le manuscrit le titre de *Trinitate*, et se termine ex abrupto. Il y a aussi beaucoup d'autres différences entre le manuscrit et les imprimés; mais je ne puis pas en faire ici l'énumération.

(2) On la lirait peut-être davantage s'il en existait au moins une édition passable; car toutes celles que j'ai vues sont détestables, et le texte y est altéré à chaque vers. Au

rapport scientifique, bien que cette encyclopédie (qui n'est pas une imitation des encyclopédies françaises, et qui s'éloigne du *trivium* et du *quadrivium* que tant d'hommes illustres avaient adoptés, et qui ont été reproduits si souvent par les artistes (1) à la renaissance) soit, pour les observations physiques qu'elle contient, le plus remarquable de tous les ouvrages scientifiques de ce siècle (2). Malgré les croyances astrologiques

reste, ce poème semble avoir joui d'une grande réputation au quinzième siècle. On sait que la *Divina Commedia* a été imprimée dix-neuf fois, en Italie, depuis 1471 jusqu'en 1500. Mazzucchelli signale dix éditions de l'Acerba dans le quinzième siècle, dont les premières cependant n'ont probablement jamais existé (*Mazzucchelli, scrittori d'Italia*, tom. I, part. 2, p. 1154). Ce poème a été commenté au quinzième siècle par Niccoló Massetti de Modène.

(1) Dante lui-même avait adopté cette division des sept arts libéraux. On sait que le *trivium* comprenait la grammaire, la dialectique et la rhétorique. L'arithmétique, la musique, la géométrie et l'astronomie composaient le *quadrivium* (*Dante, opere minori*, tom. I, p. 76, *Convito*). Les figures des sept arts libéraux se trouvent aussi dans le *Campo santo* de Pise.

(2) L'Acerba est, comme je l'ai dit, une véritable encyclopédie en vers : voici comment les matières sont distribuées dans l'édition faite à Venise (*per Melchior de Sessa*) en 1510, in-4, que je cite de préférence, parce qu'elle est peut-être une des moins mauvaises, et parce qu'elle contient

et magiques de Stabli, qu'il partageait, au reste, avec les hommes les plus célèbres de son temps, et qu'il expia d'une manière si cruelle (1), son poème renferme un grand nombre de faits curieux qu'on ne s'attendrait pas à y rencontrer. Outre des notions, fort répandues à cette époque, sur les causes des éclipses et sur la sphéri-

le commentaire de Massetti : j'ai remarqué quelques différences dans d'autres éditions, mais elles ne sont pas assez importantes pour mériter d'être signalées ici. Le premier livre contient un traité d'astronomie et de météorologie. Dans le second livre (qui, par une faute d'impression qu'on a corrigée à la fin du volume, est divisé en deux livres), l'auteur parle de la fortune, de la génération de l'homme, des influences des cieux, de la physionomie, et, en quinze chapitres, des vices et des vertus. Dans le troisième livre, Stabli a traité de l'amour, des animaux, et des minéraux. Le quatrième livre contient un grand nombre de problèmes naturels et moraux avec les réponses : chaque question commence par *perchè* comme dans le célèbre ouvrage de Manfredi, *de Homine* (qu'on appelle en Italie *il libro del perchè*), qui fut imprimé pour la première fois à Bologne en 1474, in-fol. Le dernier livre (qui, comme je l'ai déjà dit, n'est pas achevé) était destiné à la théologie, mais il ne contient que le premier chapitre et un fragment du second.

(1) Ce n'est pas seulement en Italie que des savans furent persécutés à cette époque. On sait quelles furent les longues souffrances de Roger Bacon, vers la fin du treizième siècle

cité de la terre (1), on y trouve des connaissances fort avancées en météorologie. Ainsi Cecco parle des pierres de la foudre, des aérolithes métalliques (2), des étoiles filantes (3), et il explique assez judicieusement la formation de la ro-

(1) On n'a pas assez remarqué qu'au commencement du quatorzième siècle la rondeur de la terre et les antipodes étaient deux *faits* généralement admis. On les trouve dans le *Trésor* de Brunet Latin, dans la *Divina Commedia*, dans le *Convito* (*Dante, opere minori*, tom. I, p. 93 et suiv. *Convito*), et dans l'*Acerba* (f. 8, 10 et 11, lib. I, cap. 5). Le neuvième chapitre du poème intitulé l'*Ymage du monde* contient un paragraphe de l'*homme qui va en tout le monde*, avec une figure explicative comme on pourrait le faire de nos jours (*MSS. français de la bibl. du roi*, n° 7589, f. 14). La rondeur de la terre et les antipodes se trouvent dans presque tous les traités de cosmographie du quatorzième siècle. Cependant on sait qu'à la fin du quinzième, bien des personnes ne voulaient pas admettre ces idées-là, et soutenaient le contraire pour s'opposer au voyage de Colomb.

(2) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 21, lib. I, cap. 8.

(3) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 76, lib. IV, cap. 3. — Cecco dit que ce sont des vapeurs enflammées, et qu'on les appelle mal-à-propos *étoiles*, car les étoiles sont plus grandes que la terre (*ibid.*, f. 8, lib. I, cap. 3). Il dit aussi que la voie lactée est un amas de petites étoiles, et non pas, comme le supposait le vulgaire, le chemin qui mène à Saint-Jacques de Galice (*ibid.*, f. 24, lib. I, cap. 9, et f. 76, lib. IV, cap. 3). Il faut que cette erreur ait été bien répandue dans ce siècle, car Dante aussi a dû la combattre (*Dante, opere minori*, tom. I, p. 74, *Convito*).

sée (1) : il indique la relation qu'il y a entre les vents périodiques et les mouvemens apparens du soleil (2), il parle des éclairs sans tonnerre, et il prouve à ce sujet, par une observation fort simple, que la vitesse de la lumière est plus grande que celle du son, qu'il dit n'être qu'un ébranlement de l'air (3). Il assure qu'il y a des montagnes qui sont plus hautes que la région des nuages (4). Il décrit l'arc-en-ciel et le compare à la réfraction qui s'opère par le verre (5), et parle même de la réfraction des rayons calorifiques (6). La scintillation qui est propre aux étoiles et que l'auteur regarde comme une illusion (7) ; les plantes fos-

(1) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 19, lib. I, cap. 7. — Dans les problèmes, Stabili place le maximum du froid près du lever du soleil, et parle du refroidissement qui a lieu par un temps serein (f. 76, lib. IV, cap. 3).

(2) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 77, lib. IV, cap. 3.

(3) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 20, lib. I, cap. 8; et f. 87, lib. IV, cap. 8. — Il faut voir aussi ce que Cecco dit de l'écho, qu'il explique par la réflexion des *ondes sonores* (f. 76, lib. IV, cap. 3).

(4) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 21, lib. I, cap. 8.

(5) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 23-24, lib. I, cap. 9.

(6) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 72, 75 et 81, lib. III, cap. 54; et lib. IV, cap. 2 et 5.

(7) « Perchè scintilla dell' ottava spera. — Ciascuna stella

siles dont il rattache l'existence aux révolutions du globe qui ont formé les montagnes (1), et d'autres faits non moins curieux se trouvent dans l'Acerba : et l'on voit que l'auteur ne devait pas au hasard ses connaissances, mais que l'observation et l'expérience, qu'il invoque souvent, l'avaient conduit à découvrir des faits nouveaux (2). Au reste, Cecco d'Ascoli, qui

e le pianete stanno — La mente dubitando vuol che quera : — Perché son più lontan dal nostro aspetto — Le ottave stelle si che li occhi fanno — Di questo scientillar falso concetto. — Or prendi esempio nel propinquo lume — Che quanto piu è da esso più scintilla — Stando da presso muta tal costume. » (*D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*. f. 74, lib. IV, cap. 1). — Stabili avait observé aussi cette espèce de tremblement des ombres produites par le lumière solaire, tremblement qu'il explique par le mouvement du soleil et par l'ébranlement de l'air (*ibid.* f. 85, lib. IV, cap. 7).

(1) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 22 et 23, lib. I, cap. 8. — On peut voir aussi ce qu'il dit sur les sources thermales (*ibid.* f. 81, lib. IV, cap. 5).

(2) *D'Ascoli, Cecco, l'Acerba*, f. 24, lib. I, cap. 3 et f. 75, lib. IV, cap. 2. — Forcé d'omettre beaucoup d'observations curieuses de physiologie animale (*ibid.* f. 87, lib. IV, cap. 4), je me bornerai à indiquer ici les vers où Cecco parle, d'une manière un peu obscure à la vérité, de la circulation du sang (*ibid.* f. 94, lib. IV, cap. 12) : « Dal cerebro procedono gli nervi — Nasce del cuore ciascuna artaria — ... Artaria in se ha doppia ogni via — Per l'una al cuore lo sangue si mena... El sangue pian si muove con quiete. — Magalotti a cru.

avait écrit beaucoup d'autres ouvrages, n'était pas seulement un savant; c'était aussi un homme de sentimens élevés (1), et il serait temps que les Italiens réhabilitassent la mémoire d'un homme qui n'a pas été seulement, comme on le suppose généralement, une des illustres victimes de l'inquisition. (2)

Après la mort de Cecco d'Ascoli, les Florentins appelèrent Andalone del Nero ou de Negro, Gé-

qu'on pouvait à la rigueur citer Dante à propos de la circulation. Cela ne me semble guère possible, mais le passage de Davanzati qu'il cite à ce sujet est bien plus frappant (*Magalotti comento su Dante*, p. 3-6).

(1) Voici ce que Cecco dit de lui-même dans le septième chapitre du quatrième livre de l'Acerba :

« Io ho avuto paura di tre cose :
 « D'esser d'animo povero e mendico ,
 «
 « Di diservire altrui e di dispiacere ,
 « Per mio difetto perdere un amico. »

(2) Outre son poème, Cecco avait écrit plusieurs autres ouvrages, dont la plupart sont encore inédits. On peut en voir l'énumération dans Mazzuchelli (*Scrittori d'Italia*, tom. I, part. 2, p. 1154-1156). Cependant ce biographe a oublié l'*Historia de insulis in Oceano et Mediterraneo sitis* (Lami, *catalogus manuscript. bibliothecæ Riccardianæ*, p. 235), un commentaire sur la logique qui a été fort vanté (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 17), et un traité de *Ascensione signorum*, qui, à ce qu'assure Hænel, se trouve parmi les ma-

nois, pour professer l'astronomie (1). Andalone a laissé plusieurs ouvrages de mathématiques; mais il paraît qu'on n'a publié de lui qu'un traité de l'astrolabe, qui a été imprimé pour la première fois à Ferrare en 1475 (2), tandis que des ouvrages plus importants, sur d'autres parties des mathématiques, sont toujours restés inédits ou se sont perdus (3). Andalone fonda une école,

nuscripts de la bibliothèque publique de Bâle (*Hænel, catalogus manuscriptorum*, Lipsiæ, 1830, in-4, col. 518). Voyez aussi *Baldinucci, opere*, tom. IV, p. 401.

(1) *Ximenes, del vecchio e nuovo gnomone fiorentino*, Firenze, 1757, in-4, p. LX. — *Oldoini, Athenæum ligusticum*, Perus., 1680, in-4°, p. 19. — *Giustiniani, scrittori liguri*, Roma, 1667, in-4, p. 49. — *Folietæ elogia*, Genuæ, 1588, in-4, p. 246. — *Soprani scrittori della Liguria*, Genova, 1667, in-4, p. 17.

(2) *Audiffredi, specimen editionum italicarum sæculi XV*, Romæ, 1794, in-4, p. 235. — *Giustiniani (Annali di Genova*, Genov. 1537, in-fol. f. 130, lib. 1v), dit qu'Andalone fut aussi poète.

(3) Tomasini (*Bibliothecæ patavinæ manuscripta*, Utini, 1639, in-4, p. 109, 112 et 122) cite plusieurs ouvrages manuscrits d'Andalone, qui probablement ont péri depuis; celui que nous regrettons le plus est le *Praxis arithmetica*. Voyez aussi les ouvrages manuscrits d'Andalone cités par Lami (*Catalogus manuscript. bibliothecæ Riccardianæ*, p. 26), par Bandini (*Catalogus codicum latinor. bibliothecæ medicæ laurentianæ*, tom. II, col. 9), et ceux qui se trouvent à la Bibliothèque royale de Paris (*MSS. latins*, n. 7272).

et eut d'illustres disciples. Il fut le maître de Conrad, évêque de Fiesole, qui écrivit sur l'astronomie (1), et de Boccace, qui en a fait l'éloge dans sa Généalogie des Dieux (2). Ce savant Génois fit dans ses longs voyages des observations astronomiques, et, en les appliquant à la correction des anciennes cartes géographiques (3), il rendit un service éminent à la géographie et à la navigation. Dans ce même siècle les Vénitiens appliquèrent la trigonométrie à l'art nautique, et y introduisirent les décimales (4). Gênes et Venise cherchaient à l'envi dans les sciences le moyen d'augmenter leur puissance maritime.

On a passé trop légèrement sur les travaux géométriques des Italiens au quatorzième siècle. S'ils n'ont pas fait de grandes découvertes à cette

(1) *Ximenes del vecchio e nuovo gnomone*, p. LXI.

(2) *Boccatii genealogia deorum*, Vicent., 1487, in-fol., f. 142, lib. XV, cap. 6.

(3) *Baldi, cronaca de matematici*, p. 86.

(4) *Formaleoni, saggio sulla nautica antica di Veneziani*, p. 27 et suiv. — *Toaldo, saggi di studj Veneti*, Venezia, 1782, in-8, p. 40 et suiv. — *Marini, storia del commercio de Veneziani*, tom. V, p. 192 et suiv. — Zanetti dit que, dès l'année 1367, les géographes vénitiens marquaient les degrés dans les cartes marines (*Zanetti, origine d'alcune arti appresso i Viniziani*, Vineg. 1758, in-4, p. 46-47).

époque, on ne peut douter que le grand nombre de personnes qui s'occupaient de mathématiques, n'ait contribué au perfectionnement de l'algèbre et de l'astronomie, et préparé les découvertes mémorables qui ont été faites, en Italie, deux siècles plus tard, sur la résolution des équations : les progrès de l'astronomie, ceux de la géographie et de la navigation en dépendaient. Ces recherches mathématiques ont dû contribuer aux progrès étonnans que firent alors la mécanique pratique et l'architecture. Les plus grands architectes furent aussi de savans géomètres. Brunellesco, qui possédait des connaissances si variées (1), eut pour élèves des mathématiciens distingués (2). Alberti, ajoutant les préceptes à la pratique, écrivit plus tard des ouvrages scientifiques. Mais sans anticiper sur l'avenir, il faut se borner à constater ce fait peu connu, qu'il y a eu au quatorzième siècle, en Italie, un nombre

(1) *Vasari, vite*, tom. IV, p. 201, 232, 253, etc. — Brunellesco construisit d'excellentes horloges, il s'occupa de perspective et il excella dans l'hydraulique et dans l'art de fortifier les places (*ibid.*, p. 198, 200 et 259).

(2) Entre autres Paul Toscanella dont nous parlerons dans la suite (*Vasari, vite*, tom. IV, p. 201).

tel de personnes qui ont écrit sur les diverses branches des mathématiques , qu'il serait difficile de croire que ce nombre ait jamais été surpassé dans aucun autre siècle. Outre ce qu'a détruit ; ou plongé dans l'oubli , l'incurie d'une postérité à qui des découvertes plus récentes faisaient négliger des travaux moins parfaits , sans doute, mais non moins pénibles ni moins difficiles , on pourrait retrouver encore les titres de plusieurs centaines d'ouvrages de mathématiques écrits au quatorzième siècle par des Italiens. Il est probable que sans l'étude des classiques grecs et latins, sans le goût pour l'érudition , qui bientôt s'empara exclusivement de tous les esprits , et régna sans partage, la résolution des équations du troisième et du quatrième degré aurait été trouvée plus tôt. Le quinzième siècle a été une époque d'interruption pour les sciences mathématiques , et Ferro et Ferrari n'ont trouvé à leur début que ce que leur avait légué le siècle de Dante. Il faudrait enfin songer à recueillir ces reliques de la science du moyen âge. A la Chine le despotisme a créé des anthologies de plus de deux cent mille volumes ; pourquoi les nations occidentales ne publieraient-elles pas les archives des progrès de

l'esprit humain ? Parce qu'ils ont été trop longtemps mal appréciés, nos premiers maîtres ne doivent pas être toujours oubliés. Une histoire plus équitable doit recueillir tous ces noms jadis illustres, et les préserver de l'oubli.

Au treizième et au quatorzième siècles toutes les villes italiennes eurent des mathématiciens. En Toscane l'influence de Fibonacci ne fut point stérile : après Léonard de Pistoja et l'anonyme cité par Ximenes, dont nous avons déjà parlé, on trouve François de Donat Michelozzi, Paul Gherardi, et frère Pierre Strozzi, qui tous ont écrit sur l'arithmétique, et probablement sur l'algèbre (1). Le plus célèbre de ces géomètres florentins fut Paul Dagomari (2), qui a été souvent confondu avec Paul Toscanella, l'élève de Brunellesco. Dagomari fut appelé aussi Paul dall' Abbaco, ou Paul géomètre, à cause de son grand savoir. Villani, dans ses vies des hommes illustres, le signale comme un génie extraordi-

(1) On doit citer aussi Antoine Biliotti de Florence (appelé *dall' Abbaco*), qui, en 1383, était professeur d'arithmétique, de géométrie, et d'*Abbaco* à Bologne (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 5).

(2) *Villani, Filippo, vite*, p. 45.

naire (1). Les poètes contemporains l'ont placé à côté de Dante et de Pétrarque (2), et Verino l'a célébré parmi les gloires de Florence (3). Ximenes a supposé qu'il avait écrit sur les équations algébriques, mais il est probable que ce que Villani dit des équations ne doit se rapporter qu'aux équations du mouvement des planètes (4). Il est resté de lui des livres sur l'*Abbaco*, où l'on trouve pour la première fois l'emploi de la virgule destinée à partager les grands nombres en groupes de trois chiffres afin d'en faciliter la lecture (5). Boccace,

(1) *Villani, Filippo, vite*, p. 45, 145 et 146. — Voyez aussi *Ambrosii Traversarii, epistolæ*, p. cxciv.

(2) Dans sa *Canzone* sur la mort de Boccace, Sachetti dit : « Paulo Arismetra et astrologo solo. — Che di veder già mai non fu satollo — Come le stelle et gli pianeti vanno — Ci venne men per gire al sommo polo. » (*MSS. français de la bibl. du roi*, n° 7767).

(3) *Verini de illustratione Florentiæ*, Lutet., 1583, in-4, f. 14, lib. II. — Au même endroit Verino fait les plus grands éloges d'un nommé Benoît, dont il ne nous est resté que le nom.

(4) *Ximenes, del vecchio e nuovo gnomone*, p. LXII. — *Villani, Filippo, vite*, p. 45.

(5) Le manuscrit 85 de la classe XI de la bibliothèque Magliabechiana de Florence (manuscrit qui vient de la bibliothèque Gaddi et qui portait autrefois le n° 149) contient les « Recholuzze del maestro Pogholo astrolacho » qui com-

qui en parle dans sa *Généalogie*, dit que le nom de Paul était connu en France, en Espagne, en Angleterre et même en Afrique (1). Dagomari mourut en 1365 (2). Ce fut lui qui publia, le premier, en Italie, un almanach qu'on appelait alors *Taccuino* (3). Dans le même siècle, Jean Danti d'Arezzo écrivit un traité sur l'*algorisme*, tiré de l'arithmétique de Boèce, et une géométrie qu'il avait tirée des auteurs arabes (4). Un mathémati-

mentent par cette règle : « Se vuoi rilevare molte figure, a ogni tre farai uno punto dalla parte ritta inverso la manca, etc. »

(1) *Boccatii genealogia*, f. 142, lib. XV, cap. 6.

(2) Il fut enseveli dans l'église de *Santa Trinita* de Florence (*Villani, Filippo, vite*, p. 45).

(3) *Villani, Filippo, vite*, p. 45. — Conrad, évêque de Fiesole, a écrit aussi sur l'almanach. Mais Villani, qui devait le savoir, dit positivement que Dagomari a précédé tous les autres (*Ximenes, del vecchio e nuovo gnomone*, p. LXI).

(4) *Bandini catalogus codicum latinorum bibliothecæ medicæ Laurentianæ*, tom. V, col. 13-15. — Dans le même siècle, Dominique d'Arezzo avait écrit un traité *de Mundo* et le *Fons memorabilium universi*, qui semblent être deux espèces d'encyclopédies (*Bandini, bibliotheca Leopoldina Laurentiana*, Florent., 1792, 3 vol. in-fol., tom. II, col. 138. — *Ambrosii Traversari, epistolæ*, p. cxxxii et seq.). Parmi les personnes qui, dans ce siècle, ont contribué à populariser les sciences en Toscane, il ne faut pas oublier Zuccherro Bencivenni qui traduisit en italien plusieurs ouvrages scientifiques; nous nous bornerons à citer ici le *Traité*

cien, moins célèbre à la vérité que Dagomari, mais dont les écrits offrent encore de l'intérêt, fut Raphaël Canacci, de Florence qui, au quatorzième siècle, écrivit en italien un traité d'algèbre où se trouvent des renseignemens très curieux sur l'histoire des mathématiques, et où sont résolues des questions assez difficiles. Cet ouvrage, qui se conserve encore manuscrit à la bibliothèque Palatine de Florence, mériterait d'être publié. Canacci, au reste, n'est pas sorti de l'école de Fibonacci; il paraît avoir puisé surtout dans les écrits d'un ancien géomètre, appelé Guillaume de Lunis, dont Ghaligai aussi nous a conservé le souvenir. (2)

Hors de Toscane, Prosdocimo Beldomando de Padoue (2) et Blaise Pelacani de Parme, traitè-

de la sphère d'Alfragan (*Ambrosii Traversarii, epistolæ*, p. CLXVII et seq.). C'est de Zuccherò qu'on a dit qu'il a le premier distingué dans l'alphabet l'*u* du *v* (*Fumagalli, istituzioni diplomatiche*, Milano, 1802, 2 vol. in-4, tom. I, p. 105).

(2) Voyez ci-dessus p. 45 et 46. — Alidosi cite à l'année 1302 *Giovanni di Guglielmo Lunense* comme professeur d'astrologie et de philosophie à Bologne : il est probable que ce professeur était fils du géomètre que citent Canacci et Ghaligai (*Alidosi, li dottori forestieri*, p. 27).

(2) Prosdocimo écrivit sur la musique, les proportions,

rent différens sujets de mathématiques : Blaise, qui demeura quelque temps à Paris, s'occupa de statique et de perspective, sciences alors peu cultivées, et tout-à-fait dans l'enfance (1). Luca

l'astronomie et l'algorisme (*Tomasini, bibliotheca patavina*, p. 38, 109, 111, 112, 128). Son traité de l'*Algorismus* a été imprimé à Padoue en 1483 (*Catalogus, bibliothecæ N. Rossi, Romæ, 1786, in-8, p. 57*), mais je n'ai jamais pu le voir. Parmi ses ouvrages inédits, il y en a un qu'il dit avoir tiré des ouvrages des Hindous (*Tomasini, bibliotheca patavina*, p. 128. — Voyez aussi *Mazzucchelli, scrittori d'Italia*, tom. II. 2^e part., p. 623, et *Scardeoni de antiquitat. urbis Patavii*, Basil., 1560, in-fol., p. 262). On ne comprend pas pourquoi Vedova a si peu parlé d'un homme aussi remarquable (*Vedova, biografia degli scrittori Padovani*, Padova, 1832, 2 vol. in-8, tom. I, p. 89). Prosdocimo semble appartenir à la fin du quatorzième siècle; on a de lui un traité du contre-point écrit en 1412 (*Tomasini, bibliotheca patavina*, p. 128).

(1) MSS. de la bibl. du roi, supplément latin, n^o 112. — *Affò, scrittori parmigiani*, Parma, 1789, 5 vol. in-4, tom. II, p. 113, 118, 123. — Pelacani, qui était à Paris vers la fin du quatorzième siècle, et dont les Parisiens disaient *Aut Diabolus est, aut Blasius Parmensis* (*Affò, scrittori parmigiani*, tom. II, p. 112-115), semble avoir été le premier qui ait expliqué les apparences prodigieuses dans l'atmosphère par la réflexion des nuages (ibid. p. 118). Paciolo le cite parmi les auteurs dont il s'est servi pour écrire son grand ouvrage (*Paciolo, summa de arithmetica geometria*, Summario de la prima parte). Bandini (*Catalogus codicum latinorum, bibliothecæ medicæ laurentianæ*, tom. II, col. 62) cite un

Paciolo cite Prosdocimo parmi les astronomes célèbres, et dit qu'il a tiré de ses écrits des matériaux pour son grand ouvrage (1). Malgré tout ce qu'a laissé périr l'incurie de nos pères, nous pourrions citer un bien plus grand nombre d'ouvrages de mathématiques écrits au quatorzième siècle dans les diverses provinces de l'Italie; mais après avoir enregistré les noms les plus illustres, nous nous abstiendrons de donner ici une longue et aride nomenclature (2): car nous

ouvrage sur l'astrolabe sphérique composé, en 1303, par Accurse de Parme: je n'ai pas trouvé cet Accurse dans les *Scrittori Parmigiani* d'Affò, où il est parlé cependant de Lanfranc et de George Anselmi qui probablement ne se sont appliqués qu'à l'astrologie (*Affò, scrittori parmigiani*, tom. I, p. 152-161).

(1) « Prodocimo de Beldemandis de Padua dignissimo astronomo. » (*Paciolo, summa de arithmetica*, f. 19, Dist. II, prohem. — Voyez aussi le *Summario de la prima parte.*)

(2) La bibliothèque royale de Paris possède différens ouvrages d'astronomie écrits par Jean de Gênes et Jean de Lineriis Sicilien, dans la première moitié du quatorzième siècle (*MSS. latins de la bibl. du roi*, nos 7281, 7282, 7285, 7295, 7295 A, 7323, 7329, 7328 A, 7405). Ce Jean de Lineriis (que Baldi, à la page 86 de sa *Cronica de matematici*, suppose avoir été allemand) est le même que le Jean de Liveriis ou de Linariis cité par Tomasini (*Bibliotheca patavina*, p. 109, 111, 112), et dont il faut signaler spécialement les *Canones sinuum cum tabulis* (ibid. p. 139). Je n'ai pu trouver ces deux astro-

avons pour but d'écrire l'histoire de la science et de ses progrès, et non pas de faire une biographie scientifique.

nomes ni dans Tiraboschi, ni dans Mongitore, ni dans aucun des écrivains sur l'histoire littéraire de Gênes que j'ai cités précédemment au sujet d'Andalone de Negro. Quant à Montucla et Delambre, on sait que ce n'est pas chez eux qu'il faut chercher les écrivains moins connus : et cependant une table des sinus, formée en Sicile probablement du vivant de Dante, méritait une mention particulière. Au reste, je ne m'arrêterai pas à tous ces mathématiciens qui, s'ils n'ont pas toujours fait avancer la science, ont au moins contribué à en répandre le goût et à préparer le siècle des Ferri et des Tartaglia. Toutes les bibliothèques italiennes, tous les grands dépôts littéraires de France, d'Angleterre et d'Allemagne renferment de nombreux manuscrits d'ouvrages de sciences, écrits par des Italiens au quatorzième et au quinzième siècle. Dans les *Scrittori d'Italia* de Mazzucchelli, dans les biographies municipales d'Argelati, d'Affò et Pezzana, d'Angiolgabriello di Santa-Maria, d'Agostini, de Tiraboschi, de Fantuzzi, de Mongitore, de Negri, de Toppi et Nicodemo, etc., etc., on trouve enregistrés une foule d'écrivains scientifiques de cette époque. Et si l'on songe que pendant ces deux siècles dans presque toutes les universités italiennes (et elles étaient très nombreuses), on enseignait à-la-fois l'astronomie, l'astrologie, la géométrie, l'algèbre et la météorologie, et que chaque professeur était ordinairement obligé de rédiger son cours, on s'expliquera facilement ce luxe d'ouvrages didactiques et d'écrits scientifiques. Dans l'impossibilité où je me trouve de donner des extraits de tous ces manuscrits et de faire la biographie de leurs auteurs, j'ai dû me borner à un

Les traités d'algèbre manuscrits qui nous restent de cette époque , contiennent d'ordinaire la résolution des équations déterminées du premier degré , et des règles générales , souvent sans démonstration , pour la résolution de celles du second degré. Quelques auteurs ont traité des équations du troisième degré et des degrés supérieurs , mais ils ont donné des règles tout-à-fait erronées pour les résoudre. Lorsque ces équations sont trinomes , ils ont forgé par induction des formules semblables à celles que l'on emploie pour le se-

seul ouvrage, dont on va lire l'analyse. Je renverrai les personnes qui voudraient se convaincre de la vérité de ce que j'ai affirmé précédemment (c'est-à-dire qu'on avait écrit au quatorzième siècle en Italie plusieurs centaines d'ouvrages de mathématiques), aux histoires littéraires que je viens d'indiquer, et à tant d'autres écrits du même genre qu'offre la littérature italienne , à la *Cronica de matematici* de Baldi, aux recherches d'Alidosi sur l'histoire de l'université de Bologne que j'ai citées si souvent, aux histoires universitaires de Borsetti, de Sarti, de Renazzi, de Fabroni, de Facciolati, de Pappadopuli, d'Origlia, etc., etc, et aux grands catalogues de Bandini, Fossi, Lami, Zanetti, Mittarelli, Muccioli, Pasini, etc.; ainsi qu'aux catalogues des manuscrits de la bibliothèque royale de Paris et du British Museum , à la *Bibliotheca bibliothecarum* de Montfaucon, aux *Catalogi manuscriptorum Angliæ et Hiberniæ*, etc., etc.

cond degré : pour les équations quadrinomes et pour celles qui contiennent un plus grand nombre de termes, ils ont donné des règles bizarres fondées sur de faux principes. (1)

On trouve aussi dans ces traités quelques problèmes indéterminés des deux premiers degrés, et quelques notations spéciales pour les radicaux. Les signes de l'addition et de la soustraction ne s'y montrent pas encore : l'addition y est indiquée par l'absence de tout signe intermédiaire entre les deux quantités que l'on veut ajouter, et l'on désigne les autres opérations par une périphrase. Le mot *binome* s'y trouve déjà ; mais celui d'*équation* n'est jamais employé dans aucun des traités que nous avons examinés : le mot *algèbre* s'y rencontre fréquemment ; *almucabale* est plus

(1) Dans un manuscrit d'algèbre, anonyme, que je possède, et qui très probablement a été écrit à Florence au quatorzième siècle, on trouve au feuillet 64 cette règle : « Quando li cubi sono equali alle cose et al numero, si dee partire li cubi et poi dimezzare le cose et quello dimezzamento multiplicare per se medesimo et quello che fa ponere sopra il numero, et la radice di quello più il dimezzamento delle cose, vale la cosa. » — Il est évident que cette règle erronée revient à supposer que l'équation $px^3 = ax + b$, a pour ra-

$$\text{cine } x = \frac{a}{2p} + \sqrt[3]{\left(\frac{a}{2p}\right)^2 + b}.$$

rare. Quelques applications de l'algèbre à la géométrie (surtout aux triangles et aux carrés) qui paraissent n'avoir ordinairement d'autre but que de construire des problèmes d'analyse indéterminée, et quelques-unes des questions les plus simples sur les maxima, complètent parfois les plus savans de ces ouvrages. (1)

(1) Parmi les questions qui sont résolues dans le manuscrit d'algèbre anonyme que je viens de citer, je signalerai les suivantes : 1^o Inscire, dans un cercle, dans un triangle ou dans un carré, un nombre donné de cercles, de triangles équilatéraux ou de carrés, de manière que la somme des aires des figures inscrites soit un maximum (f. 94 et suiv.). — 2^o Inscire dans un cube une pyramide triangulaire, de manière que la solidité en soit un maximum (f. 107 et suiv.). — 3^o Résoudre les équations $49x^4 - x^2 = y^2$, $x^2 = \frac{py^2}{x^2 - py^2}$, $x^4 - 9x^2 = y^2$, (non simultanées) en nombres entiers (f. 123-124). — 4^o Résoudre les deux équations simultanées $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$, $x^2 + y^2 = 82$ (f. 126). — On voit que cette dernière question conduit à une équation du quatrième degré, qui se décompose facilement en deux équations du second degré. Ces problèmes, dont quelques-uns ne sont pas tout-à-fait élémentaires, prouvent que l'auteur anonyme ne manquait pas de sagacité. Il faut remarquer que ce traité de mathématiques a été écrit pour des marchands : en voici le commencement : « Essendo io pregato di dovere scrivere alcune cose di abaco necessarie a' mercatanti, da tale che i preghi suoi mi sono comandamenti ; non come prosuntuoso ma per ubbidire mi sforzéro , etc. » — On fait depuis

Dans le quatorzième siècle, la mécanique et les sciences d'application firent de grands progrès; et ces progrès, bien que dus principalement au génie de quelques hommes supérieurs et à une sorte de divination, attestent cependant que la théorie n'était pas alors totalement négligée. Pendant long-temps les traditions scientifiques ne se conservèrent que dans les applications; et des ouvriers dépourvus d'instruction profitèrent, sans s'en douter, dans des siècles de ténèbres, des veilles des plus beaux génies de l'antiquité. C'est ainsi que des arts grossiers ont reçu souvent en dépôt les vérités les plus sublimes (1) : car

quelque temps bien des efforts pour populariser l'étude des mathématiques, et cependant nous sommes encore loin de ces marchands florentins du quatorzième siècle pour lesquels *l'algèbre était nécessaire*. Malgré les erreurs que j'ai signalées, cet ouvrage m'a semblé le plus important de tous ceux de la même époque que j'ai pu voir. La Bibliothèque Royale de Paris contient plusieurs manuscrits d'algèbre écrits en Italie, mais bien qu'ils soient tous plus modernes que celui dont je viens de donner un extrait, ils sont bien moins intéressans (*MSS. de la bibl. du roi, supplément latin, nos 111, 113, 114; MSS. français, n° 8108, etc.*).

(1) Il me semble qu'on n'a pas suffisamment remarqué ce rôle conservateur des arts. Les livres peuvent se perdre ou n'être plus compris; mais dès qu'une découverte utile a été introduite dans les applications, il devient presque impossi-

tout se lie, tout s'enchaîne dans ce monde, et toutes les branches des connaissances humaines sont destinées à se féconder mutuellement. Pour élever au faite de ces grandes flèches, de ces immenses coupoles de la renaissance, les blocs énormes de marbre, les globes de métal qui ordinairement les couronnent, il a fallu l'emploi de puissantes machines; mais malheureusement il ne nous en reste que le souvenir sans aucune description. On aimerait surtout à connaître les moyens par lesquels, dès le commencement du quinzième siècle, on était parvenu en Italie à transporter des tours et des maisons

ble qu'elle se perde. Les procédés par lesquels on l'applique se vicient quelquefois, mais le principe subsiste toujours; et il serait difficile de citer une seule découverte importante, faite par les anciens, qui, lorsque l'exécution n'en était pas trop compliquée, n'ait pas été transmise au moyen âge. Les principales machines des anciens, les moulins, les machines pour tisser, les gnomons, les voûtes, l'art de fondre et de travailler les métaux et le verre, etc., etc., tout cela nous a été conservé au moyen âge (*Muratori, antiquit. ital.*, tom. II, col. 342-542, Dissert. 24, 25 et 26). Les machines de guerre, celles qui servent à soulever de grands poids ont été long-temps les mêmes : sans remonter aux constructions cyclopéennes, la rotonde de Ravenne montre qu'après la chute de l'empire romain, on employait encore en Italie des machines très puissantes, et qu'on savait élever des fardeaux énormes à des hauteurs considérables.

d'un endroit à un autre sans les endommager. On a cru dans ces derniers temps faire un miracle en mécanique en effectuant ce transport, et cependant dès l'année 1455, Gaspard Nadi et Aristote de Feravante avaient transporté, à une distance considérable, la tour de la Magione de Bologne, avec ses fondemens, qui avait presque quatre-vingts pieds de haut. (1)

Ces grands résultats étaient obtenus par des moyens simples et grossiers, qui pouvaient con-

(1) Le continuateur de la chronique de Pugliola dit que le trajet fut de 35 pieds et que durant le transport, auquel le chroniqueur affirme avoir assisté, il arriva un accident grave qui fit pencher de trois pieds la tour pendant qu'elle était suspendue, mais que cet accident fut promptement réparé (*Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. XVIII, col. 717-718). Alidosi a rapporté une note où Nadi rend compte de ce transport avec une rare simplicité. D'après cette note, on voit que les opérations de ce genre n'étaient pas nouvelles. Celle-ci ne coûta que 150 livres (monnaie d'alors), y compris le cadeau que le Légat fit aux deux mécaniciens. Dans la même année, Aristote redressa le clocher de Cento, qui penchait de plus de cinq pieds (*Alidosi, istruztiione*, p. 188. — *Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. XXIII, col. 888. — *Bossii, chronica*, M. diol., 1492, in-fol. ad ann. 1455). On ne conçoit pas comment les historiens des beaux-arts ont pu négliger de tels hommes. Je n'ai trouvé le nom d'Aristote di Feravante, ou Fioravanti, ni dans Vasari, ni dans Baldinucci, ni dans Milizia. Dans l'*Abecedario pittorico* (Firenze, 1788, in-4) ce nom ne se trouve que

duire à de puissans effets dynamiques, mais qui ne devaient pas avoir le même succès dans tout ce qui exige de l'exactitude : car à une époque où des tenailles renversées tenaient lieu de compas (1), on ne sentait pas encore la nécessité des instrumens de précision. Les horloges, il est vrai, exercèrent l'habileté des mécaniciens (2), mais les artistes travaillaient plutôt à perfec-

dans la table. Tiraboschi est le seul qui ait parlé d'Aristote avec quelque détail : il dit, d'après Fantuzzi, que cet architecte alla ensuite en Russie (*Storia della lett. ital.*, tom. VI, 3^e part., p. 1078).

(1) Voyez la figure de la géométrie qui est dans le Campo Santo de Pise; reproduite par M. Ciampi dans la *Lettera di G. Bonaccio a zanobi da Strata*, Firenze, 1827, in-8.

(2) Les horloges étaient à poudre, à poids et à eau. Du temps de Dante, il y avait des horloges à roues et il en a parlé dans le Paradis (cant. xxiv, v. 13). — « E come cerchi in tempo d'horivoli — Si giran sì, che il primo, a chi pon mente — Quietò pare, e l'ultimo che volì. » — Dès l'année 1306, il y avait à Milan une horloge chez les frères Prêcheurs (*Giulini, memorie di Milano*, Milano, 1770, 9 vol. in-4, tom. IX, p. 109). Et dans le même siècle toutes les villes de l'Italie eurent des horloges publiques pour sonner les vingt-quatre heures (*Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. XII, col. 1011, et tom. XVIII, col. 172 et 444). Comme c'est en Italie qu'on les trouve indiquées pour la première fois, il est probable, non pas qu'elles aient été inventées par des Italiens comme l'a supposé Tiraboschi (*Storia della lett. ital.*, tom. V, p. 210), mais que les Italiens ont été les premiers

tionner les mouvemens des automates propres à indiquer les heures du jour et de la nuit, qu'à rendre plus précise la mesure du temps. Cependant il fallait toujours beaucoup de talent pour produire les effets mécaniques compliqués que l'on voit encore dans d'anciennes horloges. Parmi les artistes les plus habiles dans ce genre, il faut compter les Dondi, famille de Padoue qui devint célèbre, et que le peuple désigna par le nom de *Dondi-des-horloges*. (1)

à imiter en cela les Orientaux (Voyez ci-dessus tom. I, p. 214). Les observateurs déterminaient quelquefois directement le temps qui s'était écoulé entre deux phénomènes, à l'aide de l'astrolabe, par l'arc décrit par le soleil entre deux observations. Ce procédé se trouve déjà employé dans un ouvrage traduit au commencement du douzième siècle par Platon de Tivoli (Voyez, à ce sujet, la note IV à la fin volume). Quant aux méridiennes, celle de Saint-Jean de Florence, qui était déjà très ancienne du temps de Jean Villani (*Storia*, p. 40, lib. I, c. 60) a semblé à Ximenes être du dixième siècle (*Ximenes, storia dello gnomone*, p. xviii) : celle du *Duomo*, qui est la plus grande qui existe, a été construite par Toscanella au quinzième siècle (*Danti, la prospettiva d'Euclide*, Firenze, 1573, in-4, p. 84). Ximenes a prouvé qu'au neuvième siècle, on s'était déjà aperçu à Florence d'une erreur de trois jours dans le calendrier. Cela prouve qu'à cette époque, on connaissait en Italie des moyens assez exacts pour déterminer le solstice (*Ximenes, storia dello gnomone*, p. iv-xv).

(1) L'horloge si fameuse de Dondi, dont tant d'écrivains

Il nous reste à peine quelques données sur les instrumens d'astronomie dont on se servait à cette époque. L'astrolabe et le quart du cercle en étaient les principaux : ils servaient à prendre hauteur d'un astre à l'aide d'une alidade, portant aux deux extrémités deux petits trous par lesquels on faisait passer le rayon visuel. Quelquefois aussi il y avait un tube creux, qui ser-

ont parlé, représentait le mouvement du soleil, de la lune et des planètes; elle était mue par un seul poids. Deux médecins, Jacques et Jean Dondi, père et fils, paraissent avoir construit cet instrument célèbre, mais ils n'ont pas, comme on l'a dit souvent, inventé les horloges. Jacques mourut en 1310, Jean vivait encore en 1355. Philippe de Maizières, écrivain contemporain, parle, dans le *Vieux Pèlerin*, de cette machine, et dit que Jean des Horloges était le premier philosophe des médecins et des astronomes de son temps, et que Jean Galeas Visconti lui donnait, pour l'avoir à sa cour, deux mille florins par an (*Histoire de l'académie des inscript. et belles-lett.*, tom. XVI, p. 227). On doit regretter beaucoup que l'ouvrage intitulé *Planetarium*, où Jean avait décrit sa machine et la manière de la construire, n'ait jamais été publié. Jacques, qui était aussi astronome et médecin à-la-fois, a écrit un traité intitulé : *De modo conficiendi salis ex aquis calidis Aponiensibus et de fluxu maris*, qui a été imprimé à Venise en 1571. C'est probablement le premier ouvrage où l'on ait enseigné à tirer des sources minérales les sels qu'elles contiennent. Il faut remarquer que les horloges à roues de Vitruve n'étaient que des clepsydras (*Architectura*, Napol., 1758, in-fol., p. 377, lib. 1x, c. 9), et que Vasari et Manni se sont trompés lorsqu'ils ont supposé que Laurent

vait au même but et que quelques auteurs ont pris pour une lunette. Le quart de cercle était attaché à un anneau mobile qu'on tenait à la main; il retombait par son propre poids et pouvait être supposé vertical. Nous ne savons pas comment on graduait ces instrumens, mais tout porte à croire que la division en était fort grossière. L'astrolabe, la boussole, les horloges et les cartes géographiques (1), étaient, au com-

da Volpaja avait été le premier, dans la seconde moitié du quinzième siècle, à construire un mouvement planétaire (*Manni, de florentinis inventis*, Ferrare, 1731, p. 63. — *Vasari, vite*, tom. V, p. 114, et XI, p. 176. — *Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. V, p. 207 et suiv.).

(1) Dans le *Guerino Meschino*, qu'on dit avoir été écrit au commencement du quatorzième siècle, il y a ce passage que j'ai déjà cité (p. 69) : *Pero li naviganti vanno con la calamita, securi per lo mare, e con la stella e con lo partire della carta et de li bossoli de la calamita* (*Libro di Guerino Meschino*, Padua, 1473, in-fol., cap. CLXIX). — Ce qui prouve que la boussole, les cartes géographiques, et l'observation des astres étaient déjà les élémens d'un voyage maritime. Dans la *Sfera di Goro Dati*, poème *in ottava rima*, écrit à Florence vers la fin du quatorzième, ou au commencement du quinzième siècle, et qui a été imprimé à Florence en 1482 et en 1513, et à Venise en 1554 (*Dati, Goro, storia*, p. XIII-XVI), on trouve les vers suivans. — « Et con la carta dove son segnati — I venti et porti et tutta la marina. — Vanno per mare

mencement du quinzième siècle, les principaux instrumens employés par les navigateurs. Dans la suite, les premiers voyageurs européens qui parvinrent aux Indes-Orientales furent étonnés de voir que dans ces contrées les naturels ne se servaient en mer que de l'astrolabe (1). On trouve

mercanti et pirati..... — Col bossol de la stella temperata. — Di calamita verso tramontana — Veggion appunto ove la prora guata. — Bisogna l'orologio per mirare — Quante hore con un vento siano andati, — Et quante miglia per ora arbitrare. — Et troveran dove sono arrivati. » — Vers que j'ai tirés de deux manuscrits du quinzième siècle que je possède, et qui prouvent que déjà, du temps de Goro Dati, on se servait du loch. Ces manuscrits contiennent tous deux des cartes géographiques : dans le plus grand, il y a un hémisphère avec l'Asie, l'Europe et l'Afrique : celle-ci est entourée par la mer. L'auteur dit que tout le reste de la sphère terrestre est recouvert par la mer. Quelques auteurs ont parlé (*Atti dell' accademia della Crusca*, tom. III, p. 198), d'après une note de Remigio Fiorentino à l'histoire de Mathieu Villani (*Villani, M., historia.*, Venez., 1562, in-4. p. 277-280), d'un traité de la sphère en octaves composé par Zanobi da Strata ; mais Zanobi n'a fait que traduire Macrobie : le poème dont on parle est celui de Goro Dati dont je viens de donner un extrait (*Ambrosii Traversarii epistolæ*, p. cxcii).

(1) Zurla, *il mappamondo di fra Mauro*, p. 52. — Ramusio, *viaggi*, tom. I, f. 121. — Barthema dit que les voya-

quelquefois, dans les figures qui accompagnent les manuscrits ou les plus anciennes éditions des ouvrages d'astronomie, des observations faites par réflexion, à l'aide d'un horizon artificiel, mais on ne sait pas si cet horizon était à mercure ou simplement à eau. C'est d'après un ancien traité de navigation, écrit en patois vénitien, qu'on a cru, comme nous l'avons déjà dit, que dès cette époque on avait appliqué la trigonométrie à la nautique, science qui de jour en jour prenait un plus grand développement. Non-seulement les villes maritimes faisaient continuellement des expéditions lointaines, mais les villes aussi qui étaient éloignées de la mer faisaient un commerce très actif et cherchaient par tous les moyens à s'emparer d'un port de mer pour se créer une marine. Florence, animée par son ancienne rivalité contre Pise, cherchait un débouché à Piombino et à Livourne, et des documens découverts récemment semblent prouver que ce furent les Florentins qui, au

geurs en Arabie se servaient de la carte géographique et de la boussole, et il appelle *pilote* celui qui dirigeait les caravanes (*Ramusio viaggi*, tom. I, f. 150).

quatorzième siècle, retrouvèrent les îles Canaries, depuis si long-temps oubliées des navigateurs. Si nous faisons l'histoire de la navigation, nous devrions parler longuement des voyageurs italiens du quatorzième et du quinzième siècle: car ce n'est pas seulement du temps de Colomb, comme on le croit communément, que les Italiens sont intervenus dans les découvertes maritimes. Ils avaient précédé les Portugais, et avaient présidé à toutes les tentatives (1). Leurs cosmographes étaient les plus célèbres de l'Europe, et l'on verra plus tard les Portugais cherchant à aller par mer aux Indes-Orientales, faire copier les cartes d'un moine de Murano, qui devaient leur apprendre la vraie forme de l'Afrique et la route de Goa (2).

Parmi les grandes applications de la mécanique il faut placer l'art militaire, et surtout l'art d'attaquer et de défendre les places; car malgré l'introduction de la poudre en Europe (3), on se

(1) Je tâcherai au reste de présenter un exposé succinct des voyages des Italiens, là où je parlerai des découvertes de Colomb.

(2) Zurta, *il mappamondo*, p. 84.

(3) J'ajouterai ici à ce que j'ai dit à la page 73 de ce volume, relativement à l'invention de la poudre, qu'Omodei,

servait toujours de préférence des anciennes machines dans les sièges. Il reste encore quelques

dans un écrit que je ne connais que depuis peu de jours, avait déjà remarqué le passage de Guido Cavalcanti sur les *Bombarde* que j'ai cité précédemment. Mais Omodei attribue ce passage à un auteur bien postérieur à l'ami de Dante, à cause de la phrase *studiare il pecorone*, qui se trouve dans cette *canzone*, et que l'érudit Piémontais a pris à tort pour une citation du *Pecorone*, recueil de contes fort connu et plus moderne que Cavalcanti. Il me semble qu'Omodei n'a pas compris cette phrase, qui n'est pas une citation, mais un proverbe ou un dicton populaire, qui veut dire simplement : *être une bête* (*Omodei, origine della polvere*, Torino, 1834, in-4, p. 38-39). Au reste, cet écrit contient des recherches curieuses et mérite d'être lu par les personnes qui desiront approfondir cette question, bien que l'auteur ait sur ce sujet des opinions que je ne puis pas partager. J'ajouterai, à ce sujet, que M. Lacabane, employé aux manuscrits de la bibliothèque royale, qui s'occupe de préparer une histoire de l'invention de l'artillerie, m'a fait connaître un passage inédit fort curieux, qui me semble démontrer jusqu'à l'évidence ce que j'avais déjà dit et tenté de prouver (c'est-à-dire que le moine Schwartz n'a pas été l'inventeur de la poudre) et qui explique en même temps ce que Schwartz a fait. Voici ce passage : « Le dix septième May mil trois cent cinquante quatre ledict seigneur Roy es'ant acertené de l'Invention de faire artillerie trouvée en Allemagne par un Moyne nomme Bertholde Schwatz ordonne aux generaux des monnoies faire dilligence d'entendre quelles quantitez de cuivre estoient audict Royaume de France, tant pour adviser des moyens d'Iceux faire artillerie, que semblablement pour empêcher le vente d'Iceux a Estrangers et transporter hors le

manuscrits où sont décrites et figurées les machines qu'on employait à lancer de grosses pierres, des armes, des matières enflammées dans les villes assiégées; souvent on y jetait aussi des animaux vivans ou en putréfaction, pour insulter aux assiégés ou pour les empester. Quelquefois même, on y lançait des hommes qu'on soupçonnait d'espionnage ou de trahison. Dans ces temps où l'escalade jouait encore un si grand rôle, on avait inventé des machines qui, fixées dans les murs, étaient destinées à faire tomber les échelles, et d'autres qui, placées sur les remparts, devaient, par un mouvement de rotation très vif imprimé à des poutres horizontales, balayer le haut des remparts et précipiter dans les fossés les ennemis qui seraient montés à l'assaut. De puissans ressorts qui se débandaient tout-à-coup, d'immenses leviers, mus par la force des animaux, produisaient des effets qui étaient comparables quelquefois à ceux de la

Royaume « (*MSS. de la bibliothèque du roi, fonds Colbert, melanges*, n° 198, in-fol.). — Voyez aussi, à ce sujet, *Marini saggio storico sui bastioni* (Roma, 1801, in-8), *Dati, G., istoria* (p. 46), et un article que j'ai inséré dans *l'Antologia di Firenze* (Novembre 1831, p. 9).

poudre, mais qui exigeaient toujours de plus longs préparatifs⁽¹⁾. La poudre était connue, et cependant ce ne fut que long-temps après qu'on s'en servit pour les mines. Jusqu'à la fin du quatorzième siècle, lorsqu'on voulait faire tomber un édifice, on faisait une grande excavation sous ses fondemens, et après l'avoir soutenu avec des étais, on mettait le feu à ces étais, et l'édifice s'écroulait. L'emploi de la poudre dans les mines avait été attribué à Pierre Navarro, qui faisait la guerre en Italie pour Charles V, bien qu'un auteur contemporain assurât que ce capitaine n'avait fait que profiter de la découverte de Giorgi (2). On a depuis retrouvé cette invention dans les manuscrits de Léonard de Vinci (3), et dans un autre manuscrit d'un ingénieur italien appelé Paul Santini, qui était, vers le milieu du quinzième siècle,

(1) Les premières éditions de Végèce, et des autres écrivains de *re militari*, sont ordinairement accompagnées de figures qui représentent plus souvent les machines militaires du moyen âge que celles de l'antiquité.

(2) *Biringuccio pirotechnia*, Venez., 1558, in-4, f. 158, lib. x, c. 4. — Voyez aussi *Marini saggio storico sui bastioni*, p. 54.

(3) *MSS. de Léonard de Vinci*, vol. N, f. 128 et 132.

cle, à l'armée du roi de Hongrie (1). Mais d'après un chroniqueur contemporain, il semble que, dès l'année 1403, un ingénieur florentin, appelé maître Dominique, avait promis de faire sauter par une mine une partie des fortifications de Pise. (2)

Dès le douzième siècle, les Italiens s'occupaient d'hydraulique, et ils en appliquaient les principes à la construction des canaux, des aque-

(1) Ce manuscrit qui est fort beau et qui se trouve à la Bibliothèque royale de Paris sous le n° 7239, a eu une singulière destinée. Ecrit par un Italien, il fut pris aux Hongrois par les Turcs et placé dans la bibliothèque du sérail : en 1687 Girardin, ambassadeur à Constantinople, l'en tira avec la permission du Grand-Seigneur.

(2) Pitti, B., *Cronica*, Firenze, 1720, in-4, p. 75. — On peut voir sur les machines de guerre du moyen âge, *Mura-tori, antiquit. ital.*, tom. II, col. 441, et seq., Dissert. 26. — *Giulini, memorie di Milano*, tom. VI, 59, 61, 71, etc. — Il n'est pas inutile de rappeler ici que ce sont les Italiens qui ont inventé les bastions (*Marini, saggio storico sui bastioni*, p. 11 et suiv.). Parmi les moyens d'attaque et de défense il y avait aussi les inondations, et l'on sait que Brunellesco tenta infructueusement ce moyen au siège de Lucques. Les moyens mécaniques par lesquels les Vénitiens firent voyager une flotte à travers les montagnes, pour secourir Brescia assiégée par Nicolò Piccinino, méritent une mention particulière (*Poggii Bracciolini, historia Florentina*, Venet. 1715, p. 270 et 327, lib. VI et VIII, ad ann. 1430 et 1439).

ducs, et de diverses machines. Au commencement du treizième siècle, on creusait, pour la navigation intérieure de la Lombardie (1), des canaux qui avaient été précédés par des canaux

(1) Aff a publié une charte de l'an 1203, par laquelle le podestat de Reggio s'oblige, au nom de sa commune, à faire creuser un canal « Navigium..... bene cavatum ad eundum et redeundum cum navibus » qui aille jusqu'au canal de Guastalla : on voit par ce document que dès cette époque les travaux de ce genre s'effectuaient moyennant un droit de navigation (*Affò, storia di Guastalla*, tom. I, pag. 356). Giulini dit que les Milanais creusèrent, en 1179, le *Navilio di Gazano* ou *Tesinello*, mais qu'il n'était destiné qu'à l'irrigation, et que ce fut seulement dans le siècle suivant qu'ils le rendirent navigable (*Giulini, memorie di Milano*, tom. VI, p. 501). Landolphe l'Ancien parle, il est vrai, au onzième siècle d'un canal qui aurait servi à la navigation, (*Muratori scriptores rer. ital.*, tom. IV, p. 85, lib. II, c. 24); mais ce fait n'est pas suffisamment établi, et l'on peut croire que le canal navigable de Guastalla, qui existait déjà en 1203, est plus ancien que celui de Milan. Celui-ci était dirigé par une commission composée de quatre personnes, deux moines et deux bourgeois (*Giulini, memorie di Milano*, tom. VIII, p. 248. — Voyez aussi *Antichità Longobardico-Milanesi*, Milano, 1792, 4 vol. in-4, tom. II, p. 99 et suiv., Dissert. 12). *Alidosi* parle d'un *Naviglio* ou canal à Bologne dès l'année 1208, mais on ne sait pas si c'était un canal d'irrigation ou un canal navigable (*Alidosi, istruzionne*, p. 106. — Voyez aussi, à ce sujet, *Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. VIII, col. 381; tom. XI, col. 65-66; et tom. XVII, col. 975-976; et *Bruschetti, storia de' progetti per la navigazione del Milanese*, Milano, 1870, in-4, p. 2-12).

d'irrigation. Cependant, malgré tous ces travaux, ce n'est qu'au quinzième siècle qu'on trouve la première indication des écluses. Une constante tradition, qui a été adoptée par plusieurs auteurs modernes (1), pourrait faire croire que c'est Léonard de Vinci qui les a inventées : mais il est de fait que si l'on voit dans ses manuscrits le dessin de plusieurs écluses, on trouve aussi dans des écrivains précédens l'indication de procédés propres au passage des bateaux dans des canaux situés à différens niveaux (2).

(1) *Antichità Longobardico-Milanesi*, tom. II, pag. 121, Dissert. 12.

(2) Pierre Candide en parle dans la vie de Philippe Maria Visconti, duc de Milan : voici ce passage, que Muratori a déjà publié, et que je cite ici avec quelques légères variantes, tirées d'un manuscrit que je possède. « Meditatus est et aque rivum, per quem ab Abiate Viglevanum usque sursum veheretur, aquis altiora scandentibus machinarum arte quas concas appellant. (*Muratori, scriptores rer. ital.*, tom. XX, col. 1006). — Tiraboschi croit que les écluses furent inventées par Philippe de Modène et par Fioravante (père de cet Aristote de Fioravante dont nous avons déjà parlé), qui, en 1439, dirigeait les travaux hydrauliques que faisait exécuter le duc de Milan. Zendrini a cité une charte de l'an 1481, par laquelle Denis et Pierre Dominique, horlogers de Viterbe, fils de maître François, ingénieur, s'engagent à mettre à effet un

Les travaux des lagunes de Venise sont très anciens, et dès le douzième siècle les Vénitiens et les habitans de Padoue se firent la guerre pour régler le cours de la Brente (1). Une découverte

procédé pour faire passer des bateaux d'un canal à un autre sans les décharger (*Antichità Longobardico-Milanesi*, tom. II, p. 122, Dissert. 12. — *Biblioteca italiana*, tom. XIX, p. 459-460). Mais quoiqu'on ait prétendu, d'après un exemple tiré du Glossaire de Ducange (*ad voc. Concha*), que le mot *Conca*, ou *Concha*, qui signifiait aussi une certaine espèce de navire, n'avait pas ici un sens bien déterminé, il serait cependant difficile de voir dans tout cela autre chose que des écluses plus ou moins grossières, que Léonard de Vinci a dû perfectionner sans doute, mais dont, à nom avis, il n'est pas l'inventeur (Voyez aussi, à ce sujet, *Bruschetti, storia*, p. 12). Quant à la supposition que Pline le jeune eût connu les écluses, il me semble qu'elle a été combattue victorieusement dans les *Antichità Longobardico-Milanesi* (tom. II, p. 125, Dissert. 12).

(1) *Veri, rer. venet. historia*, Venet. 1678, in-4, p. 35, lib. I, ad ann. 1143. — *Sigonii, de regno Italiae*, lib. X, ad ann. 1110. — Les digues sont très anciennes dans les états vénitiens : et dès les temps les plus reculés cette république s'était occupée de la direction des rivières : en 1314 le sénat avait voulu remédier aux obstacles que les travaux des pêcheurs apportaient à l'écoulement des eaux dans les canaux (*Zendrini, Memorie storiche delle lagune di Venezia*, Padova, 1811, 2 vol. in-4, tom. I, p. 9). On peut voir, dans cet ouvrage de Zendrini, combien de soins, de travaux et de dépenses la république consacrait, dès le quatorzième siècle, aux travaux hydrauliques.

qui mérite l'attention des savans, c'est celle des moulins, mus par la marée, qu'on avait établis dans ces lagunes dès le onzième siècle. Ces moulins qui devaient tourner six heures dans un sens et six heures dans l'autre, étaient appelés *aquimoli*, et on les trouve cités dans un document de 1044 (1). Au reste, on avait aussi appliqué le mouvement des eaux à des machines

(1) *Zanetti, origine d'alcune arti presso i Veneziani*, p. 70. — Quant aux moulins ordinaires, on sait qu'ils sont indiqués dans Vitruve (*Architectura*, p. 408, lib. X, c. 10). Les moulins à vent se trouvent, pour la première fois, mentionnés d'une manière certaine en 1332. Le grand conseil de Venise accorda une certaine somme à Barthélemi Verde, *pro faciendū unum molinendum a vento*: et comme le décret ajoute : « *Dando plezariam..... de restituendo..... in tempore sex mensium si ipsum non perducere ad molendum* », il est évident qu'il s'agit ici d'une première tentative (*Zanetti, origine d'alcune arti presso i Veneziani*, p. 74). Un fait assez curieux, c'est que, dès le quatorzième siècle, on avait à Milan des moulins mus par un mouvement d'horlogerie : « *Adinvenerunt facere Molendina quæ non aqua aut vento circumferuntur, sed per pondera contra pondera, sicut solet fieri in Horologis* » dit Flamma dans sa chronique à l'année 1341 (*Muratori, antiquit. ital.*, tom. II, col. 394, Dissert. 24). Ce passage semble prouver, au reste, que les moulins à vent étaient fort connus à Milan en 1341, et par suite que ceux de Verde n'étaient pas une invention tout-à-fait nouvelle. Montucla dit, mais sans en donner aucune preuve, que les moulins à vent sont une invention hollandaise (*Montucla, hist. des math.*, tom. I, p. 530).

employées dans les manufactures. Dès l'année 1341, il y avait à Bologne de grandes fileries mues par la force de l'eau, et elles produisaient un effet évalué à quatre mille fileuses. (1)

On pourrait signaler un grand nombre d'autres faits qui, sans être précisément des faits scientifiques, prouvent cependant qu'on commençait dès cette époque à tenir compte des divers phénomènes naturels qui pouvaient servir dans les applications. Malheureusement ces faits sont si peu liés entre eux qu'on éprouve un grand embarras quand on veut les exposer; et il faut se résigner à mettre aussi peu d'ordre dans l'exposition qu'on en fait, qu'il y en avait alors dans les sciences auxquelles ils appartiennent. Nous les indiquerons donc plutôt comme des symptômes d'un état social avancé, que comme formant un système scientifique.

Sans pouvoir citer de grandes découvertes physiques ou chimiques faites en Italie au quatorzième siècle ou au commencement du quin-

(1) *Alidosi, istruzionne*, p. 37. — Dans une charte de 1008 citée par Giulini, on trouve l'indication de plusieurs machines hydrauliques (*Giulini, memorie de Milano*, tom. III, p. 67).

zième, on doit indiquer les progrès de l'art du teinturier et du fondeur (1) comme une preuve de l'avancement de ces sciences. On doit surtout signaler cet esprit d'observation qui commençait alors à se développer, et dont on trouve des traces dans les chroniqueurs (2), qui manquaient rarement d'enregistrer les phé-

(1) On sait qu'une plante destinée à la teinture a donné le nom à la famille Rucellai de Florence (*Manni, de Florentinis inventis*, p. 36, c. xx); mais un fait qui n'est pas aussi généralement connu, c'est que dans ces temps on ne fabriquait à Florence que très peu de draps de laine, bien qu'on en fit un grand commerce, et que les teinturiers étaient la source d'une des principales richesses de cette ville. En effet, on se bornait à faire venir une très grande quantité de draps tous fabriqués de l'étranger, et on les teignait ensuite (*Osservator Fiorentino*, tom. IV, p. 124 et suiv.).

(2) Parmi ces observations j'en citerai spécialement une qui se rapporte à l'origine des fontaines, que l'on trouve dans Goro Dati, et que j'ai déjà rapportée ailleurs (*Antologia*, Novembre 1831, p. 14); voici le passage de Dati : « I Fiorini che si spendeano l'uno anno, in gran parte si erano ritornati nell' altro anno, come fa l'acqua, che'l mare per gli nugoli spande nelle piove fanno sopra alla Terra, e pe'l corso de' rivi, e fossati, e fiumi si ritorna nel mare » (*Dati, G., istoria*, p. 129). — On voit qu'au quinzième siècle des bourgeois de Florence étaient plus avancés sur cette question que ne l'était, deux cents ans plus tard, Descartes avec ses alambics et sa distillation souterraine (*Des-Cartes, principia philosophiæ*, Amest. 1664, in-4, p. 164).

nomènes naturels les plus frappans. Bien que privés d'instrumens météorologiques, ils faisaient cependant des observations qui peuvent avoir encore beaucoup d'intérêt pour la détermination des maxima et des minima de température, et pour constater la périodicité de certains phénomènes qui paraissent se reproduire à des époques déterminées (1). Mais c'est surtout les applications que l'on cherchait, et qui augmentaient tous

(1) La petite chronique de Ser Naddo qui est insérée dans le tome XVIII^e des *Delizie degli eruditi Toscani*, semble plutôt un journal de météorologie qu'une chronique politique. Dans les *Scriptores rerum italicarum*, on trouve un grand nombre d'observations météorologiques. Si je pouvais m'étendre sur ce sujet, je donnerais une liste des nombreuses étoiles filantes qui ont été observées, dans divers siècles, vers le 12 novembre. Je me bornerai ici à signaler les apparences de ce genre observées le 9 novembre par Grégoire de Tours au sixième siècle (*Histoire des Francs*, tom. I, p. 261, lib. V, *Collection de M. Guizot*, tom. I). Il est évident qu'en ayant égard au déplacement du calendrier, le 9 novembre revient à l'époque de l'année où l'on a observé ce phénomène de nos jours. Un autre fait, non moins remarquable, c'est qu'on trouve, en faisant au calendrier les corrections nécessaires, vers la même époque de l'année quelques-uns des orages les plus épouvantables dont l'histoire nous a conservé le souvenir ; mais il ne faut pas se hâter de tirer des conclusions trop absolues de ces observations isolées : elles doivent seulement diriger notre attention vers un genre de recherches qui promet des résultats intéressans.

les jours d'importance et d'étendue. C'est alors que plusieurs professions qui, pendant longtemps, avaient été confondues avec d'autres, prirent un nom particulier et devinrent des professions spéciales (1).

Tout ce qui servait au besoin du commerce, au développement de l'industrie, à la sûreté et à la prospérité publiques fut beaucoup perfectionné dans les républiques italiennes. La métrologie était bien compliquée à une époque où à chaque pas les poids et mesures changeaient : on s'efforça donc de rendre les mesures invariables, au moins dans chaque ville, en les exposant officiellement au public (2); et l'on trouve dans des ouvrages de commerce des ta-

(1) Pendant long-temps les architectes, appelés *maîtres maçons*, étaient chargés de tout ce qui est relatif aux machines. Un peu plus tard, il y eut des *mastri d'edificj*; et enfin au quinzième siècle des *ingénieurs*. Nous avons vu précédemment que des médecins étaient mécaniciens, et que des horlogers se faisaient ingénieurs (Voyez ci-dessus, pag. 220 et 230).

(2) *Giulini, memorie di Milano*, t. VI, p. 481. — Les moyens de mesurer n'étaient pas alors d'une grande précision; on voit cependant dans un ancien manuscrit (intitulé *Algorithme*) qui est à la bibliothèque de l'Arsenal, que lorsqu'il s'agissait de peser des matières précieuses, on enfermait dans une boîte

bles comparatives des poids, des mesures, et des monnaies des différens peuples (1). Le cadastre dont on s'occupa à plusieurs reprises, conduisit à l'arpentage (2), et l'on commença à lever des plans de villes, et à faire des cartes géographiques d'après des procédés réguliers (3). La statistique commença à être cultivée (4). Des ta-

les balances pour les garantir du mouvement de l'air. « Puis te fault avoir ung bon trebuchet dedans une lanterne de voyre ou de papier que le vent ne puisse empescher ledit trebuchet » (*MSS. français, sciences et arts*, n° 184).

(1) *Della Decima*, tom. III, p. 4 et suiv. — Nous avons déjà vu (p. 214) que les marchands florentins étaient censés devoir étudier l'algèbre. Dans les traités de commerce de ce temps-là, il y a toujours des notions d'astronomie appliquées à la navigation, et un petit résumé de chimie pour l'affinage des métaux (*Della Decima*, tom. III, p. 325-362). Il y avait alors à Florence six écoles publiques où douze cents élèves apprenaient les élémens des sciences, les langues, et tout ce qui se rapporte au commerce (*Frescobaldi, vieggio*, Roma, 1818, in-8, p. 49).

(2) *Giulini, memorie di Milano*, tom. VII, p. 274 et 575 ; et tom. VIII, p. 12, etc. — *Della Decima*, tom. I, p. 26.

(3) On peut voir par un ancien plan de Venise, que Temanza a publié, combien étaient imparfaits la topographie et l'arpentage au douzième siècle (*Temanza, antica pianta di Venezia*, Venezia, 1781, in-4).

(4) On trouve des faits de statistique dans presque tous les chroniqueurs de ces siècles : mais dans quelques cas leurs écrits prennent la forme d'une véritable statistique. On peut

bles de naissance furent dressées dès le quinzième siècle (1). On organisa les secours contre les incendies (2). On pava les rues des villes (3), et l'on ouvrit de nouvelles routes dans les campagnes (4). Enfin toutes les branches de l'industrie, toutes les sources de la prospérité publique furent encouragées et protégées.

Pendant plus d'un siècle et demi, toute l'énergie, toutes les forces des Italiens furent employées à faire éclore et à développer la civilisation moderne. Lettres, poésie, sciences, arts, mœurs, forme de gouvernement, tout était nouveau dans ces nouvelles sociétés. Le peuple, qui avait tant d'influence dans les ré-

lire à ce propos les chapitres VIII et IX de l'histoire de Florence de Goro Dati, le chant XCI du *Centiloquio* de Pucci dans le sixième volume des *Deliziedagli eruditi Toscani*, l'ouvrage de Pagnini *Della Decima*, les *Scriptores* de Muratori, tom. XI, col. 712, etc., etc.

(1) *Lastri, recherche sulle popolazione di Firenze*, Firenze, 1775, in-4, p. 34 et suiv.

(2) *Osservator Fiorentino*, tom. IV, p. 134. — *Giulini, memorie di Milano*, tom. IV, p. 511. — On sait que les Romains aussi avaient un corps de pompiers qu'ils appelaient *Vigiles*.

(3) *Dati, G., storia*, p. 111.

(4) Voyez sur les réglemens des routes et des canaux *Giulini, memorie di Milano*, tom. II, p. 330; tom. VI, p. 454, 479, 481; et tom. VIII, p. 152, 258, 488, etc.

publiques démocratiques italiennes, prenait part à ces travaux et à ces progrès, et forçait, quelquefois avec des formes violentes, toutes les classes de la société à y contribuer. Sous peine d'être compté pour rien, d'être privé de tous les droits de citoyen (d'être *ammonito*), il fallait travailler; et mille faits divers qu'il nous est impossible de rapporter ici, prouvent que cette nécessité de travailler était entrée dans l'esprit et dans les mœurs de tous. Malgré les commotions politiques qui ébranlaient si souvent ces républiques, un état social où le travail et la production étaient un besoin si universel, devait être accompagné d'une grande prospérité. En effet, les richesses immenses que le commerce et l'industrie avaient accumulées dans les villes italiennes au quatorzième siècle, surpassent toute imagination (1); elles produisirent bientôt

(1) L'histoire du commerce en Italie n'a pas été faite, et cependant ce sujet si vaste et si beau offrirait un grand intérêt. Ces marchands d'une activité sans pareille, qui exploitaient tout le monde connu, depuis la Norvège jusqu'à la Chine, qui avaient des comptoirs sur tous les points de l'ancien continent, qui ne reculaient jamais devant une tentative hasardeuse, et qui rapportaient dans leur patrie l'or et les idées de tous les peuples, présentent un spectacle imposant.

le bien-être et un luxe qui se fit jour à travers toutes les lois somptuaires. Les arts furent alors cultivés avec passion et admirés avec enthousiasme; les artistes s'appliquèrent à étudier

Dans les traités de commerce de cette époque, qui sont de véritables encyclopédies, on parle de la Chine et des pays les plus éloignés, comme s'ils n'étaient qu'à quelques lieues. Les produits de chaque contrée, les monnaies, les mesures, les moyens de communication, les langues, les mœurs, les lois, les usages, y sont décrits avec soin. On y voit, comme de nos jours en Angleterre, des compagnies de marchands, faire la guerre et la paix, et jouir de privilèges spéciaux comme les nations les plus puissantes (*Della Decima*, tom. III, p. 1 et suiv., et 45 et suiv., etc.). Mais (ce qu'on ne voit plus à présent) l'histoire nous montre des individus isolés combattre contre des rois étrangers et les vaincre. Tel fut ce Megollo Lercaro, marchand génois, qui osa se mesurer tout seul contre un empereur grec et qui, après la victoire, donna un si noble exemple de générosité et de modération. Pour montrer quelles étaient la puissance et les richesses de ces marchands, il suffira de rappeler, qu'en un seul mois les Génois armèrent une flotte de deux cents voiles, portant près de cinquante mille combattans, et qu'en vingt-trois ans seulement, soixante-et-dix familles florentines payèrent, au commencement du quinzième siècle, près de cinq millions de florins d'or d'impôts (*Della Decima*, tom. I, p. 55). Au reste, j'engage ceux qui voudraient se faire une idée de ce commerce et de cette industrie à lire les ouvrages de Pagnini, de Baldelli, de Sandi, de Marin, de Giuliani, de Manzi; les *Antiquitates* de Muratori, etc., etc. Ils y trouveront une foule de faits intéressans.

l'antiquité et à l'imiter, et comme après un premier élan populaire les poètes aussi se tournèrent vers l'étude des classiques, et qu'en général on s'accordait, au sortir d'une époque d'ignorance, à considérer les anciens comme les maîtres en tout des modernes, il était naturel qu'une société plus policée sympathisât davantage avec les formes de l'antique civilisation et avec les écrivains de Rome et de la Grèce. L'étude de l'antiquité devint bientôt une vive passion chez ces hommes qui ne pouvaient rien faire à demi. L'Europe tout entière se rejeta vers le passé, et il ne resta qu'un petit nombre d'individus occupés à marcher en avant. Alors l'érudition envahit tout et suspendit pour un temps les progrès de ces admirables générations. La langue y perdit de sa naïveté, la poésie de son originalité, les sciences furent négligées, l'esprit aventureux se calma, la société devint imitative, les sentimens, les passions même durent s'appuyer sur l'érudition, et l'esprit humain, qui s'était avancé dans des régions nouvelles, rentra pour quelque temps dans l'ornière. Il en sortit plus tard avec de nouvelles forces, riche de nouvelles beautés, revêtu de formes plus brillantes et plus polies,

mais il ne put jamais retrouver l'inspiration et la spontanéité primitives.

Au reste, ce passage à travers l'érudition était une nécessité : il devait ralentir pour un temps la marche des sciences et des lettres, mais la connaissance des chefs-d'œuvre de l'antiquité devait finir par profiter à la science moderne, et il ne faut pas médire trop légèrement de ces hommes qui les premiers voulurent ressusciter le savoir des Grecs et des Romains. Ce culte pour l'antiquité produisit une révolution complète dans les études, et en traçant l'histoire de la science on doit s'arrêter un instant à cette époque climatérique.

A la tête des restaurateurs de l'antiquité brille Pétrarque, célèbre pour ses sonnets, mais dont la belle et utile influence sur le quatorzième siècle n'a pas toujours été convenablement appréciée. Ce poète, dont l'ascendant a été si grand, trop grand même sur la poésie italienne, s'appliqua spécialement à la forme en littérature, et par l'élégance de son esprit devint nécessairement l'admirateur des anciens. Tout ce qui était rude et grossier le choquait, et il paraît avoir souvent méconnu les sources de l'inspiration moderne. Dante lui-même ne fut

pas assez admiré par Pétrarque, qu'on accusa à cette occasion de jalousie (1). A plus forte raison le poète des grâces devait-il être mécontent des romans de chevalerie, qui de son temps étaient si recherchés (2).

Né à Arrezzo, de parens florentins exilés avec Dante, Pétrarque fut conduit à Avignon par son père, qui de bonne heure lui fit étudier la jurisprudence à Montpellier. Mais les classiques étaient sa lecture favorite, et l'on ne peut lire sans émotion une de ses lettres dans laquelle il raconte la colère de son père, jettant au feu tous les livres du jeune poète, et qui, vaincu par ses larmes, retira des flammes un

(1) *Petrarchæ epistolæ*, 1601, in-8, p. 445 et seq., *Epist. fam.*, lib. XII, ep. 12.

(2) On voit dans le chant de *Francesca da Rimini* que déjà du temps de Dante les romans de la table ronde étaient fort populaires en Italie. Ils furent, dès le quatorzième siècle, traduits presque tous en italien, et c'est pour cela qu'en général ils sont écrits dans une langue si pure; tandis que les romans espagnols, traduits au seizième siècle, sont bien loin d'avoir la même correction. Les paladins aussi devinrent, à cette époque, populaires en Italie : Roland et Olivier furent souvent sculptés dans les églises italiennes; notamment dans le *Duomo* de Vérone, et dans l'église des *Santi Apostoli* de Florence (*Maffei, Verona illustrata*, Verona, 1732, 4 vol. in-8, tom. III, p. 110-112).

Virgile et un Cicéron , à demi brûlés , pour les lui rendre (1). Nous ne suivrons pas Pétrarque dans les pèlerinages qu'il fit à la recherche des manuscrits , ni dans ses voyages politiques. Qui peut ignorer sa passion pour cette Laure mystérieuse qui lui inspira de si beaux vers et qui a tant contribué à sa gloire (2)? On sait qu'il fut appelé à-la-fois à Paris et à Rome pour y recevoir la couronne , et qu'il opta pour le Capitole , après être allé soumettre son poème latin , l'Afrique , au roi Robert de Naples.

Dans le voyage qu'il fit alors , et qui fut comme une marche triomphale , les peuples accouraient sur son passage , et les aveugles privés du bonheur de le voir , le suivaient d'une extrémité à l'autre de l'Italie pour pouvoir au moins le toucher (3). Pétrarque releva la condition des poètes , que les troubadours avaient rendue presque servile en faisant souvent un métier de la poé-

(1) *Petrarchæ opera* , tom. II , p. 947 , *Epist. rer. sen.* , lib. xv , p. 1.

(2) Pétrarque lui-même avoue qu'il doit toute sa gloire à Laure (*Petrarchæ opera* , tom. I , p. 355 , *De compt. mundi* , Dial. 3).

(3) *Baldelli, del Petrarca* , Firenze , 1797 , in-4 , p. 71.

sie. Nous avons vu Dante lui-même exposé aux sarcasmes des courtisans et presque confondu avec les bouffons. C'est d'après ces exemples qu'on a supposé que Cino da Pistoja avait demandé à Pétrarque, pourquoi il voulait quitter l'étude des lois pour se faire parasite à la cour des tyrans (1)?

Sans l'infatigable activité de Pétrarque, sans son amour ardent pour les anciens, nous serions privés aujourd'hui de plusieurs des plus beaux restes de l'antiquité. Car souvent il copia un ouvrage d'après un manuscrit unique qui était au moment d'être perdu (2). A chaque nouvelle découverte sa joie éclate vivement, et il annonce à ses amis la victoire qu'il vient de remporter sur le temps (3). Quelquefois

(1) La lettre de Cino da Pistoja à Pétrarque qui a été insérée dans le *Prose antiche*, est très probablement apocriphe (*Ciampi, vita di Cino da Pistoja*, Pisa, 1808, in-8, p. 78 et suiv.).

(2) Pétrarque nous a conservé quelques-uns des ouvrages de Cicéron pour lequel il professait une espèce de culte. On sait que malheureusement le traité *De gloria* qu'il possédait fut égaré par Convennole da Prato (*Petrarchæ, opera*, tom. II, p. 947, *Epist. rer. sen.*, lib. xv, ep. 1).

(3) Au reste, Pétrarque n'était pas seulement un collecteur

c'est avec une certaine joie maligne qu'il annonce ces découvertes, et il n'épargne pas toujours les villes que dans son style classique il appelle barbares (1).

Les classiques latins ne furent pas les seuls dont il s'occupa. Quoique médiocrement versé dans la connaissance de la langue grecque, il s'attacha à en répandre l'étude en Italie : il encouragea et paya de sa bourse des traducteurs. C'est à lui que l'Italie doit le texte grec et la première traduction latine des poèmes d'Homère. L'étude de la langue grecque n'avait jamais été interrompue dans le midi de l'Italie; mais en Toscane et en Lombardie, elle avait été fort négligée (2). On cite à la vérité quelques

de manuscrits; c'était aussi un érudit rempli de sagacité : c'est lui qui le premier a remarqué l'anachronisme de Virgile qui a fait vivre ensemble Enée et Didon (*Petrarchæ, opera*, tom. II, p. 788; *Epist. rer. sen.*, lib. IV, ep. 4).

(1) Voyez ci-dessus, p. 227.

(2) Dante paraît avoir ignoré le grec : Filelfo et Manetti l'affirment (*Manetti, vitæ*, p. xxiv et 86), et il semble l'avouer lui-même en disant dans le Convito qu'il ne sait pas au juste ce qu'Aristote a pu penser de la voie lactée, parce que deux diverses traductions lui font dire deux choses fort différentes à cet égard (*Dante, opere minori*, tom. I, p. 75, *Convito*).

savans qui ont de tout temps cultivé le grec (1); mais ce n'étaient que des individus isolés, et les classiques grecs restaient inconnus au plus grand nombre. Ce furent Pétrarque (aidé par Léonce) et Boccace, qui ouvrirent ces trésors cachés : ils contribuèrent aux progrès des sciences en facilitant aux Italiens les moyens de lire dans l'original les ouvrages d'Archimède, d'Euclide, d'Apollonius, de Ptolémée.

Pétrarque a copié et fait copier un grand nombre de manuscrits. Il en avait donné une partie à la ville de Venise, et ces manuscrits long-temps oubliés (2) furent égarés ou négligés. Cependant il existe encore quelques-uns de ses livres dans différentes bibliothèques. On connaît le Virgile où il avait écrit cette note si touchante sur la mort de

(1) Voyez, à ce sujet, *Baldelli, vita di G. Boccacci*, Firenze, 1806, in-8, p. 221 et suiv.

(2) Les manuscrits de Pétrarque ont été presque tous dispersés, et l'on croyait communément que l'incurie des Vénitiens en était la cause (*Tomasini, Petrarcha redivivus*, Patav., 1681, in-4, p. 71-72). Morelli a voulu les disculper, mais je ne sais pas si son apologie a obtenu un succès complet (*Morelli, della libreria di San Marco, Venez.*, 1774, in-8, p. III-IX).

Laure (1). C'est dans un manuscrit, ayant appartenu à Pétrarque qu'on a trouvé le seul vocabulaire connu d'une langue orientale, le Coman, qui était parlée par des peuples dont à présent il ne reste plus que le souvenir. (2).

Pétrarque avait les défauts de sa passion pour l'antiquité. Il était tellement accoutumé à considérer les classiques latins comme des maîtres et des législateurs en tout, qu'il avait besoin dans ses lettres d'appuyer les sentimens les plus simples par des citations. Ainsi, par exemple, écrit-il à un ami qu'il faut s'aimer même de loin; il cite à l'appui de cela un passage d'un auteur ancien : et s'il approuve les projets et la tentative de Cola de Rienzo, c'est parce qu'il espère voir revivre cette Rome qui a été la mère de ses auteurs favoris.

(1) *Tomasini, Petrarcha redivivus*, p. 242. — *Baldelli, del Petrarca*, p. 181.

(2) *Klaproth, memoires sur l'Asie*, Paris, 1824-1828; 3 vol. in-8, tom. III, p. 113. — Ce dictionnaire qui était en latin, en persan et en coman, semble avoir été fait par un marchand italien. Le coman est une des langues dont la connaissance est recommandée aux négocians italiens dans un traité de commerce, écrit au quatorzième siècle, par Balducci (*Della Decima*, tom. III, p. 2).

Plusieurs fois il s'adressa aux princes pour qu'ils rendissent la splendeur à l'empire romain et à l'Italie. Mais malgré les missions diplomatiques qui lui furent confiées, Pétrarque ne fut jamais un homme politique. Il aimait passionnément la popularité, et, comme tous les hommes qui l'ambitionnent, il a souvent sacrifié à l'idole qui devait lui procurer.

Sans être un savant de profession, il n'a pas cependant manqué de s'occuper de science : il a cultivé spécialement la géographie et a composé un itinéraire oriental. On sait qu'il avait rassemblé un grand nombre de cartes géographiques (1) dont on doit regretter à présent vivement la perte. Il a combattu Averroës et ne s'est pas montré partisan d'Aristote. Ennemi de l'astro-

(1) Pétrarque a été le premier qui ait fait faire une carte de l'Italie (*Baldelli, del Petrarca*, p. 132). Il faut l'ajouter à la liste des écrivains qui ont parlé des antipodes (*Petrarchæ, opera*, tom. II, p. 895, *Epist. rer. sen.*, lib. V, ep. 17). Coluccio Salutati en a parlé aussi, mais il paraît que sur ce sujet les esprits timides craignaient de s'exprimer librement; car Salutati dit : « Ab Antipodibus (si fas est credere in inferiore Hemisphærio mortales aliquos habitare) » (*Salutati, C., epistolæ*, Flor., 1741, 2 vol. in-8, tom. I, p. 378).

logie et de l'alchimie, à une époque où ces erreurs étaient si répandues, il mérite des éloges pour les avoir réfutées : mais ce qu'il y a dans ses ouvrages de plus important pour l'histoire littéraire ce sont ses lettres, où l'on trouve une foule de renseignemens précieux sur toutes les classes de la société, et surtout sur la condition des savans et des gens de lettres. Une édition complète (1) de ces lettres, accompagnée d'un bon commentaire, formerait la meilleure histoire littéraire de l'Italie, et du midi de la France, au quatorzième siècle. Elles renferment des faits curieux et des contrastes qu'on chercherait vainement ailleurs. Ainsi, le pieux Pétrarque qui voulait vendre ses livres pour ériger une chapelle à la Vierge (2), fait une description horrible de la cour des Papes à Avignon (3). A Naples, où

(1) Ni les différentes éditions de ses œuvres complètes, ni le volume publié par Samuel Crispin (1601, in-8) ne contiennent toutes les lettres de Pétrarque ; il en reste encore beaucoup d'inédites : le manuscrit latin n° 8568 de la bibliothèque royale en contient un grand nombre qui n'ont jamais été publiées.

(2) *Petrarchæ epistolæ*, p. 588, *Variar*, ep. 34.

(3) *Petrarchæ opera*, tom. II, p. 729 et seq., *Epist. sin. tit.* 16. — Pétrarque était religieux, mais il n'était pas superstitieux. La lettre qu'il écrivit à Boccace (qui avait été tel-

la cour était si polie et les mœurs si peu rigides , il trouva les jeux des gladiateurs encore au quatorzième siècle (1).

lement frappé des reproches d'un moine, qu'on disait qu'il s'était fait Chartreux) le prouve. C'est dans cette lettre remarquable que Pétrarque montre toute son affection à Boccace, et qu'il lui dit, pour l'engager à accepter des offres, que refusait la fierté de l'auteur du Décaméron, ces belles paroles : *Nil mihi debes, nisi amorem.* » (Manni, *illustrazione del Boccaccio*, Firenze, 1732, in-4, p. 83-100).

(1) *Petrarchæ, opera*, tom. II, p. 646, *Epist. fam.*, lib. V, ep. 6.—Au reste, ces spectacles dans lesquels on faisait combattre des hommes entre eux ou avec des bêtes féroces n'ont pas cessé dans les premiers temps du christianisme, par l'intervention d'un cénobite chrétien, comme on s'est plu si souvent à le répéter. Ces jeux où des hommes étaient tués pour l'amusement d'autres hommes, se sont continués jusqu'au seizième siècle en Italie. Manzi a réuni un grand nombre d'anciens documens qui prouvent la vérité de ce fait (Manzi, *discorso sopra gli spettacoli degli Italiani*, Roma, 1818, in-8, p. 7-14, et 105-111); et l'on pourrait en citer beaucoup d'autres, parmi lesquels je me bornerai à indiquer la description, en patois vénitien, de la guerre des *Nicototti* et des *Castellani*, en 1521, insérée par M. Gamba dans le premier volume des *Poeti antichi del dialetto veneziano* (Venezia, 1817, 2 vol. in-16). Les joutes et les tournois étaient des spectacles du même genre, mais au moins on y prenait quelques précautions pour se tuer un peu plus difficilement, bien que l'exemple de Henri II prouve que ces précautions étaient insuffisantes. Des écrivains contemporains affirment qu'au dix-septième siècle, il y avait à Londres

Sa manière de travailler se voit dans ses lettres et mieux encore dans un manuscrit qu'Ubalдини a publié au dix-septième siècle (1). Il écrivait partout : poussé par son imagination, il écrivait même sur sa fourrure (2). Il dormait peu, était très sobre et vivait volontiers dans la solitude. On sait qu'après avoir perdu ses amis les plus chers et la femme qu'il avait tant aimée, il se retira dans une campagne près de Padoue, où il mourut en 1374, à l'âge de soixante-et-dix ans.

Parmi les amis de Pétrarque Boccace seul lui survécut. On connaît peu et on apprécie mal ce grand écrivain, lorsqu'on ne le juge que d'après son *Décameron*. Boccace était un homme âpre et passionné : il avait passé sa jeunesse à la cour de Naples, qui n'était pas alors un modèle de mœurs. Accusé plus tard d'avoir mis trop de liberté dans ses récits, Boccace, contre lequel on se déchaînait beau-

des gens qui se battaient à coups de couteau pour un prix convenu.

Voyez la note VII à la fin du volume.

(1) *Petrarca, rime*, Roma, 1642, in-fol.

(2) *Baldelli, del Petrarca*, p. 66.

coup, répondit qu'il l'avait fait à l'instigation de la reine Jeanne (1) : et pourtant c'est dans cette cour dissolue qu'il trouva la femme destinée à réveiller son génie, qui était, comme il le dit lui-même, endormi (2).

Le père de Boccace était de Certaldo, mais on ne sait pas bien où naquit l'auteur du Décaméron : Paris, Florence et Certaldo se disputent sa naissance. Il eut d'abord pour maître Jean de Strada, et puis il s'appliqua successivement au commerce et au droit canon ; mais bientôt il s'en lassa, et se mit à courir le monde. A sept ans, il avait vu Dante à Ravenne (3) ; plus tard, il assista aux examens que le roi Robert faisait subir à Pétrarque, et au triomphe du poète. Ces deux évènements durent fixer sa destinée. L'amour le rendit à la poésie, et il s'y livra presque exclusivement. Il écrivit le *Filocolo* pour plaire à cette Marie qu'il aimait ; et s'il avait reçu de la reine des inspirations plus élevées, il se serait

(1) *Baldelli, vita di G. Boccacci*, p. 56.

(2) « Era il tuo ingegno divenuto tardo » etc. (*Boccaccio, rime*, Livorno, 1802, in-8, p. 14).

(3) *Petrarchæ epistolæ*, p. 445, *Epist. fam.*, lib. XII, ep. 12.

sans doute exercé sur des sujets plus graves et plus dignes de son admirable talent. Au reste, le Décaméron contient autre chose que les originaux de plusieurs contes de La Fontaine : la générosité, la douleur, la grandeur d'âme y sont peintes de main de maître; et l'écrivain n'avait pas besoin de chercher au-dehors de nobles sentimens. Devenu pauvre pour avoir voulu se consacrer uniquement aux lettres, il supporta l'indigence avec dépit quelquefois, mais jamais sans courage. Il ne mendia pas les bienfaits des puissans, et ne voulut dédier ses ouvrages qu'à des amis (1). Il passait sa vie à travailler et à copier des manuscrits, et il contribua au moins autant que Pétrarque à répandre la connaissance et le goût des classiques : son courage se montra surtout lorsque, dans la *Vita di Dante*, il reprocha amèrement aux Florentins leur ingratitude envers le grand poète (2). Il

(1) *Boccatii genealogia*, f. cXLVI, lib. XV, c. 13.

(2) Dans l'introduction à la vie de Dante, Boccace s'exprime à l'égard d'un fait si récent, avec une liberté et une hardiesse qu'on devrait savoir plus souvent imiter aujourd'hui (*Boccacci, opere*, tom. IV; *Vita di Dante*, p. 1-4). Il a fait preuve aussi d'une grande hardiesse dans son *Com-*

fut alors, à ce qu'on dit, *ammonito*, et se retira à Certaldo dans une petite maison où, rongé par une espèce de gale et sans moyens de se faire soigner (1), il vécut dans la misère. Enfin Florence eut honte de maltraiter tous ses grands hommes ; Boccace fut rappelé et chargé d'expliquer au peuple la *Divina Commedia*. Cette explication se fit d'abord dans l'église de Saint-

mento sur Dante, en reprochant aux Florentins leurs défauts. Sacchetti aussi a reproché aux Florentins leur conduite envers Dante.

(1) *Baldelli, vita di G. Boccacci*, p. 199-201. — L'histoire de Florence a enregistré les noms de plusieurs écrivains que la misère n'empêcha pas de s'illustrer. Tels furent Arrighetto de Settimello, qui écrivait en mendiant ; G. Villani et Cenino da Colle, emprisonnés pour dettes ; et Fazio degli Uberti, auteur du *Dittamondo*, qui s'est plaint dans ses poésies du cruel dénûment où il se trouvait (*Sonetti e canzoni di diversi antichi autori Toscani*, lib. ix). Ce *Dittamondo* est une encyclopédie en vers dans laquelle l'auteur suit presque toujours Plin et Solin. Elle n'a pas par conséquent un grand intérêt pour nous. D'ailleurs elle est presque illisible dans les diverses éditions qu'on en a donnée, sans excepter celle de Milan de 1826. Si l'on voulait citer tous les poèmes italiens dans lesquels on trouve des faits relatifs aux sciences, il ne faudrait pas oublier le *Quadriregio* de Frezzi, et le *Morgante Maggiore* de Pulci, où l'auteur a eu la singulière idée, dans le chant XXV, de faire faire au Diable une espèce d'encyclopédie où la théologie n'est pas oubliée.

Etienne (1) et a été long-temps continuée dans des églises. Quel enseignement public ! On ne doit pas s'étonner que chez un peuple qu'on nourrissait de la poésie de Dante pussent se développer de si grandes qualités. Cet enseignement, nous l'avons déjà dit, a cessé aujourd'hui. Il a cessé par l'influence d'un pouvoir qui voudrait enlever à l'Italie toutes ses beautés ; et jusqu'au souvenir de sa gloire, pour la maintenir plus facilement dans l'esclavage. S'il avait quelque espoir d'être obéi, le Conseil Aulique défendrait au soleil de luire au-delà des Alpes.

Boccace ne jouit pas long-temps de ce bonheur : il mourut en 1373 (2), n'ayant pas même eu le temps d'user la fourrure que Pétrarque lui avait léguée, afin qu'il n'eût pas froid la nuit en travaillant (3).

(1) *Lami, catalogus manuscript. bibliothecæ Riccardianæ*, p. 119. — Boccaccio eut 100 florins de traitement : son commentaire prouva qu'effectivement il parlait au peuple et aux gens les moins instruits.

(2) Le testament de Boccace est fort intéressant. Cet homme célèbre, qui en mourant ne laissait presque rien, montre une sollicitude touchante pour une bonne qui l'avait soigné (*Manni, illustrazione*, p. 110).

(3) Le texte du testament de Pétrarque est très remarqua-

Boccace dans sa *Généalogie* a consigné des faits dont nous avons déjà profité, et qui jettent beaucoup de lumière sur l'histoire scientifique et littéraire de son siècle. Brocchi a cru que l'auteur du Décaméron avait décrit pour la première fois les coquillages fossiles ; mais il nous a été impossible de retrouver le passage original qui est cité inexactement par Brocchi (1), et d'ailleurs nous avons vu que les fossiles sont déjà indiqués dans l'Acerba.

Les manuscrits de Boccace ne furent guère plus heureux que lui. Ceux qu'il avait légués à la bibliothèque de Santo-Spirito périrent dans l'incendie de 1471. D'autres, que le feu n'avait pas atteints, furent long-temps négligés (2), ou ont

ble ; les expressions du testateur prouvent la pauvreté de Boccace. Pétrarque a fait aussi un legs à ce Jean Dondi dont nous avons parlé. Ce testament est écrit d'une manière bien naïve. Pétrarque prie un de ses amis de l'excuser, s'il lui laisse si peu : il prie un autre légataire de ne pas perdre au jeu les vingt florins qu'il lui a laissés (*Petrarchæ opera*, tom. III, p. 317).

(1) *Brocchi, conchiologia fossile*, Milano, 1814, 2 vol. in-4, tom. I, p. III-IV. — Hérodote aussi avait parlé des coquillages fossiles (*Historia*, Amstelod., 1763, in-fol., p. 108, lib. II, § 12).

(2) Voyez *Boccacci, rime*, p. 167 et suiv. — *Boccacci, let-*

été détruits par l'intolérance. Il y a encore peu d'années que ses cendres furent violées (1); et aucun monument ne rappelle à présent son nom aux Florentins. Il n'a pas tenu au zèle farouche de Savonarole que tout ce qu'avait laissé le grand écrivain ne fût détruit : plus tard, la cour de Rome, aidée par le grand-duc de Toscane, et servie merveilleusement par Salviati, voulut (comme le disait avec raison Boccacini) assassiner Boccace, qui fut couvert de blessures dans la lutte (2). Malgré ces attentats le Décaméron existe encore, et il sera toujours un des plus beaux ouvrages qui aient été jamais écrits.

Après Pétrarque et Boccace, tous les esprits

tera a Zanobi da Strata, con altri documenti inediti, Firenze, 1827, in-8. — *Ciampi, monumenti d'un manoscritto autografo di G. Boccacci*, Firenze, 1827, in-8. — Dans ce dernier ouvrage (p. 53-60 et 79-103) on trouve la preuve des anciens voyages des Italiens aux Canaries, dont nous avons parlé ci-dessus, p. 224.

(1) Boccace a subi l'outrage que la bigoterie avait voulu faire à Dante et à Galilée. Les cendres de Pétrarque ont été violées aussi, et le sénat de Venise a dû promulguer un décret pour les protéger (*Agostini, scrittori Veneziani*, tom. I, p. 301. — *Baldelli, del Petrarca*, p. 169).

(2) *Manni, illustrazione*, p. 658.

se tournèrent vers l'érudition, et la littérature sembla s'être transformée en une vaste citation. Au moyen âge on invoquait en toute occasion les Pères de l'Église : l'érudition classique au quinzième siècle remplaça l'érudition sacrée. Ce fut un nouveau culte pour l'antiquité qui effraya d'abord l'Eglise (1), et rien ne put se dire ou se faire sans l'appui des classiques ; car les restes de la science antique étaient supposés renfermer la solution de toutes les questions que les hommes pouvaient se proposer. Alors la langue italienne fut négligée, et les érudits écrivirent en latin ou en grec (2) : l'au-

(1) Nous avons déjà dit que Pétrarque fut accusé de magie parce qu'il lisait Virgile, et que Paul II condamna comme hérétiques ceux qui prononçaient le nom d'*Académie*.

(2) On sait, par exemple, que Léonard Arétin a écrit en grec son traité *de república Florentinorum*. Cet ouvrage se trouve dans le manuscrit latin n° 5897 de la bibliothèque royale. D'autres savans italiens suivirent l'exemple de cet historien. Quant au latin le fait est trop connu pour qu'on doive s'y arrêter. C'est vraiment par un bonheur inespéré que la langue italienne, après un siècle d'abandon, se releva sans avoir subi d'altération notable. C'est à cette continuité d'une langue qui n'est pas la plus ancienne de l'Europe, que la littérature italienne doit en partie son éclat. Il serait bien diminué si la langue de Dante et de Pétrarque était aussi éloignée de celle d'Alfieri, que la langue du Brut

torité des philosophes anciens fut sans appel en matière de science ; on interrompit les recherches sur l'algèbre et sur la philosophie naturelle qui avaient été entreprises dans les deux siècles précédens ; les lois municipales firent place au Digeste. Et l'antiquité, qui tout-à-coup fit irruption dans les sociétés modernes avec sa langue, sa poésie, ses arts, sa philosophie, ses lois, nous donna aussi ses mœurs. Mais c'étaient les mœurs de la décadence, venant se greffer sur celles du moyen âge. C'étaient les mœurs d'Horace, de Catulle, de Sénèque : c'étaient les habitudes de ces grammairiens Byzantins, qui disputaient sur des mots, pendant que les Turcs brisaient les portes de la capitale ; et elles devaient contribuer à l'asservissement de l'Italie. Car, si un tribun audacieux, rempli des souvenirs de l'antiquité (1), tentait de faire revivre l'ancienne république romaine ; si quelques âmes ardentes, se trompant avec Brutus, croyaient qu'il suffit de tuer un tyran pour

d'Angleterre ou des Niebelungen est éloignée de celle de Racine ou de Schiller.

(1) *Vita di Cola di Rienzo*, Bracciano, 1631 in-12, p. 2 et suiv.

rendre la liberté à un peuple corrompu; ces faits n'étaient que des accidens isolés : le principe que voulait établir l'érudition était l'autorité et par conséquent la tyrannie. On n'a pas assez fait attention à l'arrivée du savoir antique qui accompagna en Italie la décadence de l'ancienne liberté municipale, ni à l'instinct qui porta à favoriser ce genre d'études, les hommes destinés à renverser les républiques italiennes. Cette érudition s'élevait parce que les causes de l'ancienne originalité, dont elle contribuait à anéantir les restes, n'existaient plus.

Le goût de l'érudition n'était pas le symptôme le plus grave de l'immense changement qui s'opérait alors dans les mœurs des Italiens (1). Cette transformation fut si grande, que

(1) L'Histoire des mœurs en Italie serait un ouvrage du plus haut intérêt, qui servirait à expliquer plusieurs des principales difficultés de l'histoire politique de cette contrée, et à redresser les idées des étrangers sur un pays qu'ils connaissent si peu. Il m'est impossible d'effleurer même ce sujet. Je me bornerai donc à signaler ici un petit nombre de faits qui s'y rapportent. Il faut remarquer d'abord que les mœurs des républiques étaient bien plus sévères que celles des villes placées sous la domination d'un seul, comme on peut s'en

si elle n'était pas attestée par les témoignages les plus positifs, on aurait de la peine à la concevoir, et on ne pourrait pas y croire. Les passions brûlantes, les haines invétérées des partis, n'agitaient plus, comme autrefois, la société. L'esprit religieux et aventureux du quatorzième siècle, l'amour de la gloire municipi-

assurer en comparant les mœurs de Florence et de Venise à celles de Milan et de Naples. La cour des Papes a été toujours représentée par les historiens comme la plus corrompue de toutes, et mille faits divers (depuis le procès relatif au dîner, entre les chanoines et l'abbé de la Basilique Ambrosienne de Milan, jusqu'aux quinze cents courtisanes du concile de Constance) prouvent que le clergé a par son inconduite provoqué la réforme. Les historiens contemporains attribuent aux étrangers (surtout à Charles d'Anjou) la corruption des mœurs en Italie (Voyez, à ce sujet, *Muratori, antiquit. ital.*, tom. II, col. 295 et suiv. Dissert. 23. — *Da Barherino, del Reggimento delle Donne*, Roma, 1814, in-8. — *Giulini, memorie di Milano*, passim, — *Fantuzzi, monumenti ravennati*, Venezia, 1801, 6 vol. in-4, passim). Mais une chose qu'il ne faut jamais oublier pour bien comprendre cette époque, c'est qu'à la renaissance la poésie était en Italie l'élément dominant: non-seulement alors les hommes les plus graves, les plus positifs (comme par exemple Castruccio et Paul dall' Abbacco), faisaient des vers, mais les actions de la vie commune étaient poétiques. Plus tard, l'intérêt devint le mobile universel.

pale (1), firent place à l'intérêt matériel qui, dans les siècles suivans, domina toutes les ques-

(1) A cette époque de passions vives et profondes, une foi ardente s'était emparée de tous les esprits. Mais ce n'était pas, comme on l'a prétendu, une bigoterie superstitieuse qui pesait alors sur les masses. Tous les esprits supérieurs savaient se soustraire à l'influence monacale. Sans parler de Dante, de Pétrarque et de Boccace, dont les noms ont été souvent cités et qui pourraient sembler suspects, on trouve dans le recueil des lettres des *Santi e Beati Fiorentini* (Firenze, 1736, in-4), des passages qui prouvent que les hommes les plus pieux n'épargnaient pas la cour de Rome. Voyez par exemple à la page 35 de ce recueil, la lettre de Frère Louis Marsili sur la mort de Pétrarque, dont il avait commenté les trois célèbres sonnets contre la cour de Rome, et à la page 13 celle du bienheureux Giovanni dalle Celle sur la guerre des Florentins contre le pape : cette dernière a été publiée avec beaucoup de mutilations, car en 1736 la censure Toscane n'a pas permis d'imprimer ce qu'écrivait quatre siècles auparavant un *bienheureux* ; mais je possède un ancien manuscrit où cette lettre importante se trouve sans lacunes, et on y voit qu'à cette époque il y avait en Italie beaucoup plus de liberté en matière de religion, qu'il n'y en a à présent. Au reste, les républiques les plus attachées à la cour de Rome sévirent plusieurs fois contre les moines ; et comme ces républiques étaient en même temps les plus démocratiques, il en résulte que le peuple qui présidait à ces déterminations n'était pas, comme on le croit actuellement, esclave du clergé. En 1307, la république de Florence fit démolir la moitié du clocher de la *Badia*, et le peuple pillà le couvent, parce que les moines refusaient de payer les impôts (*Della Decima*, tom. I, p. 81) : plus tard, dans la même ville, les magistrats

tions. Ce n'étaient plus les temps où l'on sonnait pendant un mois une certaine cloche, pour avertir l'ennemi qu'on allait attaquer, et afin qu'il se préparât à la défense; les guerres n'étaient plus qu'une affaire de budget (1). Et comme par suite des guerres civiles, qui avaient plus d'une

furent couper les mains aux familiers de l'inquisiteur qui avaient abusé de leur pouvoir (*Villani, G., storia*, p. 865, lib. XII, c. 57). On peut voir dans Muratori (*Antiquitates*, tom. III, col. 493 et suiv.) comment François Ordelaffi répondait aux excommunications. A Venise, il était permis de blesser les moines en payant une amende de 50 sous (*Sacchetti, nouvelle*, Nov. 111). Et tout cela se faisait pendant que le reste de l'Europe était à genoux devant le pape ! Les républiques italiennes étaient religieuses, parce qu'elles étaient poétiques : mais les magnifiques églises, les superbes monuments qu'on a élevés à cette époque étaient surtout destinés à rehausser la gloire municipale. De là cette émulation qui faisait que si une république élevait un dôme ou un clocher, sa voisine s'efforçait d'en avoir de plus beaux, et que lorsqu'un gouvernement pressé par la disette chassait les pauvres, il se trouvait à côté une ville qui leur ouvrait ses portes et les nourrissait.

(1) Goro Dati nous apprend que la durée de la grande guerre de la république de Florence avec le duc de Milan avait été déterminée d'avance, et qu'en calculant ses recettes et ses dépenses les Florentins avaient prévu l'époque où le duc serait forcé de faire la paix (*Dati, G., istoria*, p. 66-67). Quant à la *Martinella* à laquelle nous faisons allusion ici, tous les historiens de Florence parlent de cette cloche.

fois épouvanté les artisans et les avaient forcés à porter leur habileté au-delà des Alpes (1), l'industrie et les manufactures déclinerent; l'activité des négocians s'exerça indifféremment sur toutes les matières, et les premières familles s'associèrent pour exploiter des trafics honteux et des gains illicites. Dans les républiques les plus illustres, on fut forcé d'appeler les Juifs, afin de faire baisser l'intérêt de l'argent et d'extirper l'usure si c'était possible (2). Si

(1) C'est surtout après la prise de Lucques par Ugucione de la Faggiola que les ouvriers en soie abandonnèrent la Toscane et portèrent en France cette branche d'industrie (*Manucci, le attioni di Castruccio*, Roma, 1590, in-4, p. 18).

(2) L'intérêt légal de l'argent a varié d'une manière extraordinaire en Italie. Au quatorzième siècle, on payait souvent le 20 pour 100 (*Muratori, antiquit. ital.*, tom. I, col. 893, Dissert. 16). La dette publique (*Monte comune*) était à 12, à 15, à 20 pour 100. En 1359, les Florentins firent un emprunt à 33 pour 100 du capital, et s'obligèrent à payer 15 pour 100 d'intérêt (*Ammirato, istorie fiorentine*, tom. II, p. 988). En 1430, pour diminuer l'usure, on appela les Juifs à Florence à condition qu'ils ne prêteraient qu'à 20 pour 100 (*Ammirato, istorie fiorentine*, tom. II, p. 1063). Cependant dès qu'une grande calamité arrivait, la religion reprenait ses droits, et l'on ne voulait plus recevoir d'intérêts. Dans la peste de 1383, la république de Florence dut faire un décret pour engager les rentiers à recevoir les intérêts échus (*Am-*

le héros de cette triste Odyssée ne s'était pas chargé de nous raconter lui-même sa vie et ses

mirato, istorie fiorentine, tom. II, p. 765). Plusieurs écrivains se sont imaginés que les Juifs avaient introduit l'usure en Italie : il est certain que des gens à qui on n'accordait aucun des droits civiques, qui ne pouvaient posséder aucune propriété territoriale, qui n'étaient tolérés que pour un temps déterminé, qui étaient partout rançonnés de la manière la plus fiscale, n'avaient d'autre ressource, pour vivre, que celle de prêter à intérêt. On les forçait à devenir usuriers en leur interdisant toute autre industrie : mais les faits que nous venons de citer, auxquels on pourrait en ajouter beaucoup d'autres, prouvent que les Chrétiens ne valaient pas mieux. C'est le fanatisme religieux et non pas la haine de l'usure qui a si souvent ameuté le peuple contre les Juifs, contre lesquels on avait fait des lois si atroces que si, par exemple, un Juif était convaincu d'avoir eu commerce avec une femme chrétienne, et réciproquement, ils étaient par ce fait tous les deux condamnés à mort : « *Si autem Judaeus Christianam, vel Christianus Judaeam carnaliter cognoverit, tam vir quam foemina, utroque casu capite puniatur, ita ut moriatur,* » disaient les statuts (Voyez, à ce sujet, *Giulini, memorie di Milano*, tom. VII, p. 399. — *Sandi, storia civile della repubblica di Venezia*, Venez., 1755, 6 vol., in-4, 3^e part., vol. I, p. 437 et suiv. — *Muratori, antiquit. ital.*, tom. I, col. 880 et seq., Dissert. 16. — *Della Decima*, tom. II, p. 138-139. — *Leges statutæ reipublicæ Sancti Marini, Forolivii*, 1834, in-fol., f. 96, lib. III, r. 74), etc., etc.). Au reste tous les peuples ont voulu rejeter sur les étrangers la tache d'usuriers. En France, au treizième et au quatorzième siècle, on les appelait *Lombards* ; en Italie, on les appelait *Caorsini* (de Cahors) (*Dante, infern.*, cant. XI, v. 50. — *Muratori, antiquit. ital.*, tom. I, col. 891, 893, etc.).

aventures, on aurait de la peine à croire qu'un des premiers citoyens de Florence, portant l'un des noms les plus illustres, eût consenti à voyager dans toute l'Europe pour le compte de plusieurs négocians de Florence qui exploitaient sa grande habileté au jeu (1). De Bellincion Berti

(1) *Pitti, B., cronaca*, p. 28, 33, etc. — Les marchands ne lisaient probablement plus ces *Traité de commerce* qui commençaient par de petits poèmes sur les devoirs du marchand (*Della Devima*, tom. III, p. xxiv). C'est surtout en France et en Flandre qu'étaient alors les rendez-vous de tous les joueurs de l'Europe. En Italie, on se livrait moins aux jeux ordinaires, mais on spéculait sur les fonds publics. Dans l'histoire de Florence par Stefani on voit, qu'en 1371 on fut obligé de faire une loi contre les ventes à terme, et que pour modérer ces anciens jeux de bourse, on mit un impôt de deux pour cent sur la vente des fonds publics (*Delizie degli eruditi Toscani*, tom. XIV, p. 97). Un fait non moins curieux pour l'histoire financière de l'Italie, c'est qu'au treizième siècle il y avait à Milan du papier-monnaie : celui-là est un des cas rares dans lesquels le papier-monnaie a été remboursé (*Giulini, memorie di Milano*, tom. VII, p. 540, et tom. VIII, p. 47). Je regrette bien de ne pouvoir m'arrêter plus longuement sur ce sujet, qui offrirait un grand nombre de faits intéressans. Je voudrais pouvoir exposer les différentes lois destinées tantôt à protéger l'industrie par des tarifs et des prohibitions, tantôt à laisser au commerce une entière liberté ; la condition sociale des ouvriers, leurs associations, leurs maîtrises ; la protection spéciale dont ils jouissaient dans plusieurs villes aux dépens des agriculteurs, qui étaient souvent forcés à adopter un genre déterminé de cul-

à Buonaccorso Pitti la distance est prodigieuse.

Cependant il y avait encore des restes de cette

ture (celle du mûrier par exemple) dans l'intérêt de l'industrie, et qui restèrent trop long-temps dans une condition servile là où les industriels commandaient. En effet, on trouve à Bologne, à Florence et dans d'autres républiques italiennes les *serfs de la glèbe* au treizième et au quatorzième siècle : car, quant aux *esclaves*, ils ont continué bien plus long-temps, malgré les dénégations des écrivains qui ont confondu les *serfs* et les *esclaves*. Mais ce sujet est si vaste qu'il exigerait un ouvrage spécial. Je traiterai sommairement la question de l'esclavage dans la note VII à la fin du volume : quant aux autres points que je viens seulement d'indiquer, voyez *Muratori, antiquit. ital.*, tom. II, col. 863 et seq., Dissert. 30. — *Ghirardacci, storia di Bologna*, tom. I, p. 190 et 264. — *Giulini, memorie di Milano*, passim. — *Osservator fiorentino*, tom. IV, p. 179. — *Della Decima*, tom. II, p. 107. — *Frescobaldi, viaggio*, p. 51. — *Sandi, storia*, passim. — *Marin, storia*, passim, etc., etc. — J'ai déjà dit qu'on trouve les lettres de change dans Léonard de Pise (voyez ci-dessus, p. 39) : dans les traités de commerce de Balducci et de Jean d'Uzzano, on trouve la commission pour la lettre de change et les assurances terrestres et maritimes, qui variaient de 6 à 15 pour 100 (*Della Decima*, tom. II, p. 78, et tom. IV, p. 119, 128, etc.). Les droits d'entrée qu'on y voit indiqués prouvent qu'au quatorzième et au quinzième siècle les Italiens tiraient des Indes-Orientales à-peu-près tous les objets qu'on en tire à présent (*Della Decima*, tom. III, p. 295 et tom. IV, p. 21, etc. — *Frescobaldi, viaggio*, p. 42-46, 57, etc.). Parmi les faits curieux qu'on peut déduire de ces anciens tarifs des douanes italiennes, il en est quelques-uns qu'on doit signaler ici parce

antique simplicité de mœurs dont Dante avait déjà déploré la perte. Dans cette république qui, presque au berceau, avait commandé à Arnolfo di Lapo d'élever la plus belle église du monde et qui avait été obéie, vivaient de grands artistes qui conservaient une admirable simplicité. Ce Brunellesco qui a si bien deviné la théorie des voûtes, et qui a osé le premier suspendre une montagne sur des colonnes; qui jeune encore s'était proposé d'élever la coupole de Florence, et qui, pour s'y préparer par l'étude de l'antiquité, avait vécu plusieurs années à Rome du travail de ses mains, Brunellesco vivait avec le premier sculpteur de son siècle, Donatello, comme vivent à peine aujourd'hui nos ouvriers. Le titre de l'architecte de la coupole de Florence était

qu'ils ont rapport à l'histoire littéraire. Ainsi l'on voit que les livres (manuscrits) de médecine, de jurisprudence, de grammaire, les romans, etc., payaient au commencement du quinzième siècle 5 pour 100 de droit d'entrée à Florence et un droit plus élevé pour sortir, et que c'étaient les apothicaires qui vendaient les livres (*Della Decima*, tom. IV, p. 21, 40, et 17). Au reste, on lit dans Ghirardacci (*Storia di Bologna*, tom. II, p. 117) qu'on ne pouvait, sous des peines très sévères, faire sortir de Bologne un manuscrit sans permission spéciale.

celui de *maître-maçon*, et il portait le tablier des journaliers. Une anecdote rapportée par Vasari en dit plus sur la vie des artistes de cette époque que tous les commentaires (1). Donatello ayant fait un Christ en bois, le montra à Brunellesco, qui en critiqua la raideur et qui ajouta même qu'il avait l'air d'un paysan. Donatello piqué, lui répondit : « Eh bien, prends du bois et fais mieux. » Ce propos n'eut pas de suite pour le moment, et ne semblait pas pouvoir en avoir, car l'architecte de Santa Reparata n'avait jamais manié le ciseau. A quelques mois de là, Brunellesco prie Donatello à dîner, et ils s'acheminent ensemble vers la maison. En traversant la halle, Brunellesco achète des œufs, les donne à son ami en lui disant qu'il avait affaire un moment, et l'engage à prendre le devant. Donatello s'en va les œufs dans son tablier; arrivé à la maison de Brunellesco, il entre et trouve au rez-de-chaussée un Christ de bois si admirablement sculpté que, saisi d'admiration, il laisse tomber les œufs. Sur ces entrefaites, Brunellesco paraît et lui dit : Eh bien, Donatello, qu'as-tu? — A quoi l'autre ré-

(1) *Vasari, vite*, tom. IV, p. 202 et 275.

répond : tu as raison, Brunellesco; désormais à toi les Christs et à moi les paysans.—L'histoire ajoute que les deux artistes ne cessèrent jamais de s'aimer comme deux frères.

Le quinzième siècle s'ouvrit sous de tristes auspices en Italie. La décadence des républiques, et l'absence d'un de ces hommes éminens qui, depuis la renaissance, n'avaient cessé d'illustrer ce pays, jettent un voile de pâleur et de tristesse sur cette époque. Les sciences et les lettres suivirent alors ce dépérissement⁽¹⁾ social et

(1) Ce n'était plus le temps où des professeurs de l'Université de Bologne refusaient la souveraineté d'une ville considérable pour ne pas se séparer de leurs élèves (*Alidosi, dottori bolognesi in legge*, Bologna, 1620, in-4, p. 94, et où les factions se taisaient pour honorer les fils d'Accurse, qui, bien que Gibelins, furent faits Guelfes par les habitans de Bologne, à cause de leur père (*Alidosi, dottori bolognesi in legge*, p. 93). Dans un temps où les élèves des plus célèbres universités écoutaient, assis sur de la paille, les leçons des plus illustres maîtres, on solennisait les succès universitaires avec une magnificence dont nous avons de la peine à nous rendre compte aujourd'hui (*Arrivabene, secolo di Dante*, Firenze, tom. I, p. 162. — *Alidosi, dottori bolognesi in legge*, p. 224). Dès la création de l'université de Naples, les professeurs avaient le rang et le titre de *comtes palatins*, tandis qu'au quinzième siècle, les *maîtres des sciences* étaient mis, à Florence, sur la même ligne que les bouffons (*Origlia, istoria dello*

l'on est forcé de reconnaître une décadence graduelle et non interrompue pendant toute la première moitié du quinzième siècle. En effet, Léonard Arétin, Poggio, Filelfo, Ambroise de Camaldule, Guarino, Laurent Valla⁽¹⁾, furent doués d'un

studio di Napoli, Napoli, 1753,¹/₂ vol. in-4, tom. I, p. 53 et suiv. — *Delizie degli eruditi Toscani*, tom. XVIII, p. 297).

(1) Il ne faut pas confondre l'auteur des *Élégances de la langue latine* avec Georges Valla de Plaisance, qui mourut à la fin du quinzième siècle, et qui s'appliqua surtout à traduire du grec des ouvrages scientifiques. On peut voir dans Poggiali (*Memorie*, tom. I, p. 140-160) le catalogue des nombreux ouvrages de l'érudit de Plaisance, qui écrivit sur la grammaire et sur la médecine, et qui étudia les mathématiques avec succès, sous Jean Marliani de Milan. Le grand ouvrage de Valla de *Expetendis et Fugiendis rebus* (publié en 1501 par Alde, après la mort de l'auteur), est une encyclopédie qui se distingue des encyclopédies précédentes, parce que l'auteur en a pris les élémens dans les écrivains grecs et latins, en excluant les Arabes et les auteurs du moyen âge : les sciences mathématiques y occupent une place très considérable, et sous ce rapport elle mérite une attention particulière. Dans le troisième chapitre du quatrième livre de sa géométrie, Valla a donné un traité des sections coniques : je n'en connais pas de plus ancien écrit en Europe, par un chrétien, après la renaissance. Ce traité de géométrie contient d'autres recherches intéressantes. Le sixième livre est consacré aux machines : parmi celles-ci l'auteur en décrit une (Voyez la signa-

grand savoir et d'une infatigable activité; mais il serait fort difficile d'indiquer les progrès qu'ils ont fait faire aux sciences et aux lettres. Occupés à commenter et à traduire des classiques grecs ou latins, ils n'avaient ni le temps ni la volonté d'entreprendre des recherches originales; et leurs écrits semblent jetés dans le même moule (1). Ce furent certainement des

ture a) par laquelle il se propose de résoudre ce problème *Crisci constructio, statuatur, ut igne attingente fores sponte aperiat. Extincto autem igne rursus claudantur.* — Dans la description de la machine il semble parler de vapeur; mais cette description est si obscure, et la figure si embrouillée, qu'il ne m'a pas été possible de comprendre si Valla avait réellement appliqué la vapeur à sa machine.

(1) Un seul homme se distingua des autres par l'originalité de son esprit, et par un système très libéral d'éducation qu'il avait conçu et qu'il fit mettre en œuvre. Cet homme est Vittorino da Feltre, qui excella aussi dans les sciences, et que Blaise Pelacani força, par sa rudesse, à apprendre tout seul les mathématiques. Son système d'éducation, l'Institut qu'il avait formé et d'où sortirent tant d'hommes célèbres, méritent d'être étudiés par tous ceux qui veulent s'appliquer à l'amélioration intellectuelle et morale de l'homme. Vittorino uniquement occupé de son plan sut s'abstenir de toute querelle littéraire. Il mourut à Mantoue, en 1447, à l'âge de 68 ans : il ne nous reste de lui que quelques fragmens (*Vairani, Cremonensium monumenta*, Romæ, 1778, 2 vol. in-4, tom. I, p. 14 et seq. — *Martene et Durand, veterum scriptorum amplissima collectio*, Paris., 1723, 9 vol. in-fol.,

hommes utiles; mais ce qu'ils ont fait, d'autres l'auraient fait à leur place. Tout dégénéra alors; Feo Belcari menaça la gloire de Dante, et les sonnets de Burchiello firent oublier un instant ceux de Pétrarque (1). Ce barbier fit école, et son genre baroque fut imité par les hommes les plus instruits de ces temps corrompus (2).

Quelques écrivains ont attribué à la protection des princes italiens, et surtout à celle des Médicis, qui déjà s'apprêtaient à monter sur le trône, la gloire littéraire de l'Italie au quinzième siècle. C'est principalement par l'influence de quelques écrivains anglais, de Roscoe sur-

tom. III, col. 843). Il existe au reste des monumens qui prouvent que même dans des siècles plus rudes les moyens d'instruction n'étaient pas trop sévères en Italie, et qu'ils étaient plus doux qu'ailleurs. Ainsi, par exemple, la grammaire est représentée dans le *Campo Santo* de Pise par une femme qui allaite, tandis que dans les cathédrales de Chartres et de Laon, elle est figurée par une femme qui fouette un enfant.

(1) Le Lasca a dit : « Burchiello, il quale dagli antichi « nostri fu gindicato terzo con Dante, e col Petrarca. » (*Munni, de Florentinis inventis*, p. 88).

(2) Parmi les imitateurs de Burchiello, il faut citer Léon Baptiste Alberti, également célèbre dans les sciences, dans les arts et les lettres. Comme architecte, il est trop connu pour qu'il soit nécessaire de rappeler ses travaux. On sait qu'il a eu le mérite difficile de tromper Alde le jeune, qui a publié comme ancienne une comédie intitulée *Philodoxius*, qu'Al-

tout, que ces idées ont été généralement adoptées. Mais un examen attentif prouve que dans le cas actuel le fait principal et l'explication qu'on en donne sont également inexacts. Car, si l'on entend par gloire littéraire autre chose qu'un grand étalage d'érudition, ou des collections formées à grands frais, l'Italie ne fut pas glorieuse à cette époque, et elle ne reprit son éclat que sur le déclin du siècle, et indépendamment de toute protection. Ce furent des hommes malheureux, forcés pour la plupart d'aller chercher du pain hors du pays qui les avait vu naître, tels que Léonard de Vinci, Paciolo, Colomb, l'Arioste, Machiavel, Michel - Ange, qui rendirent à l'Italie sa splendeur. Des musées, des cabinets de médailles ne font

berti avait composée (*Burchiello sonetti*, Veniegia, 1504, in-8. — *Lepidi comici veteris Philodoxius*, Luccæ, 1588, in-8). Alberti avait essayé le premier d'appliquer à la poésie italienne les règles de la prosodie latine. Il avait inventé un instrument pour copier les tableaux en les réduisant à volonté (*Vasari vite*, tom V, p. 62), et un autre pour déterminer la profondeur de la mer d'après le temps qu'emploie un corps plus léger que l'eau à remonter du fond à la surface (*Manni, de Florentinis inventis*, p. 94 et 68). Un instrument du même genre se trouve déjà indiqué dans un ouvrage de Savosorda écrit plus de trois siècles auparavant.

Voyez la note IV à la fin du volume.

pas la gloire d'une nation. Et d'ailleurs cet amour de l'antiquité était un caractère général du temps, et n'appartenait pas plus spécialement à tel prince qu'à tel individu. Tous les citoyens riches faisaient à cette époque travailler les artistes; souvent ils envoyaient des savans, dans les contrées les plus éloignées, à la recherche des manuscrits. A Florence, Niccolò Niccoli était un amateur moins riche sans doute, mais plus instruit et non moins zélé que Côme de Médicis. Et il faut remarquer à l'avantage de Niccoli, qu'il n'a jamais envoyé de sicaire contre les savans qu'il avait employés (1). On

(1) Lorsqu'on examine avec impartialité toutes les phases de l'inimitié de Côme de Médicis et de Filelfo, il est difficile de ne pas se persuader que le *père de la patrie* a tenté plusieurs fois de faire assassiner le philologue de Tolentino. Au reste, l'érudition avait amené à sa suite les querelles littéraires, et les plus grands efforts des philologues du quinzième siècle étaient dirigés contre leurs rivaux. Les vifs démêlés qu'eurent entre eux Filelfo, Niccoli, Poggio, Léonard Arétin, Guarino, Valla, etc., etc., occupèrent une grande partie du quinzième siècle, et n'eurent qu'un résultat négatif pour les lettres. Le style grossier de leurs diatribes rend les discussions de ces érudits encore plus désagréables (Voyez, à ce sujet, *Rosmini, vita del Filelfo*, Milano, 1808, 3 vol. in-8, tom. I, p. 94-85. — *Rosmini, vita di Guarino*, Brescia, 1803, 3 vol. in-8, tom. II, p. 79 et suiv. — *Shepherd, vie de Poggio Bracciolini*, Paris, 1819, in-8, p. 123 et suiv.).

a répété souvent, et bien à tort, que la prise de Constantinople par les Turcs avait servi à policer l'Italie en l'enrichissant des débris de la Grèce. Mais nous croyons avoir prouvé que les Italiens n'avaient rien à apprendre (1) des Grecs lorsque l'empire de Constantin s'écroula pour toujours.

Il fallait être riche pour rassembler des manuscrits et pour en faire copier avec ce luxe qui distingue la plupart de ceux qui ont appartenu à Alphonse, roi de Naples, et aux Médicis. Mais tout cela n'était qu'un vain apparat. Quel est, en effet, le secours qu'ils ont accordé à Poggio Bracciolini, lorsqu'il parcourait à ses

(1) Cela n'avait pas échappé à l'esprit de Voltaire, dont on s'est hâté un peu trop de décrier les talens historiques. Voici ce qu'il dit dans le chapitre 8^a de l'*Essai sur les Mœurs* : — « On fut redevable de toutes ces belles nouveautés aux Toscans. Ils firent tout renaître par leur seul génie, avant que le peu de science qui était resté à Constantinople reflût en Italie avec la langue grecque, par les conquêtes des Turcs; Florence était alors une nouvelle Athènes.... On voit par là que ce n'est point aux fugitifs de Constantinople qu'on a dû la renaissance des arts. Les Grecs ne pouvaient enseigner aux Italiens que le grec. Ils n'avaient presque aucune teinture des véritables sciences, et c'est des Arabes que l'on tenait le peu de physique et de mathématique que l'on savait alors. »

frais le nord de l'Europe pour copier des manuscrits (1)? Quels encouragemens ont-ils donnés aux premiers imprimeurs qui devaient alors surmonter tant d'obstacles? Ces hommes laborieux ont été accueillis d'abord dans des couvens ou chez des particuliers; mais les princes, et ceux qui se disposaient à l'être, semblaient déjà pressentir ce que la presse deviendrait un jour. A Paris, on voulait brûler les disciples de Guttenberg : à Rome on les laissait mourir de faim (2).

(1) « Nulla enim vel parva admodum his (*Regibus ac Pontificibus*) bonarum artium cura est : nulla doctrinae, nulla sapientium, ac doctorum virorum, nulla virtutis. Simulata in quibusdam quidem virtutis signa apparent : nulla impressa vestigia. Suscepit hic (me intuens) olim diligentiam et laborem peragrandem Alemanniæ librorum perquirendorum gratia, qui in ergastulis apud illos reclusis detinentur in tenebris et carcere caeco. Quæ in re multum profuit latinis musis ejus industria. Nam octo Ciceronis orationes, integrum Quintilianum, restituit nobis... Haec cum ab eo fuissent in lucem edita; cunque uberior et quasi certa spes proposita esset ampliora inveniendi : nunquam postea aut princeps, aut pontifex vel minimum operae aut auxilii adhibuit. » (*Poggi opera*, Argent., 1513, in-fol., f. 147). — On voit par les lettres de Poggio que les moines de Saint-Gall gardaient leurs manuscrits avec aussi peu de soin que les moines du Mont-Cassin, lorsque Boccace alla visiter leur bibliothèque (*Shepherd, vie de Poggio Bracciolini*, p. 98).

(2) Voyez la fameuse lettre de Sweynheym et Pannartz à

La première édition d'Homère est due au patronage d'un simple citoyen dont personne ne parle, et l'on cherche en vain à cette époque un grand monument typographique dû à la munificence d'un souverain (1).

Sixte IV, insérée dans le cinquième volume du Glossaire de Nicolas de Lyra, imprimé à Rome en 1472. Au reste, si les papes n'ont pas protégé les imprimeurs, au moins ils ne les ont pas persécutés. On sait qu'en laissant de côté les *Decor Puellarum* et le *Commentaire* sur Almansor de Gradi, dont la célébrité est due à une faute typographique, Rome est la seconde ville de l'Europe où l'imprimerie a été établie. Et il ne faut pas oublier que dès l'origine la cour de Rome a profité de cette admirable invention pour activer la vente des indulgences. Les *litteræ indulgentiarum* de Nicolas V, imprimées avec caractères mobiles en 1454, sont le plus ancien monument typographique portant une date certaine.

(1) Si les Italiens n'ont pas inventé l'imprimerie, au moins c'est en Italie que cet art naissant a porté les plus beaux fruits, en reproduisant les chefs-d'œuvre de l'antiquité. Presque toutes les éditions princeps sont italiennes, et depuis le Lactance de 1465, les presses italiennes n'ont jamais cessé de reproduire les classiques. En peu d'années, l'imprimerie s'établit dans toute l'Italie. Des villes secondaires, des villages même, s'efforcèrent de se signaler dans cet art. Quinze ans après la première édition du *Psautier*, sept ans après l'introduction de l'imprimerie en Italie, Jesi Mantoue et Fuligno ont publié en même temps une édition in-folio de Dante. Et il serait difficile d'en faire une plus belle à présent. Les premières éditions des classiques grecs, les premiers

Au lieu de ranimer et protéger les lettres, comme on le répète tous les jours, Laurent de Médicis n'a fait, comme font d'ordinaire les grands, que protéger la médiocrité. Les membres de son académie platonique étaient des érudits qu'il payait et qui le vantaient dans leurs écrits : mais en même temps les Toscans les plus illustres étaient forcés de s'expatrier. Landino, Marsile Ficin, Pic de la Mirandole, étaient, il est vrai, accueillis noblement par lui; mais il ne faut pas oublier qu'en même temps Léonard de Vinci, Paciolo et Alberti quittaient la Toscane. On poussait Pulci à écrire contre Franco, on encourageait les auteurs des *Canti Carnascialeschi*, nouveaux chants fescennins, mais Bellinzoni devait aller chercher du pain à

caractères orientaux, ont été exécutés en Italie. D'ailleurs, sans parler de l'invention de la gravure sur cuivre, qui est due à Maso Figueria, ni des caractères faits par Bernard Cennini à Florence, lorsque les Allemands gardaient encore le secret de leur art, il est permis de croire que l'existence de l'imprimerie chinoise, qui avait été révélée à l'Europe par les voyageurs vénitiens, et la connaissance de ces caractères mobiles que les calligraphes italiens employaient depuis si long-temps pour former avec tant de régularité les caractères des manuscrits, n'ont pas dû être inutiles aux Allemands qui ont inventé l'imprimerie.

Milan. Laurent de Médicis a usurpé une gloire qu'il ne mérite pas. Qu'est-il resté de ses travaux et de ceux de ses protégés? Rien qui mérite d'être étudié à présent. Qu'a-t-il fait pour Toscanella, que Colomb consultait avec tant de déférence? Qu'a-t-il fait pour Vespuce, heureux navigateur et habile astronome? S'il admet à sa table Michel-Ange encore enfant, la statue de neige que Pierre de Médicis lui fit faire plus tard, la comparaison qu'il faisait de Buonarrotti avec un coureur espagnol (1), nous donnent la mesure du respect que Laurent avait su inspirer à son fils pour l'immortel artiste. En refusant toujours, malgré les plus vives instances, de retourner dans sa vieillesse auprès d'un Médicis, Michel-Ange doit nous faire comprendre ce que valait la protection de cette famille. Un seul homme de génie, Politien, est resté auprès de Laurent. Mais l'histoire de la Conjuration des Pazzi montre à quelles conditions il était protégé. Au reste, on sait que Politien lui-même ne manqua pas d'essuyer des dégoûts et des tracasseries dans la fa-

(1) *Vasari, vite*, tom. XIV, p. 44.

mille du maître de Florence (1). C'est à cette époque de protection que Paul II excommuniait les académiciens et faisait torturer les savans; et que le duc de Milan, laissant Léonard sans pain et sans vêtemens en hiver, lui suggérât la pensée d'abandonner les arts.

Voilà ce que furent au quinzième siècle les princes italiens, et ces Médicis qu'on a voulu immortaliser, et à qui les étrangers s'obstinent encore à attribuer la renaissance.

Les vrais bienfaiteurs de l'Italie, ceux qui lui ont rendu son ancien éclat, ne sont pas les hommes qui l'ont opprimée. Car, il est bon de le répéter, jamais les tyrans n'ont fait la gloire d'une nation. L'Italie doit sa splendeur à ces hommes courageux qui, à une époque de barbarie, allaient dans des contrées éloignées chercher la science chez des infidèles, malgré les préjugés qui devaient les en détourner, malgré mille dangers qui les menaçaient. On ne peut songer sans émotion à ces hommes infatigables que rien ne rebutait, et qui, sans espérer aucune ré-

(1) *Roscoe, the life of Lorenzo de' Medici*, Heidelberg, 1825, 4 vol., in-8, tom. III, p. 253.

compense, faisaient tant d'efforts pour introduire chez les Chrétiens les sciences des Arabes (1). Gérard de Crémone et Platon de Tivoli ont plus fait pour les sciences que tous les princes du quinzième et du seizième siècle. Après ces premiers maîtres, l'Italie doit sa civilisation aux hommes qui l'ont affranchie de la féodalité,

(1) Ce n'est pas seulement, comme on le croit généralement, au onzième et au douzième siècle que les Arabes exercèrent de l'influence en Italie. Cette influence s'est continuée bien plus long-temps. Au moyen âge la science par excellence est placée en Orient : les *sages* sont orientaux, les enchanteurs aussi. Les *Novelle antiche* en offrent plusieurs exemples. Dans les anciens poèmes, dans les premiers romans, les Européens se font toujours les élèves des Orientaux. Les idées des Arabes étaient devenues familières en Italie, leur langue le fut aussi, et dans les sciences elle était indispensable. L'*Opus Pandectarum* de *Matheus Sylvaticus*, le *Clavis sanationis* de Simon de Gènes ne sont guère que des dictionnaires arabes, tous les mots scientifiques étant alors tirés de cette langue. Dans le commerce on se servait à chaque instant de mots orientaux : Fondaco, Diremo, Karato, Reba, et beaucoup d'autres noms semblables, se trouvent dans des traités de commerce du quatorzième et du quinzième siècle écrits en italien. On avait même pris les divisions des saisons, et les noms des constellations et des époques de l'année où la navigation devient plus difficile (*Della Decima*, tom. III, p. 56 et suiv.; tom. IV, p. 281, etc. — *Targioni, viaggi*, tom. II, p. 63 — *Giustini, annali*, f. 117, etc., etc.).

aux poètes et aux artistes qui lui ont inspiré ce sentiment du beau si répandu encore à présent dans le peuple italien, à ceux qui lui ont ouvert les sources de l'antiquité. C'est la démocratie qui a tout fait en Italie; le despotisme a voulu tout arrêter. La lutte entre ces deux principes a été longue et opiniâtre; elle recommence à chaque instant; mais si l'on demandait à la monarchie ce qu'elle a fait de l'héritage de Fibonacci, de Marco Polo, de Dante, de Brunellesco; comment elle a continué Colomb, Machiavel, Ferro, Léonard de Vinci, Raphaël, Michel-Ange, Ferruccio, glorieux dépôt que la démocratie lui avait confié en mourant, la monarchie ne saurait répondre qu'en montrant le Spielberg.

FIN DU LIVRE PREMIER.

NOTES ET ADDITIONS.

NOTE I.

(PAGES 22, 27, 29, 30.)

Nous reproduisons ici l'introduction du livre de l'*Abacus* par Léonard de Pise, afin qu'on puisse bien se pénétrer de ce qu'il dit relativement à l'importation des chiffres indiens en Occident. Cette introduction avait été déjà publiée avec quelques variantes par Targioni (*Viaggi*, tom. II. p. 59) et par Grimaldi (*Memorie istoriche di più uomini illustri Pisani*, tom. I, p. 172). Le texte que nous publions ici a été tiré d'un manuscrit du commencement du quatorzième siècle qui se trouve à la bibliothèque *Magliabechiana* de Florence (Classe XI, n° 21.). Bien que ce traité porte la date de 1202, on voit que ce n'est que la seconde édition de 1228, puisque dans l'introduction on fait mention de la *Pratique de la géométrie* composée en 1220.

Incipit liber Abbaci compositus a Leonardo filio Bonacci Pisano, in anno 1202.

Cum genitor meus a Patria publicus scriba in Duana Bugea pro pisanis mercatoribus ad eum confluentibus constitutus præesset, me in pueritia mea ad se venire faciens, inspecta utilitate et commoditate futura, ibi me studio abbaci per aliquot dies ita esse voluit et doceri. Ubi ex mirabili magisterio in arte per novem figuras Yndorum ixtroductus, scientia artis in tantum mihi præ cæteris placuit et intellexi ad illam, quod quidquid studebatur ex ea apud Ægyptum, Syriam,

Græciam, Siciliam et Provintiam cum suis variis modis ad que loca negotiationis causa prius ea peragravi, per multum studium et disputationis didici conflictum. Sed hoc totum etiam et Algorismum atque Pictagoræ, quasi errorem computavi, respectu modi Yndorum. Quare amplectens strictius ipsum modum Yndorum et attentius studens in eo, ex proprio sensu quædam addens et quædam etiam ex subtilitatibus Euclidis geometriæ artis apponens, summam hujus libri, quam intelligibilius potui in quindecim capitulis distinctam componere laboravi, fere omnia quæ inserui certa probatione ostendens ut ex causa perfecta præ cæteris modo hanc scientiam appetentes instruantur, et gens latina de cetero sicut hactenus absque illa minime inveniat. Si quid forte minus, aut plus justo vel necessario intermisi mihi deprecor indulgeatur, cum nemo sit qui vitio careat et in omnibus undique sit circumspectus.

Scripsistis mihi domine mi et magister Michael Scotte summe philosophe ut librum de numero quem dudum composui vobis transcriberem; unde vestræ obsecundans postulationi ipsum subtiliori prescrup-tans indagine, ad vestrum honorem et aliorum multorum utilitatem correxi. In cujus correctione quædam necessaria addidi, et quædam superflua resecavi in quo plenam numerorum doctrinam edidi juxta modum Yndorum quem modum in ipsa scientia præstantiorem elegi. Et quia arismetica et geometriæ scientia sunt connexæ et suffragatoriæ sibi ad invicem, non potest de numero plena tradi doctrina nisi intersecantur geometrica quædam vel ad geometricam spec-

tantia quæ hic tamen juxta modum numeri operantur, qui modus est sumptus ex multis probationibus et demonstrationibus quæ figuris geometricis fiunt. Verum in alio libro quem de pratica geometriæ composui, ea quæ ad geometriam pertinent et alia plura copiosis explicavi singula figuris et probationibus geometricis demonstrando. Sane hic liber magis quam ad theoricam spectat ad practicam. Unde qui per eum hujus scientiæ practicam bene scire voluerint oportet eos continuo usu et exercitio diuturno in ejus practicis perstudere, quod scientia per practicam versa in habitum memoria et intellectus ad eo concordent cum manibus et signis quod quasi uno impulsu et anelitu in uno et eodem stanti, circa idem per omnia naturaliter consonent, et tunc cum fuerit discipulus latitudinem consecutus gradatim poterit ad perfectionem hujus facile pervenire. Et ut facilior pateret doctrina, hunc librum per XV distinxi capitula. Unde quidquid de his lector voluerit possit levius invenire. Porro si in hoc opere reperitur insufficientia vel defectus illud emendationi vestræ subjicio.

Explicit prologus : incipit capitulum.

1. De cognitione novem figurarum Yndorum et qualiter cum eis omnis numeris scribatur, et qui numeri et qualiter retineri debeant in manibus et de introductionis abbaci.

2. De multiplicatione integrorum numerorum.

3. De additione ipsorum ad invicem.

4. De extractione minorum numerorum ex majoribus.

5. De divisione integrorum numerorum per integros.

6. De multiplicatione integrorum numerorum cum ruptis, atque ruptorum sine sanis.

7. De additione et extractione et divisione numerorum integrorum cum ruptis atque partium numerorum in singulis partibus reductione.

8. De emptione et venditione rerum venalium et similium.

9. De barattis rerum venalium et de emptione bolsonaliæ et quibusdam regulis similibus.

10. De societatibus factis inter consocios.

11. De consolamine monetarum atque eorum regulis quæ ad consolamen pertinent.

12. De solutionibus multarum positarum quæstionum quas erraticas appellamus.

13. De regula eleatayin, qualiter per ipsum fere omnes erraticæ questiones solvantur.

14. De reperiendis radicibus quadratis et cubiis et multiplicatione et divisione seu extractione earum in se, et de tractatu binomiorum et recisorum et eorum radicium.

15. De regulis et proportionibus geometriæ pertinentibus, de quæstionibus algebræ et almachabelæ. »

Depuis la première édition du premier volume de cet ouvrage, un habile géomètre, M. Chasles, a fait paraître dans les *Mémoires couronnés par l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles* (tom. XI, Bruxelles, 1837, in-4), un *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géomé-*

trie. L'auteur de cet *Essai* a traité, dans les *Notes*, une foule de questions intéressantes qu'il a su rattacher à son sujet (1). Sans pouvoir me flatter, comme l'auteur le dit avec trop d'obligeance pour moi, que la publication de mon premier volume lui ait inspiré ses recherches sur l'histoire de la géométrie chez les Orientaux, et chez les Chrétiens au moyen âge, je ne puis qu'applaudir au parti qu'il a pris de traiter dans des notes étendues, et avec tous les développemens nécessaires, un sujet que je n'avais pu qu'effleurer dans mon *Discours préliminaire*. Les deux mémoires de M. Chasles que j'ai cités précédemment (p. 22 et 48) ne sont que des extraits (2) de son *Aperçu*, qu'il avait fait tirer à part, et qu'il avait bien voulu me donner. L'ouvrage entier n'a paru que lorsque tout le texte de ce second volume était déjà imprimé; mais je suis porté d'autant plus naturellement à en parler dans cette note, que M. Chasles a fait un exposé des travaux de Fibonacci, et que malheureusement mes recherches m'ont conduit à des résultats fort différens de ceux qu'il a obtenus sur tout

(1) Parmi ces recherches, je citerai spécialement l'origine des polygones étoilés, que M. Chasles suppose, par une interprétation un peu hardie peut-être, avoir été considérés par Boèce, et qu'il a trouvés clairement indiqués dans Campanus de Novare et dans d'autres écrivains plus récents (*Aperçu*, p. 477 et suiv.; et p. 512 et suiv.).

(2) Je dois dire que dans son ouvrage, M. Chasles a corrigé l'inadvertance que j'ai signalée précédemment sur la traduction d'Euclide, qu'il avait d'abord attribuée à Campanus (*Aperçu*, p. 423, 479, 511).

ce qui concerne l'origine de notre système de numération (1).

En effet, M. Chasles croit que le passage qui se trouve à la fin du premier livre de la géométrie de Boèce, passage qui avait déjà fixé l'attention de plusieurs savans, prouve que les Pythagoriciens avaient connu une arithmétique de position (*Aperçu*, p. 469, 471). Il s'était même efforcé, par de longs développemens, de prouver d'abord qu'ils avaient connu *l'arithmétique indienne* (*Aperçu*, p. 476); mais quoique, dans les *Additions* (p. 558), il ait corrigé la dernière phrase du paragraphe où il traite cette question, comme la même idée se reproduit dans tout ce qu'il a écrit sur ce sujet (2), on ne sait pas s'il a réellement changé d'avis sur le fond de la question, ou bien si ce n'est qu'un changement de mots. Il

(1) Au reste M. Chasles et moi nous nous trouvons d'accord sur beaucoup d'autres points. Je suis heureux de voir qu'il a adopté mes idées sur la *prétendue* géométrie de position des Arabes, et sur le peu de cas que l'on doit faire de l'inexactitude de Delambre (*Aperçu*, p. 501, 511, 523, etc.).

(2) « De ce qui précède nous croyons pouvoir conclure que le système de numération exposé par Boèce est le système décimal, dans lequel les neuf chiffres, dont il se sert, prenaient des valeurs de position, croissant en progression décuple en allant de droite à gauche; et enfin que ce système de numération était précisément celui des Indiens et des Arabes, et le nôtre actuel; avec cette différence légère que, dans la pratique, les places, où nous mettons le zéro, restaient vides alors; et que cette dixième figure auxiliaire était suppléée par l'emploi de colonnes marquant distinctement l'ordre des unités, dizaines, centaines, etc. » (*Aperçu*, p. 471.)

y a même lieu de croire qu'il a persisté dans sa première opinion sur l'ensemble de la question, en lisant ce que M. Chasles dit (*Aperçu*, p. 465, 470, 473, 503, 507) sur l'arithmétique de Gerbert, qu'il suppose n'être autre chose que celle de Boëce, et de laquelle il pense que notre système de numération a pu se former en supprimant les lignes verticales, qu'il croit avoir séparé les unités des divers ordres dans le système des Pythagoriciens (qui ne différait du nôtre, suivant M. Chasles, que par l'absence du zéro, qu'il considère comme fort peu importante), et en formant finalement ce zéro (1) par la réunion des deux dernières colonnes qu'on aurait laissé subsister (*Aperçu*, p. 557, 558 etc.).

Je ne saurais suivre l'auteur dans tous les développemens qu'il a donnés à son hypothèse, et je me bornerai à indiquer ici quelques-unes des principales difficultés qui me semblent s'opposer à son système, et que j'ai déjà eu l'honneur de lui signaler dans des communications verbales.

Le passage de Boëce, et les passages analogues qu'on rencontre dans d'autres anciens auteurs présentent une grande obscurité quand on veut les interpréter directement; et tous les écrivains qui ont voulu en pénétrer le sens, sans en excepter M. Chasles, ont été obligés de faire différentes suppositions et de for-

(1) M. Chasles (*Aperçu*, p. 472) donne une origine du zéro qui est contraire à l'étymologie. On sait que ce mot vient d'un mot arabe qui signifie vide, et qui n'est que la traduction du *çunya* des Hindous.

cer un peu la traduction (1). Ces passages prouvent seulement, à mon avis, que les Pythagoriciens (ou des Pseudo-Pythagoriciens plus modernes) avaient employé des abréviations pour écrire les grands nombres. Mais on savait cela par les inscriptions et par les notes tyroniennes, et j'ai déjà dit que quelques-unes de ces abréviations étaient restées en usage chez nous lorsqu'on avait adopté le système arithmétique des Hindous. Ce sont ces chiffres tyroniens, introduits dans l'arithmétique indienne, qui ont si singulièrement compliqué la question de l'origine de notre système de numération, lorsque des érudits, qui s'attachaient plus à la forme des chiffres qu'au fond de la question, ont voulu la résoudre (2). Mais après

(1) M. Chasles est forcé de supposer que *placer sous l'unité*, signifie placer dans la colonne des unités, bien que cela soit fort obscur, surtout d'après les mots *Ita varie ceu pulverem dispergere*, qui, exprimant une comparaison, ne doivent pas être négligés, et qu'on ne voit pas comment on pourrait concilier avec l'interprétation de M. Chasles. De plus, il doit (contre la tradition constante et d'après un manuscrit qui est peut-être incomplet ou qui a pu être défiguré par les copistes comme le sont tant d'autres) supposer aussi que la table de Pythagore n'est pas celle que tout le monde connaît, et enfin il est obligé de ne choisir dans son manuscrit que la première ligne du tableau qui s'y trouve, pour en former sa nouvelle table de Pythagore, sans expliquer le reste. Tout cela est bien incertain, et le devient d'autant plus que M. Chasles n'a raisonné que d'après sa traduction, sans citer le texte latin (*Aperçu*, p. 465-472).

(2) La forme du 8 n'est ni indienne, ni arabe, non plus que celle du 6. Une chose à laquelle on n'a pas fait attention, c'est que dans les pre-

avoir admis l'existence de ces abréviations, il faut s'arrêter ; car je crois que nous n'avons aucun moyen de remonter à cette espèce de sténographie numérique que Boèce attribue aux Pythagoriciens. Je suis cependant convaincu qu'elle était très imparfaite, et voici pourquoi.

Archimède a écrit, comme on sait, un traité intitulé l'*Arenaire*, qui n'a d'autre but que de simplifier la numération des Grecs. Ce perfectionnement est tellement au-dessous du système que M. Chasles suppose avoir été connu avant Archimède par les Pythagoriciens, qu'il faudrait croire que ce grand géomètre perdait son temps à rendre un peu moins imparfait un mauvais système de numération, au lieu d'en adopter un fort bon qui aurait été connu avant lui (1). M. Chasles est forcé de faire cette supposition (*Aperçu*, p. 475-476 et 558), mais moi, je ne pourrai jamais l'adopter.

miers auteurs chrétiens qui ont parlé de la nouvelle arithmétique, on trouve les neuf chiffres écrits de suite l'un après l'autre de droite à gauche, ce qui prouve qu'on les apprenait d'un peuple qui écrivait de droite à gauche comme, par exemple, les Arabes et les Juifs. Cependant, dans la composition, ces chiffres s'écrivaient de gauche à droite, comme le faisaient les Hindous qui les avaient donnés aux Arabes (*Targioni, viaggi*, tom. II, p. 61. — *MSS. latins de la bibl. du roi*, n° 7359, f. 85, n° 7363, f. 1, n° 7366 ; et *fonds Sorbonne*, n° 972, tr. 3, n° 980, tr. 12, n° 981, f. 1, etc.).

(1) Apollonius aussi a voulu simplifier le système de numération des Grecs, et cependant il est resté au-dessous de ce qu'on suppose avoir été connu long-temps avant lui (*Aperçu*, p. 576 et 558).

De plus, Boèce, qui, d'après M. Chasles, connaissait un système fort simple de numération, ne s'en est jamais servi. Dans sa géométrie, dans son arithmétique, dans tous ses ouvrages, il a toujours écrit les nombres composés par le système de numération des Romains. Dans aucun ancien manuscrit de cet auteur, on ne trouve la valeur de position des chiffres : on y trouve quelquefois des signes abrégés, des notes tyro-niennes, mais *jamais* on n'a trouvé un manuscrit du dixième ou du onzième siècle avec des nombres écrits par un système de valeurs de position ; et M. Chasles lui-même n'en peut citer aucun qui représente un nombre d'après le système qu'il suppose avoir été connu de Boèce (1). Il résulte de là, pour moi, que du temps d'Archimède les systèmes de numération adoptés en Italie étaient tous moins parfaits que celui qu'il a exposé dans l'*Arenaire*, et que le système (quel qu'il fût), attribué aux Pythagoriciens par Boèce, ne valait guère mieux que le système des Romains qu'il a toujours employé. Maintenant, la question étant réduite à ces termes, et entre ces limites, on peut laisser le champ libre aux conjectures ; mais je doute fort qu'elles conduisent jamais à des résultats bien intéressants.

Contre les hypothèses trop hardies et qu'aucun fait ne vient appuyer, il restera toujours le témoignage de

(1) Il faut ajouter aussi qu'à partir du treizième siècle, on commence successivement à trouver la valeur de position dans presque tous les manuscrits ; ce qui me semble concourir à prouver que c'est à cette époque qu'elle a été introduite parmi nous.

Fibonacci (1), de Sacrobosco, de Jordanus, de Valla, qui ont assisté à l'introduction de la nouvelle arithmétique, qui ont contribué puissamment à la répandre parmi les Chrétiens, et qui l'appellent toujours *arithmétique indienne*, comme M. Chasles lui-même l'a reconnu (*Aperçu*, p. 464).

M. Chasles combat l'opinion des personnes qui croient que Fibonacci a été le premier à exposer parmi les Chrétiens le système arithmétique des Hindous (*Aperçu*, p. 510-511). Je crois qu'il serait fort difficile d'établir qu'avant Fibonacci il a été écrit dans l'Europe chrétienne et par un Chrétien, un ouvrage où les principes de la nouvelle arithmétique étaient exposés. On trouve, il est vrai, le système décimal employé dans quelques anciens manuscrits; mais il n'y a pas de règles. Il n'y a que la pratique, et encore ces manuscrits

(1) On peut ajouter à ces noms ceux d'Alkindi et de Planude, l'auteur inconnu du poème *de Vetula*, etc. L'autorité d'Alkindi au neuvième siècle est surtout d'un grand poids. J'ai parlé ci-dessus (p. 47) du poème *de Vetula*, en disant que je n'avais jamais pu le voir. Depuis lors, j'ai pu m'en procurer un exemplaire d'une édition inconnue à tous les bibliographes, et qui, suivant toute apparence, est l'édition princeps. C'est un petit volume in-4° de 42 feuillets sans chiffres, réclames, ni signatures, et qui semble imprimé en Italie dans les premiers temps de l'imprimerie. Il commence par ces mots : « Publii Ouidii Nasionis (*sic*) liber de uetula, » et se termine au verso du dernier feuillet par ceux-ci : « Publii Ouidii Nasonis Pelignensis = liber de uetula finit. » Chaque page entière contient 28 lignes. Il n'y a pas de grandes capitales. Cette édition ne contient pas l'introduction qui se trouve dans le manuscrit latin n° 8256 de la bibliothèque royale, où il n'y a, au reste, qu'un fragment de ce poème.

sont presque tous de date incertaine , et semblent pour la plupart , avoir été exécutés chez les Mores , ou par des Juifs qui , comme nous l'avons déjà dit , ont reçu les premiers les sciences des Orientaux (1). Il doit paraître sans doute étonnant que ces premiers traducteurs , qui ont travaillé avec tant d'ardeur à nous faire connaître les écrits scientifiques des Arabes , ne nous aient pas donné leur arithmétique ; mais jusqu'à ce que l'on prouve le contraire par des faits positifs , il faut considérer l'*Abbacus* de Fibonacci comme le premier ouvrage sur l'arithmétique indienne , écrit par un Chrétien et chez les Chrétiens , qui ait une date certaine (2). L'*Algorismus* de Gérard , indiqué par M. Chasles (*Aperçu* , p. 510) , peut être d'un tout autre auteur que de Gérard de Crémone. Cet ouvrage n'est probablement que celui qu'on trouve indiqué dans quelques catalogues de manuscrits , sous le nom d'*Algorismus Genandi* (3) ; ce qui augmente encore l'incertitude sur l'auteur et sur l'époque où il vivait. On pourrait peut-être vouloir citer aussi un ouvrage appelé *Liber Ysagogarum alchorismi in artem astronomicam a magistro A. compositus* , qui se conserve manuscrit à la bibliothèque du roi (4). Ce traité porte à la

(1) Tom. I , p. 153 et suiv.

(2) Autrement , comment Fibonacci aurait-il osé écrire ces mots « et gens latina de cetero sicut actenus absque illa minime inveniatur » (Voyez ci-dessus , pag. 288).

(3) *Montfaucon* , *bibliotheca bibliothecarum* , tom. I , p. 38 et 88.

(4) *Fonds Sorbonne* , n° 980. — J'ai déjà dit (p. 47) que l'auteur de ce traité appelle la nouvelle arithmétique *figuræ Indorum*. Ne pouvant

fin cette souscription : *Perfectus est liber in electionibus horarum laudabilium editione Hali, fili Hamet ebrani : translatus de arabico in latinum in civitate Barchinona : Abraham Judeo ispano , qui dicitur Savacorda existente interprete. Et perfecta est ejus translatio..... anno Domini MCXXXIV.* — Mais outre que d'après cette indication, ce ne serait encore là qu'une traduction de l'arabe faite par l'entremise d'un Juif, il faut remarquer de plus, que ce traité semble n'être qu'un amalgame de deux ouvrages distincts, l'un appelé *Liber Ysagogarum* (anonyme et divisé à cinq livres) qui contient l'algorisme avec un peu de géométrie, et l'autre qui commence au second livre et qui est le traité d'Hali traduit en 1134. Ainsi ce manuscrit ne

pas donner un extrait de cet ouvrage, je me bornerai à signaler ici une division du temps fort bizarre qui est exposée au commencement de cette manière : « *Instans pars temporis est , cujus nulla pars est. « Momentum vero pars temporis est constans ex DLXXXIII instantibus. « Minutum quoque est de III momentis collectum : punctum vero temporis spacio II minutis et dimidio; metitur hora autem III punctis « contexta est XXXIII diei. Dies autem mensis trigenta plus minusve. « Mensis autem anni XII. Scilicet annus est spatium quo sol ad idem « zodiaci punctum revertitur..... Arabes quos imitaturi sumus.....* » Ces derniers mots démontrent que le commencement de cet ouvrage n'a rien de commun avec l'ouvrage d'Hali ben Hamet, traduit par Savosorda en 1134. L'emploi des chiffres latins, dans le passage précédent, d'un ouvrage destiné à exposer les principes de l'arithmétique indienne, prouve que cette arithmétique était alors toute nouvelle et qu'on avait bien de la peine à l'adopter. C'est pour cela qu'il a fallu au treizième siècle tant d'ouvrages pour la propager, et non pas, comme le croit M. Chasles (*Aperçu*, p. 510), parce que cette arithmétique fut connue depuis long-temps.

peut fournir aucun argument contre la priorité de l'*Abacus* de Fibonacci, qui, cependant (comme nous le reconnaissons avec la plupart de ceux qui ont discuté ce point de l'histoire des sciences), n'a pas été le premier ouvrage latin où l'on ait employé les chiffres arabes, mais qui, jusqu'à ce que d'autres faits viennent prouver le contraire, doit être considéré comme le premier traité avec date certaine écrit originairement en latin par un Chrétien, où les règles de la nouvelle arithmétique se trouvent exposées.

Après avoir, à ce qu'il me semble, assuré la priorité de Fibonacci sur ce point, il me sera plus facile encore de prouver que c'est à lui qu'on doit le premier traité original d'algèbre écrit en latin par un Chrétien. Pour combattre les droits de Léonard, M. Chasles cite un traité de l'*algorisme* par *Jean de Séville*, qui l'aurait composé environ un demi-siècle avant l'époque où Fibonacci écrivait son premier ouvrage (1). Mais il faut remarquer ici plusieurs choses;

(1) *Aperçu*, p. 510-511. — M. Chasles n'indique pas la bibliothèque où il a trouvé l'*Algorismus* de Jean de Séville, et il dit à propos de cet ouvrage : « *Les copies doivent être très rares, car les catalogues de manuscrits n'en indiquent aucune.* » — Cela n'est pas exact, car dans le catalogue imprimé des manuscrits de la bibliothèque royale (tom. IV, p. 344, *MSS. latins*, n° 7359), on'y trouve *Johannis Hispalensis algorismus, sive practica arithmetice*. La bibliothèque royale en possède deux autres exemplaires (*Fonds Sorbonne*, n° 972 et n° 981); le premier est anonyme; et quoique le mot *Hispalensis* ait été ajouté par une main moderne dans la table qui est en tête du n° 981, et qu'il se trouve aussi dans le catalogue manuscrit, le volume dont nous parlons

d'abord que l'âge de ce Jean est incertain (1), car il a pu y avoir plusieurs *Jean de Séville*, ou pour mieux dire d'*Espagne*, comme le croyait Jourdain (2), et que d'ailleurs celui qu'on appelle ordinairement *Johannes Hispalensis* était un Juif (3) qui traduisait en hébreu des ouvrages arabes que d'autres traduisaient en latin. Ainsi même en admettant qu'il soit de lui, l'*Algorismus* n'est probablement qu'une traduction (4), ou tout au moins une imitation de l'arabe; et en tout cas, il n'a été écrit que par un Juif demeurant parmi les Arabes, et ne peut, à ce titre, entrer nullement en concurrence de priorité avec un ouvrage écrit à Pise par un Chrétien. Les manuscrits de la bibliothèque royale où se trouve l'*Algorismus* cité par M. Chasles, contiennent à la fin, il est vrai, quelques paragraphes qui ont pour titre : *Exceptiones de libro qui dicitur gleba mutabilia*, c'est-à-dire, *excerptiones de libro qui dicitur gebra et mucabala*, et où se trouvent réso-

ne porte que «... *editus ... a magistro iohe* » sans dire si c'est Jean de Séville ou un autre Jean.

(1) Fabricius dit de lui *Fuit incertæ ætatis* (*Bibliotheca med. et inf. latinitatis*, tom. IV, p. 84).

(2) *Biographie universelle*, tom. XXI, p. 477. — Vers la fin du douzième siècle, il y eut à Bologne un professeur de droit canon, appelé *Jean d'Espagne* (*Tiraboschi, storia della lett. ital.*, tom. III. p. 417).

(3) M. Chasles lui-même reconnaît cela (*Aperçu*, p. 310).

(4) Les manuscrits de l'*Algorismus* portent *editus*, mot qu'on employait ordinairement pour les traductions, tandis que *compositus* indiquait presque toujours une production originale.

lus des problèmes du second degré. Mais, ou ce fragment est du même auteur que l'*Algorisme* qui le précède, et alors comme étant écrit en Espagne et par un Juif il ne peut rien diminuer au mérite du premier algébriste chrétien ; ou bien il n'est pas de Jean, et, dans ce cas, il rentre dans la classe des anonymes, et ne peut fournir aucun argument contre Fibonacci. D'ailleurs, si l'on voulait tenir compte des traductions, il faudrait encore citer un Italien, Platon de Tivoli, comme ayant le premier fait connaître l'algèbre aux Chrétiens : car à la fin du « Liber Embadorum a Savosorda in ebraico compositus et a Platone Tiburtino in latinum translatus, anno Arabum DX, mense saphar, (1) » il y a aussi quelques problèmes d'algèbre, entre autres celui-ci : $x + y = 10$, $xy = 22$, qui mène à une équation du second degré. Cette traduction, qui est de 1116, précède tous les ouvrages de Jean Hispalensis, mais je ne la cite ici que pour l'opposer à d'autres traductions postérieures : car quant aux ouvrages de Fibonacci, outre leur originalité, ils sont tellement au-dessus de tous ces essais, qu'on ne peut établir aucune comparaison.

J'ajouterai ici que M. Chasles me semble n'avoir pas assez apprécié l'originalité des travaux de Léo-

(1) *MSS. latins de la bibliothèque du roi*, n° 7224, et *Supplément latin*, n° 774. — Le second de ces manuscrits n'est pas complet : mais il peut être complété à l'aide du premier, qui est au reste beaucoup plus moderne.

nard sur l'analyse indéterminée, quand il dit : « Les
 « formules de Léonard de Pise que Lucas de Burgo
 « rapporte, sont les mêmes que celles que nous avons
 « déduites de la question géométrique de Brahme-
 « gupta. Or, Léonard de Pise avait rapporté les con-
 « naissances mathématiques de l'Arabie. Nous devons
 « donc attribuer ses formules pour la résolution des
 « questions du second degré, aux Arabes; et penser
 « que ceux-ci les avaient reçues des Indiens. » (*Essai*,
 p. 442-443).

Comment M. Chasles, qui, malgré le témoignage unanime de vingt écrivains de cette époque, semble vouloir enlever aux Arabes et aux Hindous l'honneur de nous avoir donné l'arithmétique décimale, peut-il raisonner ici d'une manière tout-à-fait opposée lorsqu'il s'agit de diminuer le mérite de Fibonacci? Il suppose d'abord que Léonard de Pise avait rapporté toutes ses connaissances mathématiques de l'Arabie, et puis il en déduit que ses travaux sur l'analyse indéterminée sont empruntés aux Arabes et par suite aux Hindous. Quand Fibonacci dit qu'il a pris aux Arabes le système de numération des Hindous, M. Chasles veut prouver que ce système est occidental. Et lorsque le géomètre de Pise dit qu'il a écrit sur les nombres carrés d'après des questions qui lui ont été proposées par des philosophes de la cour de Frédéric II (*Tagioni, viaggi*, tom. II, p. 66), M. Chasles prétend qu'il a emprunté ses recherches aux Arabes; bien que tous les anciens géomètres qui ont écrit sur cette matière citent Léonard sans jamais citer aucun ouvrage arabe (ce qu'ils font toujours lorsqu'il s'agit de la résolution des

équations déterminées du second degré, et de ce qu'ils appellent l'algèbre), et que l'on n'ait jamais trouvé aucun ouvrage arabe où des questions un peu élevées d'analyse indéterminée soient traitées. Dans des questions historiques, il faut se garder de prendre pour des réalités, et d'en tirer des conséquences, les suppositions que l'on a faites. Ici, comme dans tout ce qui est relatif à l'origine de l'arithmétique de position et l'interprétation du fameux passage de Boèce, M. Chasles semble avoir trop accordé à ses propres hypothèses. Je dirai même qu'il paraît avoir été entraîné par ses connaissances en géométrie à regarder comme minimales des difficultés qui auraient été des barrières insurmontables pour des mathématiciens moins exercés, dans des temps moins heureux pour la science. Les interprétations sont toujours dangereuses : le talent de l'interprète supplée souvent à celui de l'auteur, et il est probable que M. Chasles a été fort généreux envers Brahme Gupta et Boèce, en leur attribuant, par de légers changemens dans le texte, des résultats qu'ils n'ont peut-être jamais connus. (*Aperçu*, p. 428, 430, 441, 443, 449, 467, etc., etc.)

NOTE II.

(PAGES 23, 37)

Incipit (1) *Practica Geometriæ composita a Leonardo Pisano de filiis Bonaccii* (2) *anno 1220.*

Rogasti Amice (3) et Reverende Magister ut tibi librum in pratica Geometrie conscriberem. Igitur amicitia tua coactus tuis precibus condescendens opus iamdudum inceptum taliter tui gratia edidi ut hi (4) qui secundum demonstrationes geometricas et hi (5) qui secundum vulgarem consuetudinem quasi laycali more in dimensionibus voluerint operari super VIII huius artis distictiones, que inferius explicantur perfectum inveniant documentum. — Quare (6) prima est, qualiter latitudinis camporum quatuor æquales an-

(1) J'ai suivi ici le manuscrit *Supplément latin*, n° 78, de la Bibliothèque royale de Paris. On trouvera au bas de la page les variantes marginales du manuscrit.

(2) Le manuscrit latin n° 7223 de la bibliothèque royale porte, comme je l'ai déjà dit ci-dessus (p. 21) *a Leonardo Bigollosio filio Bonacci pisano.*

(3) Dominice.

(4) i.

(5) i.

(6) Quarum.

gulos habentium in eorum longitudes triplici modo multiplicentur.

Secunda est de quibusdam regulis geometricis, et de inventione quadratarum radicum in tantu, quantu eis, qui per rationes solum modo geometricas voluerint operari necessarium esse putavi.

Tertia de ratione embadorum omnium camporum cuius cujusque forme.

Quarta de divisione omnium camporum inter consortes.

Quinta de radicibus cubicis inveniendis sexta de inventione embadorum omnium corporum cuius cujusque figure, que continentur tribus dimensionibus 5 longitudine, latitudine, et profunditate.

Septima de inventione longitudinum planitierum, et inventionem (1) rerum elevatorum.

Octava de quibusdam subtilitatibus geometricis. Tamen antequam ad harum distinctionum doctrinam perveniam, quædam introductoria necessaria proponenda esse putavi. Ad hæc igitur secundum mei ingenii capacitatem perficienda tuæ correctionis aggressus fidutia hoc opus curavi tuo magisterio destinare ut que in eo fuerint emendanda tua sapientia corrigantur. *Vale.*

(1) Altitudinum.

NOTE III.

(PAGE 36)

Incipit (1) capitulum quintum decimum de regulis geometricæ pertinentibus et de quaestionibus algebrae et almuchabile partes huius ultimi capituli sunt tres, quarum una erit de proportionibus trium et quatuor quadrincitarum ad quas multae quaestionum geometriae pertinentium solutiones religuntur. Secunda erit solutione quarundam quaestionum geometricarum : tertia erit super modum algebrae et almuchabilæ. Incipit pars prima.

Sint primum tres numeri proportionales $a. b. c.$, $c. d.$. Secundum proportionem continuam scilicet ut : $a. b.$ ad $b. c.$ ita $b. c.$ ad $c. d.$ et sit coniunctum numerorum $a. b.$ et $b. c.$ 10, et numerus $c. d.$ sit 9. et quærat disiunctio numerorum $a. b. b. c.$ quantum est sicut $a. b.$ ad $b. c.$ ita $b. c.$ ad $c. d.$ erit ergo sicut duo antecedentes ad unum ipsorum, ita et reliqui

(1) Ce quinzième chapitre du traité de l'*Abacus*, chapitre qui renferme l'algèbre de Fibonacci, est tiré du manuscrit n° 21 de la classe XI de la bibliothèque Magliabechiana de Florence. J'avais eu d'abord l'intention de donner la traduction de ce chapitre en langage analytique moderne, comme je l'ai fait dans le premier volume pour le *Liber augmenti diminutionis*; mais j'ai été forcé d'abandonner cette idée pour ne pas grossir démesurément ce volume.

antecedentes ad secum consequentem, hoc est, sic
a. c. primus ad *b. c.* secundum, ita *b. c.* tertius est
 ad *c. d.* quartum, et sunt noti primus et quartus, et
 quia cum quatuor numeri sunt proportionales mul-
 tiplicatio primi in quartum equatur multiplicationi
 secundi in tertium : est enim primus *a. c.* 10 et quar-

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

tus *c. d.* 9 quorum multiplicatio quæ est 90 equatur
 multiplicationi *b. c.* secundi *b. d.* tertium : dividatur
 itaque numerus *c. d.* scilicet in duo equa super punc-
 tum *e.* erit unaquæque portio eorum $\frac{1}{4}$ 4 (0) et quia
c. d. numerus divisus est in duo equa super *e.* et ei
 adiunctus ut numerus *b. c.* erit multiplicatio radiuncti
b. c. in totum *b. d.* cum quadrato numeri *e. c.* equalis
 quadrato numeri *b. e.* est enim multiplicatio ex *b. c.*
 in *b. d.* 90 et quadratus numeri *c. e.* est $\frac{1}{4}$ 20 quibus in
 simul junctis faciunt $\frac{1}{4}$ 110, pro quadrato numeri *b. e.*
 quorum radix scilicet $\frac{1}{2}$ 10 est numerus *b. e.* de quibus
 auferatur numerus *c. e.* scilicet $\frac{1}{2}$ 4, remanebit *b. c.* nu-
 merus 6. quibus extractis ex numero *a. c.* scilicet ex 10
 remanebit numerus *a. b.* Item sit sicut numerus *a. b.*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ad *b. c.* ita *b. c.* ad *c. d.* et *a. b.* sit 4 et coniunctum
 ex numeris *b. c.* et *c. d.* sit 15. erit ergo sicut *a. b.*
 primus ad *a. c.* secundum : ita *b. c.* tertius ad *b. d.*
 quartum; multiplicabis siquidem primum eorum in
 quartum scilicet 4. per 15 erunt 60. quibus equatur
 multiplicatio secundi *a. c.* in tertium *b. c.* quare

addatur super 60 multiplicatio medietatis numeri $a. b.$ in se erunt 64. ex quorum radice auferatur medietas numeri $a. b.$ remanebunt 6. pro numero $b. c.$ quibus extractis ex numero $b. d.$ remanebunt 9. pro numero $c. d.$ Rursus fit sicut $a. b.$ ad $b. c.$ ita $b. c.$ ad $c. d.$ et $b. c.$ sit 6. coniunctum itaque ex numeris $a. b.$ et $c. d.$ sicut 13. quia multiplicatio primi equatur multiplicationi secundi in se in tribus numeris proportionalibus, ideo secundum numerum in se multiplicata erit 36. quibus equatur multiplicatio ex $a. b.$ in $c. d.$ Adiaceat itaque numerus $d. c.$ equalis numero $a. b.$ quare totus $c. e.$ est 13. qui dividatur in duo equa super punctum $f.$ erit unaquæque portio eorum ; 6 et quoniam numerus $c. e.$ divisus est in duo equalia super $f.$ et in duo inequalia super $d.$ erit superficies recti angula inequalium portionum scilicet multiplicatio $e. d.$ in $d. c.$ cum quadrato numeri $d. f.$ equalis quadrato numeri $e. f.$ quare multiplicetur $c. f.$ scilicet ; 6. in se erunt in ; 42. de quibus auferatur multiplicatio ex $a. b.$ hoc est ex $e. d.$ in $d. c.$ quæ multiplicatio est 36. remanebunt ; 6. pro quadrato numeri $f. d.$ quorum radix scilicet ; 2 est numerus $f. d.$ quibus additis super numerus $c. f.$ erit totus $c. d. g.$ quibus extractis ex $c. e.$ scilicet ex 13. remanebunt 4. pro numero $d. e.$ hoc est pro numero $a. b.$ Item collectum ex numeris $a. b. b. c. c. d.$ sit 19. et quæritur quantitas uniusque, hoc potest fieri infinitis modis ex quibus ponam unum modum : sumantur tres numeri continue proportionales, sintque 1. et 2. et 4. quos in simul junge erunt 7. in quibus divide multiplicationes de 1. et 2. et 4. in 19.

Rursus sit sicut. a . ad. b . g . ita. b . g . ad e . d . et sit
 2. numerus b . c . in quibus numerus b . g . superha-
 bundet numerum a . necnon et numerus e . d . sit 9.
 summatur ex numero e . d . et numerus e . f . equalis
 superfluo in quo numerus c . d . superhabundet nume-
 rum b . g . erit itaque sicut numerus e . d . primus ad
 b . g . secundum; ita e . f . tertius ad b . c . quantum :
 multiplicabis ergo. e . d . in b . c . qui sunt noti erunt
 18. quibus equatur multiplicatio b . g . in e . f . est enim

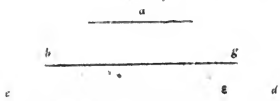
$$\begin{array}{ccccccc} & & a & & & & \\ & & \hline & b & & c & & g & \\ & & \hline e & & & & f & & d \end{array}$$

f . d . equalis numero b . g . ergo ex ducto e . f . d . pro-
 venit 18. qui auferantur ex quadrato medietatis nu-
 meri e . d . quæ medietas sit e . c . remanebunt $\frac{1}{4}$. 2. quo-
 rum radix $\frac{1}{2}$. 1. quæ sunt quantitas numeri f . e . quibus
 extractis ex e . e . remanebunt 3. pro f . e . quibus ex-
 tractis ex c . d . remanebunt 6. pro f . d . hoc est pro b .
 g . ex quibus extractis 2. scilicet b . g . remanebit c . g .
 hoc est a . 4. sed sunt a . ad. b . g . ita b . c . sit ad. e . f .
 et sit. a . 4 et e . f . sit 13. multiplicabis ergo primum
 numerum a . notum per quartam e . f . erunt 12. qui-
 bus equatur multiplicatio secundi. b . g . in tertium. b .

$$\begin{array}{ccccccc} & & a & & & & \\ & & \hline & b & & c & & g & \\ & & \hline a & & & & f & & d \end{array}$$

e . et est notus c . g . cum sit equalis. a . noti. Quare di-
 midium c . g . scilicet 2. in se erunt 4. quæ adde cum

12. quæ proveniunt ex $b. c.$ in $b. g.$ erunt 16. de quorum radice tolle 2. scilicet dimidium $e. g.$ remanebunt 2. pro $c. b.$ numero, quibus additis cum $c. g.$ erunt 6. pro numero $g. b.$ pro numero. Hoc est $f. b.$ quibus addito numero $c. f.$ habebuntur 2. pro $c. d.$ sit etiam numerus. $b. g.$ notus qui sit 6. et numeri $a. c. d.$ sint ignoti, et sit $c. e.$ in quibus numerus $c. d.$ superhabundat numerum $a.$ quantum est sicut $a.$ ad $b. g.$ ita $b. g.$ ad $e. d.$ erit itaque multiplicatio ex $a.$



in $e. d.$ equalis quadrato numeri $b. g.$ qui quadratus est 36. ergo ex ductu $e. d.$ qui est equalis $a.$ in $d. e.$ provenit 36. quibus si addatur quadratus medietatis numeri $e. e.$ scilicet $\frac{1}{4} \cdot 6.$ erunt $\frac{1}{4} \cdot 42.$ de quorum radice scilicet de $\frac{1}{2} \cdot 6$ tolle $\frac{1}{2} \cdot 2.$ scilicet dimidium $e. e.$ remanebunt 4. pro $e. d.$ hoc est pro numero $a.$ quibus additis 5. erunt 9. pro toto numero $e. d.$ Et si proponemus differentias prædictas in quadratis vel in cubis trium quorumlibet numerorum continue proportionalem evenirent utique omnia quæ diximus in eisdem, quia cum fuerint sicut primus numerus ad secundum, ita secundus ad tertium, per egale erit sicut quadratus primi ad quadratum secundi; ita quadratus secundi ad quadratum tertii, nec non si coniungatur erit proportio summæ quadratorum primi et secundi ad quadratum secundi; sic proportio quadratorum secundi et tertii ad quadratum tertii, et e converso, eritque

similiter sicut quadratus primi ad quadratum secundi, ita superfluum quod addit quadratus secundi super quadratum primi ad id quod addit quadratus tertii super quadratum secundi et hæc omnia accident in cubis.

Modus alius proportionis inter tres numeros.

Sunt tres numeri ex quibus primus et tertius sunt noti, secundus autem ignotus est, scilicet proportio superhabundantiæ maioris super medium ad superhabundantiam medii super minorem est sicut maior numerus ad minorem : pone numeros quos vis pro maiori et minori numero, sintque 20 et 12. et auferatur 12. de 20. remanebunt 8. quæ summa duarum suprascriptarum superhabundantiorum quas oportet dividere mea proportionem, quod 20. habent secundum ad 12. quare addes 20 cum 12. erunt 32. erit ergo sicut 32. ad 12. ita 8. ad superhabundantiam medii super minorem quam multiplicabis 8 per 12. veniunt 96. quæ divide per 32. veniunt 3. pro superhabundantia medii super minorem, quare si addatur 3. super 12. erit medius numerus 15. Sint itaque omnia quæ diximus inter prædictos tres numeros, sed maior numerus sit ignotus reliqui duo sint noti; et quia est sicut tertius ignotus ad primum notum scilicet ita superhabundantia secundi noti, quare si permutaverimus proportionem erit sicut tertius ad superhabundantiam eius super secundum; ita primus ad superhabundantiam secundi super primum et quia primus et secundus sunt noti, erit ipsa superhabundantia nota : pone igi-

tur pro secundo et primo numero numeros quales vis.

a ————— e ————— b

sintque 15 et 12. et tertius numerus sit *a. b.* de quo auferatur numeros *a. g.* qui sit 15. scilicet equalis secundo numero : ergo *b.* est superhabundantia *a. b.* super secundum numerum, demonstratum est proportio numeri *a. b.* ad *g. d.* esse quam habet minor numerus 12. ad superhabundantiam secundi scilicet ad 3. quæ proportio est in minimis sicut 4. ad 1. ergo sicut 4 sunt ad 1. ita *a. b.* ad *g. b.* quare proportio *a. g.* ad *g. b.* erit sicut 3. ad 1. ergo multiplicandus est numerus *a. g.* scilicet 15. per 1. et summa dividenda est per 3. venient 5. pro numero *g. b.* quare totus *a. b.* scilicet maior numerus est 20. sint siquidem ipsorum trium numerorum ignoti, reliqui duo sint noti, quorum medius sit 15. maior 20. quare superhabundantia eius super secundum est 5. et quia est sicut 20. ad minorem numerum ignotum ita 5. ad superhabundantiam secundi super primam; quare permutatum erit sicut 20. ad 5. hoc est sicut 4. ad 1. ita primus ignotus ad superhabundantiam secundi; ergo sit itaque secundus numerus *d. e.* de quo sumatur numerus *d. e.* qui sit equalis minori ignoto numero et quia est sicut 4. ad 1. ita primus ignotus ad superhabundantiam secundi : ergo sicut 4. est ad 1. ita *d. e.* ad *e. e.* quare coniunctum erit sicut 5 ad 4. ita *d. e.* ad *e. e.* et quia *d. e.* est 15. Multiplica ea per 4. et summam divide per 5. venient 12. pro numero *d. e.* qui cum sit equalis primo et primus erit 12.

Modus alius proportionis inter tres numeros.

Sint iterum tres numeri inequales quorum maior et minor sint noti scilicet dati, medius autem sit ignotus, et sit superhabundantia medii super minorem ad superhabundantiam maioris super medium si maior numerus est ad minorem, pone ergo pro minori numero et maiori numeros quoslibet datos : sint 12. et 4. et extrahe 4. de 12. remanent 8. pro summa duorum residuorum suprascriptorum et quia est sicut 12. ad 4. ita superhabundantia prima ad superhabundantiam secundam, erit ergo sicut compositum ex 12. et 4. ad 4. ita summa utriusque superhabundantiæ scilicet 8. ad superhabundantiam secundam quare multiplicanda sunt 4. scilicet minor numerus per 8. et summam divide per 16. exhibunt 2. pro superhabundantia maioris numeri in qua excedit secundum : quare extractis 2. de maiori numero remanent 10. pro medio numero. sed sit datus primus et secundus numerus, quorum primus sit. 4. secundus 10. tertius autem sit ignotus, et quia est sicut tertius ad primum ita superfluum primum ad su-

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{g}$$

perfluum secundum; erit igitur multiplicatio tertii in superfluum secundum equalis multiplicationi primi in superfluum scilicet de 4. in sex : quæ multiplicatio est 24. sit itaque tertius numerus $a. b.$ de quo auferatur secundus numerus qui sit $a. g.$ remanebit $g. b.$ pro superfluo in quo numerus $a. b.$ excedit secundum numerum ex ductu $a. b.$ in $b. g.$ provenit 24. et est

notus numerus $a. g.$ cuius dimidium sit $g. d.$ quod erit 5. quorum quadratum si addideris super 24. erunt 49. quorum radix scilicet 7. est numerus $d. b.$ cui si addatur numerus $d. a.$ erit totus $a. b.$ 12. de quibus si auferatur numerus $a. g.$ remanebunt pro numero $d. g.$ sint sicut dati secundus et tertius numerus quorum secundus sit 10. tertius 12. et sit primus numerus ignotus et quia est sicut 12. ad primum numerum ignotum, ita superhabundantia secundi super primum quæ est ignota ad superhabundantiam tertii super secundum, quæ est 2. quare multiplicatio de 12. in 2. equatur multiplicationi primi numeri in superhabundantiam primam; adiaceat itaque numerus $d. c.$ qui

$$\begin{array}{ccccccc} d & & e & & i & & e \\ \hline \end{array}$$

sit 10. scilicet quantitas secundi numeri et auferatur ab eo minor numerus qui $d. e.$ remanebit ergo $e. e.$ pro superhabundantia quam habet secundus super primum: ergo divisa sunt 12. in duas partes, quarum una multiplicata per aliam facit 24. quæ partes sunt $d. e. e. e.$ dividatur ergo $d. e.$ in duo equalia super punctum $i.$ et multiplicetur $e. i.$ in se erunt 25. de quibus extrahe 24. remanet 1. cuius radix quæ est 1. est numerus $i. e.$ quare $e. e.$ est 6. et $e. d.$ qui est equalis primo numero est 4.

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Sit itaque proportio maioris ad minorem quæ sit nota sicut superfluum primum et secundum ad secundum, et sit medius numerus ignotus; ponamus pro maiori et minori numero 12. et 6. qui sint dati et extrahantur $b.$

de 12. remanebunt 6. quæ sunt summa amborum superfluatorum, et quia est sicut 12. ad *b.* scilicet sicut maior numerus ad minorem, ita 6. scilicet utriusque superflui ad superfluum secundum; ideo multiplicabis 6. per 6. et divides per 12. exhibunt 3. pro secundo superfluo, quo extracto de maiori numero remanent 9. pro mediato numero. Sit itaque tertius numerus ignotus, secundus sit 9. primus 6. et adiaceat numerus *a. b.* ignotus pro maiori, et auferatur minor qui fit. *a. d.* remanebit *d. b.* qualis duorum superfluatorum et *g. b.* est superfluum secundum, et quia est

$$\frac{a \quad d \quad g \quad b}{\quad}$$

sicut numerus *a. b.* ad numerum *a. d.* ita *d. b.* ad *g. b.* erit cum diviserimus sicut *b. d.* ad *d. a.* ita *d. g.* tertium enim est. *a. d.* 6. et *a. g.* est 9. quare *d. g.* est 3. quibus multiplicatis in *d. a.* faciunt 18. quibus equatur multiplicatio *d. b.* in *g. b.* scilicet *d. b.* est notus cui additus est numerus. *g. b.* ergo ex *d. b.* in *g. b.* cum quadrato dimidii *d. g.* equatur quadrato coniuncti ex *g. b.* ex dimidio *g. d.* quod dimidium est $\frac{1}{2}$ 1. cuius quadratus scilicet $\frac{1}{4}$ 2. si addatur super 18. erunt $\frac{1}{4}$ 20. de quorum radice scilicet de $\frac{1}{4}$ 4. si auferatur $\frac{1}{4}$ 1. scilicet dimidium ex *g. d.* remanebit *g. d.* remanebit *g. d.* 3. in quibus maior *b. a.* superhabundat numerum medium *a. g.* quæ est 9. quibus additis cum 3. faciunt 12. pro maiori numero *a. b.* et si minor numerus *a. d.* fuerit ignotus reliqui vero. *a. g.* et *a. b.* sint noti, quia est sicut *a. b.* primus ad *a.* secundum, ita summa duorum superfluatorum scilicet *d. b.* est ad superfluum secundum, scilicet ad *g. b.* erit

itaque multiplicatio $a. b.$ primi in $g. b.$ quantum equalis multiplicationi $a. d.$ in $d. b.$ et quia ex $a. b.$ in $g. b.$ proveniunt 36. quæ sunt quadratus medietatis totius $a. b.$ idcirco radix eorum scilicet : 6. est minor numerus $a. d.$ qui erat ignotus.

Modus alius proportionis.

Sit itaque $a. b.$ ad $a. d.$ sicut summa duorum superfluum primum, scilicet $b. d.$ ad $g. d.$ etsit ignotus numerus $a. g.$ numeri numero $a. d.$ et $a. b.$ sint noti, quorum $a. b.$ sint 25. et $a.$ sit 10. quia $d. b.$ est 15. et quia est sicut $b. a.$ ad $d. a.$ ita $b. d.$ ad $g. d.$ ergo si multiplicarimus $a. d.$ secundum in $d. b.$ tertium, scilicet 10. per 15. et dividerimus summam per $a. b.$ scilicet per 25. venient 6. pro superfluo $g. d.$ quibus si addatur numerus $d. a.$ erit numerus $a. g.$ 16. qui erat ignotus. Et si minor numerus $a. d.$ fuerit, reliqui vero $a. g.$ et $a. b.$ sint noti quia est sicut $a. b.$ ad $a. d.$ ita $d. b.$ ad $g. d.$ erit, divideris sicut $b. d.$ ad $d. a.$ ita $b. g.$ ad $g. d.$ quam cum permutaveris erit $b. d.$ ad $b. g.$ sicut $d. a.$ ad $d. g.$ est enim $d. a.$ 10. et $g. a.$ est 16. expositione : quare si ex $a. g.$ auferatur $a. d.$ remanebit $d. g.$ 6. ergo proportio $a. d.$ ad $d. g.$ est in minimis sicut 5. ad 3. ergo ex proportio $b. d.$ ad $g. b.$ est sicut 5. ad 3. quam cum divideris erit sicut 2. ad 3. ita $d. g.$ scilicet 6. ad $g. b.$ ignotum; ergo multiplicatio de 3. in 6. dividenda est per 2. et si habebuntur pro numero $g. b.$ cui si addatur numerus $g. a.$ erit totus $a. b.$ 25. qui erat ignotus. Sed sit ignotus numerus $a. d.$ reliqui vero $a. b.$ et $a. g.$ sint noti, et

quia est sicut $a. b.$ ad $a. d.$ ita $d. b.$ ad $g. d.$ erit, cum

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

permutaveris fuerunt $a. b.$ ad $b. d.$ ita $d. b.$ ad $g. b.$ ergo numeri $a. b.$ et $d. b.$ continui proportionales sunt : quare si ex ductu $a. b.$ in $g. b.$ radicem acciperis proveniet utique numerus $d. b.$ notus est enim numerus $a. b.$ 25. et $g. b.$ est 9. cum $a. g.$ sit 16. quibus in simul multiplicatis faciunt 225. quorum radix scilicet 15. est numerus $b. d.$ qui auferatur ex numero $b. a.$ remanebunt 10. pro numero $d. a.$

Incipit differentia tertia in proportionem trium numerorum.

Et si proponantur quia proportio $b. a.$ ad $g. a.$ sicut superhabundantia maioris numeri super medium ad superhabundantiam medii super minorem, hoc est sicut $g. b.$ ad $g. d.$ et sit ignotus quilibet numerorum $a. b. a. g. a. d.$ dico quod numeri $a. b. a. g. a. d.$ sit continue proportionales, quod probabitur ita : quo-

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

niam est sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $b. g.$ ad $g. d.$ hoc est sicut totus ad totum, ita pars ad partem, quam erit pars ad partem, ita residuum ad residuum ut in quinto Euclidis ostenditur, ergo erit sicut $b. g.$ ad $g. d.$ ita $a. g.$ ad $a. d.$ sed sicut $b. g.$ ad $g. d.$ ita $a. b.$ ad $a. g.$ Quare est sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $a. g.$ ad $a. d.$ ergo numeri $a. b. a. g. a. d.$ continue proportionales sunt, unde si aliquis illorum erit ignotus poteris eum repe-

rire per modum superius demonstratum in numeris tribus continue proportionalibus. Sed sicut $b. a.$ ad $g. a.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ et sit primus ignotus numerus $g. a.$ reliqui vero $a. b.$ et $a. d.$ sint noti ex quibus $a. b.$ sit 12. et $a. d.$ sit 2. et quia est sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ erit, cum permutaveris sicut $a. g.$ ad $a. b.$

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b} = \frac{e}{c}$$

primus ad $a. b.$ secundum ita $b. d.$ tertii ad $g. d.$ quartum : quare multiplicatio ex $a. b.$ secundi in $b. d.$ tertium est nota quia surgit ex 12. in cuius multiplicationis summa est 120. cui equatur multiplicatio cuncti ex $a. g.$ et $a. b.$ in $b. d.$ quare si numero $a. b.$ addatur numerus $b. e.$ qui sit equalis numero $a. g.$ et auferatur ex numero $b. e.$ numerus $e. c.$ qui sit equalis numero $g. d.$ remanebit numerus $c. b.$ equalis numero $a. d.$ qui est 2. quare totus numerus $a. c.$ est 14. cui additus est numerus $c. e.$ dividatur ergo numerus $a. e.$ in duo equa super $i.$ erit ergo multiplicati $a. e.$ in $e. c.$ quæ est 120. cum quadrato numeri $c. i.$ qui est 49. equalis quadrato numeri $i. e.$ quod radix eorum quæ est 13. est numerus $i. e.$ de quibus si auferatur numerus $c. i.$ qui est 7. remanebunt 5. pro numero $c. e.$ hoc est pro $g. d.$ cui si addatur numerus $a. d.$ habebitur 8. pro numero $a. g.$ et si $a. b.$ tamen fuerit ignotus quia erit sicut $a. b.$ ignotus ad $g. a.$ notum, ita $d. g.$ notus ad $g. b.$ ignotum, quoniam multiplicatio noti $a. g.$ in notum $d. g.$ scilicet de 8. in 6 equatur multiplicationi $a. b.$ ignoti in $g. b.$ ignotum. Dividatur ergo $a. g.$ in duo equa super $e.$ et quia numerus $a. g.$ divisus est in duo equa et ei additus est

numerus $g. b.$ erit multiplicatio $a. b.$ in $g. b.$ cum quadrato numeri $e. g.$ est equalis quadrato numeri $e. b.$ est enim multiplicatio $a. b.$ in $g. b.$ 48. et quadratus numeri $e. g.$ est 16. quibus in simul junctis reddunt 64. quorum radix quæ est 8. est numerus $e. b.$ qui-

$$\frac{a \quad d \quad e \quad b}{\quad}$$

bus nec addatur numerus $e. a.$ erit totus numerus $a. b.$ 12. sit itaque numerus $a. d.$ ignotus, reliqui vero $a. g.$ et $a. b.$ sint noti, et quia est sicut $a. b.$ ad $a. d.$ ita numerus $d. g.$ ad $g. b.$ scilicet 48. equalis multiplicationi $a. g.$ noti in $d. g.$ ignotum: quare divide 48. per $a. g.$ scilicet per 8. exhibunt 6. pro numero $d.$

$$\frac{a \quad d \quad g \quad b}{\quad}$$

$g.$ quibus extractis ex numero $a. g.$ remanebunt pro numero $a. d.$

Modus proportionis in tribus numeris.

Et si fuerit sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita summa superabundantiarum eorum scilicet $d. b.$ ad $g. b.$ et sit ignotus numerus $a. g.$ ad $a. b.$ sit 15. $a. d.$ sit 5. quoniam summa abundantiarum prædictarum scilicet numerus $d. b.$ est 10. quia sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ erit cum permutabitur sicut $a. b.$ ad $d. b.$ ita $a. g.$ ad $g. b.$ ergo coniungetur erit sicut $a. b. d. b.$ ita $a. g. g. b.$ hoc est $a. b.$ ad $g. b.$ ergo est sicut 15. ad 10. ita 15. scilicet $a. b.$ ad $g. b.$ ignotum, scilicet 25. ad 10. sunt sicut 5. ad 2. quare multiplicabis 15. per 2. et divides per 5. vel quinto de 15. multiplica per 2: venient 6.

pro numero $g. b.$ quibus diminutis ex numero $a. b.$ remanent pro numero $a. g.$ Et si tamen numerus $a. b.$ fuerit ignotus quia est sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $d. b.$ ad $g. b.$ erit, etiam convertentur, et sicut $a. g.$ ad $a. b.$

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

ita $a. b.$ ad $g. d.$ nec non cum dividetur erit sicut primus $a. g.$ ad secundum $g. b.$ ita secundus $g. b.$ ad tertium $g. d.$ quare numeri $a. g. g. b.$ et $g. d.$ continui proportionales sunt, erit ergo proportio $a. g.$ primi in $g. d.$ tertium equalis multiplicationi $g. b.$ in se est enim $a. g. 9.$ et $g. d.$ est $4.$ in quibus numerus $a. g.$ superhabundat numerum $a. d.$ unde si multiplicationis de $9.$ in $4.$ radicem acciperis venient $6.$ pro numero $g. b.$ quibus additis cum $a. g.$ venient $16.$ pro numero $a. b.$ Et si numerus $a. d.$ fuerit ignotus reliqui vero $a. g.$ et $a. b.$ sint noti et quoniam est sicut $a. b.$ notus ad $a. g.$ notum ita $d. b.$ ignotus ad $g. b.$ notum : quaresi multiplicaveris $a. b.$ in $g. b.$ scilicet $16.$ in $6.$ et si divideris summam per $a. g.$ scilicet per $9.$ venient $10.$ pro numero $d. b.$ quibus diminutis ex numero $a. b.$ remanebunt $a. d.$

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Et si fuerit sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $d. b.$ ad $d. g.$ fueritque $a. g.$ ignotus reliqui $a. b.$ et $a. d.$ sint noti in hac proportionem demonstrabo tertium numerum excedere non posse secundum, sic quoniam est sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $b. d.$ ad $g. d.$ erit; ergo si divideris si-

cut $b. g.$ ad $g. d.$ sed quia eidem eadem proportionem habent sibi invicem super equalia ergo numeri $g. d.$ et $a. g.$ sibi invicem sunt equales minor maiori quod est impossibile maior est enim $g. a.$ quam $g. d.$ unde potest saliaſ (*sic*) nisi numerus $b. g.$ sit Zephyrum, hoc est nihil et tunc erit sicut Zephyrum et $g. a.$ ad $a. g.$ ita Zephyrum et $g. d.$ ad $d. g.$ hoc est sicut $g. a.$

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

ad $g. a.$ ita $d. g.$ ad $d. g.$ est enim $g. d.$ id in quo numerus $a. g.$ excedit numerum $a. d.$ quare numerus $a. b.$ est equalis numero $a. g.$ cum superhabundantia $b. g.$ super $g. a.$ sit nihil: ergo cum notus est numerus $a. b.$ notus est numerus $a. g.$ Aliter quia est sicut $a. b.$ ad $a. g.$ ita $b. d.$ ad $g. d.$ erit convertetur sicut $a. b.$ ad $a. b.$ ita $g. a.$ ad $g. d.$ ponamus $a. b.$ esse 8. et $a. d.$ esse 2. quare $b. d.$ esse 6. quod est sicut 8. ad 6. ita $a. g.$ ad $g. d.$ scilicet 8. ad 6. sint 4. ad 3. ergo si extraxerimus 3 de 4. remanebit 1. quare est sicut 1. ad 3. ita $a. d.$ ad $d. g.$ quare si multiplicatio $a. d.$ in 3. diviseris per 1. venient 6. pro numero $g. d.$ cui si addatur $d. a.$ scilicet 2. erit numerus $g. a.$ equalis numero $a. b.$ ut prædixi, nec enim est necessarium ponere ignotum aliquem numerorum $a. b.$ et $a. d.$ quia si notus est numerus $a. g.$ notus et numerus $a. b.$ cum sit equalis, et si noti sunt numeri $a. g.$ et $a. b.$ notus erit et numerus $a. d.$ cum possit esse qualem vis numerum minor numero $a. g.$

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Si vero proportio $a. g.$ ad $a. d.$ sicut proportio $b. g.$ ad $g. d.$ et sit ignotus primus numerus $a. g.$ reliqui vero $a. b.$ et $a. d.$ sint noti quoniam est sicut $b. g.$ ad $g. d.$ ita $g. a.$ ad $d. a.$ erit cum permutaveris sicut $b. g.$ ad $g. a.$ ita $g. d.$ ad $d. a.$ et cum composueris erit sicut $b. g. g. a.$ ad $g. a.$ hoc est sicut $b. a.$ ad $g. a.$ ita $g. d. d. a.$ hoc est $g. a.$ ad $d. a.$ quare numeri $a. b. a. g. a. d.$ continui proportionales sunt : ergo cum ignotus sit numerus $a. g.$ multiplicabis $a. d.$ in $a. b.$ cuius summæ radix est numerus $a. g.$ et si fuerit ignotus numerus $a. b.$ divides quadratum numeri $a. g.$ pro $a. d.$ et e contra, si ignotus fuerit numerus $a. d.$ nec non et si duo illorum fuerint ignoti poteris per reliquum ipsos invenire. Verbi gratia sit numerus $a. d. 8.$ ponam $a. g. 12.$ ad libitum et multiplicabo 12. in se et summam dividam per 8. provenient 18. pro numero $a. b.$ Et si secundus fuerit 18. ponam ad libitum unum ex reliquis in quo dividam quadratum numeri $a. g.$ et si monator (*sic*) eorum fuerit notus faciam ex eo sicut feci de minori.

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Ponam etiam ut sit sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $b. d.$ ad $g. d.$ et sit notus uterque numerorum $a. d.$ et $a. b.$ reliquis vero $a. g.$ sit ignotus et quantum est sicut $a. g.$ primus ad $a. d.$ secundum, ita $b. d.$ tertius ad $g. d.$ quartum, erit ergo multiplicatio $a. d.$ in $d. b.$ equalis

multiplicationi $a. g.$ in $g. d.$ sit ergo 6. numerus $a. b.$ et numerus $a. d.$ sit 2. quare $d. b.$ est 4. et sit ex $a. d.$ in $d. b.$ veniunt 8. quibus multiplicatio $g. a.$ in $g. d.$ est equalis et quoniam est notus numerus $a. d.$ quadratum ipsius medietatis scilicet 1. adde cum $g.$ erit 9. de quorum radice scilicet de 3. extrahe dimidium $a. d.$ remanebunt 2. pro numero $g. d.$ de quibus si addatur numerus $d. a.$ habebis 4. pro numero $a. g.$

$$\frac{a \quad d \quad g \quad b}{\quad}$$

Et si fuerit ignotus numerus $a. b.$ inveniatur cum multiplicationem $a. g.$ noti in $g. d.$ notum divideris per $a. d.$ notum tunc procreabitur inde numerus $g. d.$ qui est 4. cui si addatur numerus $a. d.$ erit 6. numerus $a. b.$ Et si numerus $a. d.$ fuerit ignotus tamen quia est sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $b. d.$ ad $g. d.$ erit cum permutabitur sicut $a. g.$ primus ad $g. d.$ ita $d. b.$ ad $g. b.$ quadratum quare multiplicabis $a. g.$ notum scilicet 4. per 2. erunt 8. quibus equatur multiplicatio $g. d.$ secundi in $d. b.$ tertium : quare si acciperis quadratum dimidii $g. b.$ qui est 1. et addes eum cum 8. erunt 9. super radicem quorum si adderis 1. scilicet dimidium numeri $g. b.$ habebis 4. pro numero $d. b.$ quæ si auferatur de numero $a. b.$ remanebunt 2. pro numero $a. d.$ in hac autem proportionem summus numerus si notus fuerit tamen poteris per ipsum reliquos invenire : verbi gratia quia est sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $b. d.$ ad $g. d.$ ergo erit sicut $a. d.$ ad $a. g.$ ita $d. g.$ ad $d. b.$ scilicet cum divideris erit sicut $a. d.$ ad $d. g.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ ergo numeri $a. d. g. b.$ continui proportionales sunt, primum quidem si numerus $a. d.$ fuerit

notus $d. g.$ ad libitum, cuius quadratum dividam per

$$\frac{a}{d \quad g \quad b}$$

$a. d.$ notum et sic proveniet numerus $g. b.$ scilicet si fuerit notus numerus $g. b.$ ponam ad libitum et numerum $g. d.$ et multiplicabo $g. d.$ in se et quod provenierit dividam per $g. b.$ et veniet numerus $a. d.$ et si fuerit notus numerus $a. g.$ accipiam ex eo ad libitum aliquem numerum qui sit numerus $g. d.$ similiter et pro numero $a. d.$ ponam numerum qualem voluero in quo dividam quadratum numeri $g. d.$ et proveniet numerus $g. b.$

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Ponam etiam ut sit sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ et sit ignotus numerus $a. g.$ ex reliquis autem numerus $a. d.$ sit 4. et numerus $a. b.$ sit 10. quoniam est sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ erit, ergo sicut compositus numerus ex $a. g.$ et $a. d.$ primus ad $a. d.$ secundum; ita compositus ex $d. g. b.$ tertius, ad $g. b.$ quartum; quare id quod provenit ex $a. d.$ in $d. b.$ quod est 24. equatur ei quod provenit ex $a. g.$ et $a. d.$ in $g. b.$ et producatnr enim recta $b. a.$ in $e.$ et sit

$$\frac{a}{f \quad d \quad g}$$

$a. e.$ equalis numero $a. d.$ eritque recta $e. b.$ 14. quæ est indivisa in duo super $g.$ itaque multiplicatio $b. g.$ in $g. b.$ est 34. dividatur ergo linea $e. b.$ in duo equa super punctum $f.$ erit $b. f.$ 7. de quorum quadrato si auferatur multiplicatio $b. g.$ in $g. e.$ remanebunt 25.

pro quadrato lineæ $g. f.$ quare $g. f.$ est 5. qui auferatur ex $f. b.$ remanebunt 2. pro numero $g. b.$ quibus extractis ex numero $a. b.$ habebuntur 8. pro numero $a. g.$ et si numerus $a. b.$ fuerit ignotus, reliqui vero $a. d.$ et $a. g.$ sint noti quare est sicut $a. g.$ notus ad

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

$a. d.$ notum, ita $d. g.$ notus ad $g. b.$ ignotum; multiplicabis ergo $a. d.$ in $d. g.$ scilicet 4. per 4. et divides per $a. g.$ venient 2. pro $g. b.$ quibus additis cum $a. g.$ erit totus $a. b.$ 10. sed ignotus numerus $a. d.$ tamen et quia est sicut $a. g.$ notus ad $a. d.$ ita $d. g.$ ad $g. b.$ notum, multiplicatio ergo ex $a. g.$ in $g. b.$ quæ est 16. equatur multiplicationi $a. d.$ secundi in tertium $d. g.$ quæ multiplicatio cum sit equalis quadrato medietatis numeri $a. d.$ similiter numerum $a. d.$ dimidium esse numeri $a. g.$ ergo $a. d.$ est 4.

Modus ultimus proportionis tribus numeris.

Sit itaque sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $d. b.$ ad $g. b.$ in hac autem proportionem invenitur quod numerus est equalis superfluo tertii numeri super secundum quod demonstrabitur ita $d. b.$ ad $g. b.$ erit supermutabitur et dividetur sicut $a. d.$ ad $d. g.$ ita $b. g.$ ad $g. d.$ quæ ergo eadem eandem proportionem habent sibi invicem equalia sunt. Equalis ergo est numerus $a. d.$ numero

$$\frac{a}{d} = \frac{g}{b}$$

$g. b.$ ut prædixi. Unde si ignotus fuerit numerus $a. g.$ tamen extrahes numerum $a. d.$ ex numero $b. a.$

et remanebit notus numerus $a. g.$ et si fuerit numerus $a. b.$ ignotus addes numerum $a. d.$ super numerum $a. g.$ habebis numerum, et si fuerit ignotus $a. d.$ extrahes numerum $a. g.$ ex numero $a. b.$ residuum erit numerus $a. d.$ Et notandum cum aliqua prædictorum trium numerorum omnes tres numeri ponantur ignoti et summa eorum ponantur nota tunc inveniendi erunt tres numeri qui sint in ipsam quam volueris proportionem et eos in simul junges et si id quod provenerit fuerit equale summæ quæsitæ habebis utique propositum; sin autem cadet proportionaliter videlicet sicut inventa fuerit ad quæsitam ita uniusquisque trium inventorum numerorum erit ad suum cumsimilem.

Incipit de proportionem quattuor numerorum.

Cum quattuor numeri $a. b. g. d.$ proportionales fuerint ut $a.$ ad $b.$ ita $g.$ ad $d.$ erit permutanti sicut $b.$ ad $a.$ ita $d.$ ad $g.$ et sicut $g.$ ad $a.$ ita $d.$ ad $b.$ et multiplicatio $a.$ in $d.$ equatur multiplicationi $b.$ in $g.$ quare si fuerit ignotus numerus $d.$ divides factum ex $b.$ in $g.$ per $a.$ et si $a.$ fuerit ignotus divides per $d.$ factum ex $b.$ in $g.$ fuerit ignotus numerus $b.$ scilicet $g.$ per notum ipsorum divides factum ex $a. d.$ sed si

$$\frac{a}{g}$$

$$\frac{b}{d}$$

$$\frac{a}{14}$$

$$\frac{b}{6}$$

proponatur quod summa numerorum $a. b.$ sit 14. et

numerus g . sit 22. et numerus d . sit 6. et vis scire quantum numerus a . vel numerus b . quia est sicut a . ad b . ita g . ad d . erit ergo ut a . b . ad b . ita g . d . ad d . quare multiplicabis coniunctum ex a . et b . scilicet 14. per d . hoc est per 6. erunt 84. quæ divide per coniunctum ex g . d . hoc est per 28. veniet 3. pro numero 6. quibus extractis ex 14. remanent 11. pro numero a . similiter procedes si numeri a . et b . nec non et summa ignotorum g . d . fuerit nota. Item si fuerit ignotus unusquisque numerorum a . g . scilicet summa eorum sit nota et sint etiam noti numeri b . d . b . d . erit sicut summa b . b . nota ad notum d . ita a . g . notum ad g . ignotum quare multiplicabis coniunctum ex a . g . in d . et divides per coniunctum ex numeris b . d . et quod provenerit erit numerus g . quo extracto ex summa numerorum a . g . remanebit numerus a . notus : similiter facies cum ignoti fuerint numeri b . d . et eorum summa sit nota, nec non et unusquisque numerorum a . g . sit notus.

Item sit sicut a . ad b . ita g . ad d . et sit summa numerorum b . g . nota sed unusquisque eorum sit ignotus et sint etiam noti numeri a . d . quorum a . sit 6. et d . sit 9. et summa numerorum b . g . sit 5 quia factis ex a . in d . scilicet 54. equatur factum ex b . in g . oportet ut dividantur 21. in duas partes, quorum una multiplicata per aliam facient 54. ergo ex qua-

$$\frac{b}{3}$$

$$\frac{a}{6}$$

$$\frac{d}{9}$$

$$\frac{g}{18}$$

drato medietatis de 21. scilicet de $\frac{1}{7}$ 110. extrahes 54. et radicem residui quæ est $\frac{1}{2}$ 7. extrahes de $\frac{1}{7}$ 110 remanent 3. primo ex numeris *b. g.* quibus extractis de 21. remanent 18. pro alio numero, erit enim sicut 6. ad 3. ita 18. ad *g.* vel sicut 6. ad 18. ita 3. ad *g.* eodemque modo procedens cum summa numerorum *a. d.* ignotorum fuerit nota cum numerus *b. g.* procedet enim ex hoc talis quæstio quod quidam mat rotulos 6. nescio pro quot bisantiis scilicet pro bisantiis 9. habuit rotulos nescio quod eadem ratione scilicet summa rotulorum et bisantium fuit 36. de quibus extrahendi sunt rotuli 6. et bisantii 9. remanent 21. pro summa duorum ignotorum numerorum qui assimilantur numeris *b. g.*

Sit item proportio numeri *a. b.* ad numerum *g.* sicut proportio *d. c.* ad numerum *e.* et sint ignoti numeri *a. b.* et *g.* numeri autem *d. e. c.* sint noti, et sit notum superfluum numeri *a. b.* super *g.* quod sit numerus *a. c.* et quia maior est numerus *a. b.* quam

$$\begin{array}{ccc} \underline{a} & \underline{c} & \underline{b} \\ & \longleftarrow & \\ \underline{d} & \underline{f} & \underline{e} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \underline{g} \\ \\ \underline{s} \end{array}$$

6. maior erit numerus *d. a.* quam *c.* sumatur itaque ex numero *d. e.* numerus *f. e.* equalis numero *c.* et quia est sicut *a. b.* ad *g.* ita *d. e.* ad *c.* erit itaque sicut *a. b.* ad *e. d.* ita *d. c.* ad *f. e.* quare si diviseris erit sicut *a. c.* notus ad *c. b.* ignotum, ita *d. f.* notus ad *f. c.* notum, quare multiplicabis *a. b.* primum per *e. f.* quartum et divides per *d. f.* tertium, et provenit *c. b.*

scilicet g . notus quo audito cum a . c . notum erit notus totus numerus a . b . similiter si fuerint noti numeri a . b . et g . numeri d . e . et ϵ . sint ignoti sed sit notum id in quo numerus d . e . excede numerum ϵ . quod sit numerus d . f . accipiam ergo ex numero a . b . numerum c . b . equalem numero g . remanebit a . c . b . notum; quare multiplicabitur d . f . in b . et summa dividetur per a . c . et quod exierit erit numerus f . e . hoc est numerus ϵ . super quem si additis fuerit numerus d . f . erit notus numerus d . e . sed sint ignoti numeri a . b . et d . e . et uterque numerorum g . ϵ . sit notus, nec non et superfluum a . b . super d . e . quod sit a . c . quoniam est sicut a . b . ad g . ita d . e . ad ϵ . permutanti: ergo erit sicut a . b . ad e . ita g . ad ϵ . sit itaque numerus g . g . et numerus ϵ . sit 3. et superfluum a . b . super d . e , hoc est a . c . sit 8. et quoniam est sicut g . ad ϵ . ita a . b . ad d . e . erit ergo sicut superfluum g . super ϵ . scilicet 6. ad superfluum a . b . super d . e . scilicet ad 8. sicut ϵ . ad numerum d . e . quare multiplicabis nu-

$$\begin{array}{cc} \frac{a \quad \epsilon \quad b}{\quad} & \frac{\quad g \quad}{\quad} \\ \frac{d \quad \quad e}{\quad} & \frac{\quad \quad \epsilon}{\quad} \end{array}$$

merum ϵ . per 8. erunt 24. quæ divides per 6. veniunt 4. pro numero d . e . cni addit numerus a . c . habebuntur 12. pro numero a . b . aliter erit sicut 6. ad 8. ita numerus 8. ad numerum a . b . quare multiplicabis 8. per 9. et divides per 6. venient 12. de quibus si auferatur numerus a . c . remanebunt 4. pro numero d . ut prædixi. Sed sint numeri a . b . et ϵ . ignoti et unus-

quisque numerorum $d. e.$ et $g.$ sit notus nec non et superfluum $a. b.$ super $\epsilon.$ quod sit $a. c.$ et quia est sicut $a. b.$ ad $g.$ ita $d. e.$ ad $\epsilon.$ erit multiplicatio $a. b.$ in $\epsilon.$ hoc est ex $a. b.$ in $c. b.$ est nota cum equalis multiplicationi notorum $d. e.$ in $g.$ cui multiplicationi si addatur quadratus numerus $a. c.$ scilicet dimidium numeri $a. b.$ proveniet notus quadratus numeri $i. b.$ quare radix ipsius est $i. b.$ de qua si auferatur $i. c.$ notus remanebit $c. b.$ scilicet $\epsilon.$ notus si addatur $a. c.$ notus erit etiam notus numerus $a. b.$ quæ etiam demostrentur in numeris ex $g.$ quidem in $d. e.$ scilicet ex $g.$ quidem in $d. e.$ scilicet ex $g.$ in 4. quibus si addatur quadratus medietatis numeri $a. c.$ qui numerus $a. c.$ sit 9. erunt $\frac{1}{4} 56.$ quorum radix quæ est $\frac{1}{2} 7.$

$$\begin{array}{r} \overset{a}{\quad} \overset{b}{\quad} \quad \quad \quad \overset{c}{\quad} \quad \quad \overset{b}{\quad} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{5}{\quad} \quad \overset{9}{\quad} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{d}{\quad} \quad \quad \overset{4}{\quad} \quad \quad \overset{e}{\quad} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{\epsilon}{\quad} \\ \hline \end{array}$$

est numerus $i. b.$ de quo si auferatur numerus $i. c.$ remanebunt 3. pro numero $c. b.$ hoc est pro numero $\epsilon.$ cum quibus si addatur 9. item numerus $a. c.$ erunt 12. pro toto numero $a. b.$

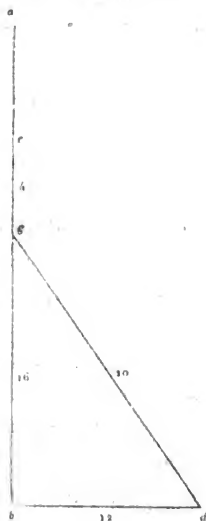
Item sit sicut $a.$ ad $b.$ ita $g. a.$ ad $d.$ et sit summa quadratorum numerorum $a. b.$ 225. et $g.$ sit 4. et numerus $d.$ sit 3. addens quadratum de 4. cum quadrato de 3. scilicet 16. cum 9. erunt 25. proportio enim de 25. ad 9. est sicut proportio 225. ad quadratum numeri $b.$ quare multiplicabis 9. per 225. et divides per 25. exhibunt 81. pro quadrato numeri $b.$ est quare numerus $b.$ est 9. ex his autem colliges omnia evenire

in quadratis quatuor numerorum proportionalium quæ diximus in numeris simplicibus, etiam et eadem provenient in cubis ipsorum.

Explicit pars prima ultimi Capituli.

Incipit secunda de quæstionibus Geometriæ pertinentibus.

Est hasta justa quamdam Turrim erecta habens in longitudinem pedes xx. quare si pes hastæ separetur a Turri pedibus 12. quot pedibus caput hastæ descenderit. Sit itaque turris linea *a. b.* ex qua accipiatur

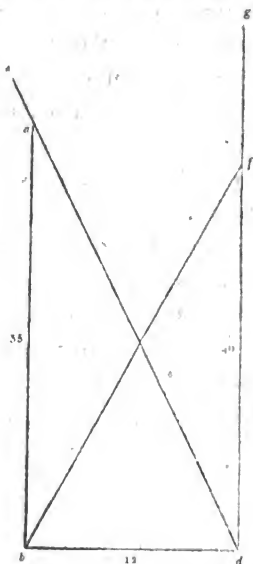


b. c. equalis datæ hastæ et protrahitur linea *d. b.* in plano quæ sit pedum 12. et jaceat hasta *d. g.* equalis

lineæ *b. c.* et sic fecit trigoni recti ad angulum ab hasta *d. g.* et a plano *d. b.* et a muro *b.* et est angulus rectus ipsius qui sub *g. b. d.* et quoniam ut Euclides testatur in penultimo sui primi libri in trigonis recti-angulis quadratus lateris subtendentis angulum rectum equatur quadratis duobus lateris reliquorum duorum laterum angulum rectum continentium; quare quadratus hastæ *d. g.* scilicet 400. equatur duobus quadratis linearum *d. b.* et *b. g.* scilicet quadratus lineæ *d. b.* est notus cum ipsa sit nota, quare si auferatur quadratus ipsius scilicet 144. ex 400. remanebunt pro quadrato lineæ *b. g.* 256. quorum radix scilicet 16. est linea *b. g.* qua extracta ex linea *c.* remanebunt 4. pro descensu capitis hastæ *g. c.* Et si protrahatur pes hastæ donec caput eius descenderit pedibus 4. et quærat quantum pes elongabitur a turri in hac ponitur latus *b. g.* quia extractis 4. ex linea *e. b.* quæ est longitudo hastæ remanent 16. linea *g. b.* quorum quadratus si auferatur ex quadrato hastæ *d. g.* scilicet 256 ex 400. remanebunt 144. pro quadrato lineæ *b. d.* quæ est separatio pedis hastæ a turri, et si fuerit nota altitudo *g. b.* et planum *b. d.* et ignoraveris longitudinem hastæ *d. g.* addes quadratum linearum *b. g.* et 6. minimum scilicet 256. et 144. erunt 400. quorum radix scilicet 20. est hasta *d. g.* et hæc memoriæ commenda cum sint utilia.

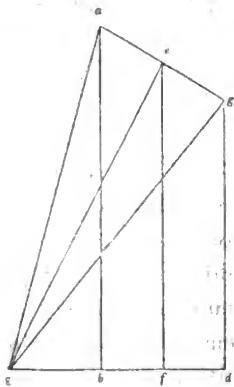
In quodam plano sunt erectæ duæ hastæ quæ distant in solo pedibus 12. et numerorum hastæ est acta pedibus 35. maior quoque pedibus 40. quæritur si maior hasta ceciderit super minorem in qua parte ipsius erit cum tactus eorum. Sit itaque minor hasta linea *a. b.*

maior vero $g. d.$ et copulatur recta $d. a.$ et quia quadratus maioris hastæ est plus duobus quadratis linearum $a. b.$ et $b. d.$ scitur quod linea $d. a.$ est maior



quam linea $d. g.$ quare protrahitur linea $d. a.$ in punctum $e.$ et sit equalis recta $d. e.$ rectæ $d. g.$ ergo si hasta $d. g.$ ceciderit super punctum $a.$ faciet lineam $d. e.$ erit ergo trigonum $a. b. d.$ recti-angulum; quare quadratus lineæ $a. d.$ equatur duobus quadratis linearum $a. b.$ et $b. d.$ adde ergo in simul quadratos eorum scilicet 1225. et 144. erunt 1369. quorum radix scilicet 33. est linea $d. a.$ quibus extractis ex linea $d. c.$ scilicet ex hasta $d. g.$ remanebunt 3. pro linea $a. e.$ Et si minor hasta ceciderit super maiorem extrahe 144. de 1225. remanent 1081. quorum radice accipe in

cui etiam equatur quadratus lineæ $\epsilon. g.$ cum proveniat ex additione quadratorum linearum $\epsilon. d.$ et $d. g.$ scilicet de 1024 et de 900. et hoc volumus. Et notandum quod quadratus maioris turris esset equalis duobus quadratis qui sunt $a.$ spatio $b. d.$ et $a.$ minori turri, tunc centrum fontis esset punctus $b.$ qui est pro ex maioris turris, et si quadratus ipsius maioris turris superhabundaret super summam prædictorum quadratorum tunc centrum erit extra maiorem turrim quod invenies eodem modo. Verbi gratia sit spatium $b. d.$ quod est differentia turrium 10. et turris sint eadem ut in hac alia cernitur formula et protrahatur linea $b. d.$ in infinitum super punctum $i.$ et $a.$ puncto $e.$ protrahatur linea $e. f.$ nec non et linea $e. g.$ ita faciens angulos rectos super lineam $a. g.$ quare ostenduntur ex his quæ diximus lineæ $\epsilon. a.$ et $\epsilon. g.$ sibi invicem equales; nam si præscripta 175. divideris per



spatium $d. f.$ quod est 5. nimirum 35. venient pro

spatio *f. c.* quare centrum *c.* distat a pede minoris turris, scilicet *a.* puncto *d.* passibus 40. ex quibus si trahatur spatium *d. b.* scilicet 10. remanebunt 30. pro spatium *b. c.* quod est extra maiorem turrim, et nota quod est supra lineam *d. i.* protrahetur in plano linea ab utraque parte in infinitam per punctum *c.* secans ipsam ad rectos angulos tunc in quacumque parte ipsius lineæ velles, possis esset centrum prædictæ fontis. Et si *a.* centro fontis duæ aves in simul discesserint, et pari volatu super altitudines duarum turrium ab utraque parte fontis existentium uno eodemque momento devenerint et vis scire utriusque turris altitudinem et sit centrum prædictum longe *a.* minori turri passibus 32. *a.* minori passibus 18. sic facies quadratum minoris spatii de quadrato maioris extrahe scilicet 324. de 1024. remanebunt 700. quæ serva et pone altitudinem minoris turris ad libitum sitque 30. super quorum quadratum adde 700. servata, erit 1600. quorum radix scilicet 40. erit altitudo maioris turris. Et ponatur quod maior turris sit altior minoris passibus 8. dimidium de 8. serva et adde in simul distantias centri *a* turribus scilicet 18. et 32. erunt 50. quorum dimidium scilicet 25. extrahe de 32. remanent 7. quæ multiplica per eandem 25. erunt 175. quæ divide per 4. servata exhibunt $\frac{3}{4}$. 43. pro linea *e. f.* super que adde 4. erunt $\frac{6}{4}$. 47. pro altitudine maioris turris, de quibus extractis 8. in quibus ipsa excedit minorem remanebunt $\frac{3}{4}$. 39. pro minori turri.

Quidam habuit bisantios 100. de quibus lucratus est in quodam foro ex quibus omnibus lucratus est in aliò foro proportionaliter secundum quod lucratum

fuerat in primo foro et habuit libras 200 pone a . pro

$$\begin{array}{r} a \text{ —————} \\ b \text{ —————} \\ g \text{ —————} \end{array}$$

libris 100. et 6. pro eo quod habuit intra capitale et lucrum in primo foro et g . sit 200. quia est sicut a . ad b . ita ad g . erit multiplicatio a . in g . equalis quadrato numeri b . ergo multiplicabis 100. per 200. erunt 20000. quorum radix quæ est circa libras 141. et solidos 8. et denarios $\frac{3}{4}$. 5. est numerus b . de quibus auferantur libræ 100. capitalis remanebunt libræ 41.

Rursus quidam habuit libras 100. cum quibus fecit unum viadium et lucratus est nescio quot et tunc accepit alias libras 100. in societate et cum in his omnibus lucratus est eadem ratione qua lucratus fuerat in primo viagio, et sic habuit libras 299. quæretur quot lucratus fuit per libram sit d . 100. de quibus habeat numerum b . in primo viagio super quem addantur libræ 100. societatis et proveniat quantitas g . c . d . de qua sint numerus c . et dividatur g . c . in duo

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cc} 100 & 150 \\ a & b \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccccccc} g & 50 & 100 & 50 & c & & d \\ & & e & & & & \end{array} \\ \hline 299 \end{array}$$

equalia sunt c . et quia est sicut a . ad b . ita g . d . ad e . erit multiplicatio ex b . in g . d . equalis multiplicationi a . in e . sed multiplicatio a . in e . scilicet de 100. in

299. est 29900. quibus equatur multiplicatio ex *b.* in *g. d.* scilicet *c. d.* est equalis *b.* erit ergo multiplicatio *g. d.* in *c. d.* 29900. quibus si addatur quadratus numeri *c. d.* scilicet 2500. erunt 32400. quorum radix scilicet 180. est numerus *c. d.* ex quibus si auferatur 50. scilicet *c. e.* remanebunt 130. pro numero *c. d.* sed *c. d.* est equalis *b.* ergo *b.* est 130. qui fuit capitale et lucrum primi viagii, de quibus si auferatur libræ 100. Capitalis remanebunt libræ 30. pro lucro : ergo ex libris 100. lucratus fuit 30. centesima pars quarum, scilicet solidi 6. lucratus fuit per libram in unoquoque viagio. Item quidam habuit libras 100. de quibus et de eorum proficuo lucratus est semper equaliter in tribus foris et in fine habuit libras 200. quæritur quot in unoquoque habuit foro : hic intelliguntur quattuor numeri proportionales ex quibus primus et quartus sunt noti scilicet libræ 100. et libræ 200. reliquos oportet not invenire. Et quoniam Euclides dicit inter duos cubos numeros duo medii intercidunt numeri continuati cum ipsis in portione continua, ideo cubicentur 100. erunt 1000000. quorum proportio est ad cubum denariorum primi fori sicut primus numerus ad quartum ut Euclides ostendit, et quia quartus numerus scilicet 200. duplum est primi duplica 1000000. erunt 2000000. pro cubo denariorum primi fori, quibus etiam duplicatis faciunt 4000000. pro cubo denariorum secundi fori, quibus duplicatis faciunt 8000000. scilicet cubum ducentarum librarum quas ipse habuit in ultimo foro : ergo reperias radicem cubicam numerorum primi et secundi fori et habebis quarta secundum quantitatem

cum ipsi numeri radicem cubicam non habeant; sed si primus numerus eorum et ultimus essent cubi vel habentes proportionem inter se sicut cubus numerus tunc interciderent inter eos duo numeri ratiocinati. Verbi gratia sit primus numerus 27. quartus vero sit 81. quorum proportio est sicut cubus 8. ad cubum 27. unde si vis invenire numeros intercidentes accipe radices cuborum, eruntque 2. et 3. in quorum proportionem cadunt numeri intercidentes; quare triplum primi numeri divides per vel dimidium eius quod est 12. triplica veniunt 36. pro secundo numero quorum dimidio iterum triplicato veniens pro tertio numero 54. quorum etiam dimidio iterum triplicato provenit est quartus numerus 81. ut volebamus, et notandum quod quando in similibus inter primum numerum et ultimum scilicet inter capitale et id quod habuit in fine suorum viagiorum unus intercudit numerus ut in duobus foris tunc proportio ipsorum trium numerorum dicitur esse duplicata in ea quam habet ultimus numerus ad primum numerum, hoc est sicut ultimus numerus, ita quadratus secundi numeri est ad quadratum primi et quadratus ultimi ad quadratum secundi et dicitur duplicata quia quadratus numerus surgit ex duobus numeris equalibus et cum duo intercidentium tunc ipsorum quatuor numerorum proportio esse dicitur triplicata hoc est sicut ultimus numerus est ad primum, ita cubus secundi ad cubum primi et cubus tertii ad cubum secundi et cubus ultimi ad cubum tertii et dicitur triplicata quia omnis cubus numerus surgit ex tribus equalibus numeris ut 8, qui surgit ex tribus binariis

et cum tres intercederent numeri ut in questione quatuor viagiorum tunc proportio ipsorum quinque numerorum erit quadriplicata, hoc est sicut proportio quinti ad primum, ita quadratus quadrati unius cuiusque sequentis erit ad quadratum quadrati sui antecedentes et dicitur quadriplicata quia omnis quadratus quadrati surgit ex quatuor numeris equalibus ut 81. qui surgit ex quatuor tertiariis et sic per ordinem ascendit proportio ex additione intercedentium numerorum. Nam qui copulata proportio est in cubis quadratorum vel in quadratis cuborum ex quibus est 32. qui surgit ex 5. binariis vel ex multiplicatione cubi binarii in quadratum eius sex copulata vero proportio est in cubis cuborum qui numeri oriuntur ex sex numeris equalibet si acceperis radicem quadratam provenit numerus cuius radix cubica est latus ipsorum numerorum. Verbi gratia ut 729. quorum radix quadrata est 27. quorum radix cubica est 3. qui numerus est laus de 729. secundum has multiplicitates, ex his autem habetur quod quando extremi numeri scilicet capitale et id quod habetur in fine duorum viagiorum non habeant proportionem inter se sicut quadratus numerus ad quadratum numerum tunc numerum intercedens inter eos erit radix numeri non quadrati. Et cum tres fuerint viagiū et extremi non habuerint proportionem sicut cubus numerus ad cubum numerum tunc unusquisque duorum intercedentium numerorum erit radix cubica numeri non cubi. Et si quatuor fuerint viadii extremi non habuerunt proportionem inter se sicut quadratus numeri ad quadratum quadrati : tunc unusquisque trium interci-

dentium numerorum erit radix radices numeri non quadrati et sic intelligas in reliquis.

Quidam habens bisantios cum quibus lucratus est in quodam foro, ita quod inter capitale et proficuum habuit bisantios 80. de quibus lucratus est in alio foro eadem ratione quod lucratus fuerat prius et habuit aliquid et fuerit proportio capitalis ad ultimum numerum sicut est proportio quadrati de 5. ad quadratum de 9. hoc est sicut 25. est ad 81. ad ultimum numerum, quare multiplicanda sunt 25. et 81. per 80. et dividenda utraque multiplicatio per 45. exhibunt pro capitali bisantios $\frac{4}{9}$. 44. et pro ultimo numero bisantia 144. Eadem regula retinet cum dicitur inveniuntur duo numeri ex quibus $\frac{1}{3}$ unius sit $\frac{1}{9}$ alterius et si multiplicati faciant 80. erit primus numerus $\frac{2}{3}$. 6. scilicet radix de $\frac{4}{9}$. 44. prædictis et alius numerus erit 12. scilicet radix de 144. et inveniuntur itaque $\frac{1}{3}$ primi numeri $\frac{1}{9}$ secundi, inveniendi sunt duo numeri quorum $\frac{1}{3}$ unius est $\frac{1}{9}$ alterius eruntque $\frac{1}{3}$ et 9 multiplica ergo 9. per 80. et divide per 5 et 5 per 80. divide per 9. exhibunt $\frac{400}{9}$ et 144 integri, quorum radices scilicet $\frac{20}{3}$ et 12. sunt quæsitæ numeri. Et si vis invenire duos numeros ex quibus $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{4}{9}$ alterius, et in simul multiplicati faciant 60. invenies ergo duos numeros ex quibus $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{4}{9}$ alterius eruntque in minoribus numeris 9. et 10. multiplica ergo secundum regulam suprascriptam 10 per 60. et divide per 9. exhibunt $\frac{2}{3}$. 66. quorum radix est primus numerus. Item multiplicationem de 9. in 60. divide per 10. erunt 54. quorum radix secundus numerus.

Si vis invenire duas radices in integris quorum

quadrati in simul coiuncti faciant quadratum numerum, scilicet habentem radicem accipe duos numeros quadratos vel habentes inter se proportionem quadratorum et sint ambo pares vel impares et multiplica unum in alium, et venientis numeri radicem accipe quæ erit una ex radicibus quæsitis : deinde aggrega numeros scriptos et egredietur numerus par, et cum ambo sint pares vel impares, cuius numeri dimidium accipe et ex ipsa medietate minorem numerum extrahe residuumque erit alia radix. Verbi gratia sint duo quadrati numeri 1 et 9. quibus coniunctis faciunt 10. et ex multiplicatione unius in alium surgit 9. unius radix est 3. quæ habeas pro radice et extrahe minorem numerum scilicet 1. ex medietate decenarii remanebunt pro alia radice 4.

Inveniuntur hæc per unam ex suprascriptis definitionibus, scilicet cum numerus dividetur in duas equales partes, et in duas inequales, erit multiplicatio minoris partis per maiorem cum quadrato numeri qui est à minori parte usque ad medietatem totius numeri divisi equalis quadrato dictæ medietatis. Quare ponamus iterum pares numeros habentes proportionem inter se sicut quadratus numerus ad quadratum numerum et sint 8. et 18. quorum proportio est sicut 4. ad 9. qui sunt numeri quadrati qui in simul juncti faciunt 26. cuius dimidium est 13. ergo 26. divisus est in duas partes inequales scilicet in 8. et in 18. et in duas equales scilicet in 13. et 13. est ergo multiplicatio de 8. in 18. cum quadrato quinarium qui est ab 8. in 13. equalis multiplicationi de 13. in se. Sed ex multiplicatione 8. in 18. surgit 144. qui est qua-

dratus cuius radix est 12. et ex multiplicatione quinarum in se qui est alia radix surgit 25. et sic habentur 169. cuius radix est 13. Et aliter est quidem manifestum quod omnes quadrati numeri componuntur a congregatione imparium numerorum per ordinem, ut si super qui est quadratus est primus impar addatur 3. qui est secundus impar habeatur 4. qui est secundus quadratus super quem si addatur tertius impar numerus scilicet 5, tertius quadratus scilicet 9. procreatur et sic infinite ex continua collectione imparium quadrati per ordinem oriuntur. Quare si accipimus aliquem quadratum numerum imparem vel ortum ex duobus vel pluribus imparibus numeris continuis et summam reliquorum imparium ab unitate accepimus nimirum duos quadratos habebimus, qui coniuncti, aliquem quadratum numerum reddent. Verbi gratia accipiamus 49. pro uno quadrato et colligamus omnes impares qui sunt ab uno usque in 47. scilicet multiplicemus 24. in 6. et habebunt 576. pro secundo quadrato cuius radix est 24. et radix de 49 est 7. et summa horum quadratorum est 625. quorum radix est 25. similiter imposueris duos vel plures numeros continuos impares quorum coniuncto faciat quadratum numerum radix quidem ipsius erit una exquisitis radicibus; summæ vero reliquorum imparium radix qui sunt ab ipsis usque ad unitatem erit alia.

De inventionem duarum radicem quarum multiplicationes in simul junctæ faciunt 35.

Si dicatur ter tria faciunt 9. et quatuor quatuor faciunt

16. quibus in simul additis faciunt 25. volo ut invenias alias duas radices quarum quadrati faciunt 25. Quia 25. est numerus, numerus habens radicem scilicet 5. reperiendæ sunt aliæ duæ radices quarum quadrati in simul juncti faciunt alium quemlibet numerum habentem radicem, eruntque 5 et 12. nam 5. multiplica in se faciunt 25. et 12 in se faciunt 144. quibus in simul junctis faciunt numerum habentem radicem videlicet 169. cuius radix est 13. deinde multiplica radicem de 25. videlicet 5 per 12. modo inventa erunt 60. quæ divide per 13 exhibunt $\frac{6}{13}$ 4. pro una ex duobus radicibus; deinde multiplica eadem 5 per alia inventa 5 erunt 25. quæ similiter divide per 13. exhibit $\frac{12}{13}$ 1. quæ sunt alia radix. Verbi gratia multiplicatio de $\frac{6}{13}$ 4. in se facit $\frac{12}{13}$ $\frac{3}{13}$ 21 et multiplicatio de $\frac{12}{13}$ 1. in se facit $\frac{1}{13}$ $\frac{9}{13}$ 3. quibus in simul junctis faciunt 25, ut quæsitum est, et sic potes multimode $\frac{4}{5}$. 4. et $\frac{2}{5}$ etiam $\frac{56}{61}$ 4 et $\frac{55}{61}$ 1.

De inventionem duarum radicum quarum multiplicationes faciant 41.

Item 4. vices 4. faciunt 16 et 5 vices faciunt 25. quæ in simul juncti faciunt 41. et quæritur ut invenias alias duas radices quarum quadrati faciant similiter 41. Inveniantur quidem duo quilibet numeri quorum multiplicationes junctæ faciunt numerum habentem radicem scilicet 25. cuius radix videlicet 5. multiplicetur per utrasque radices propositas scilicet per 4. et per 5 exhibunt 20 et 25 deinde multiplica 20 per 20 erunt 400. et 25 per 25 erunt 625. quibus in

simul junctis faciunt 1025. vel multiplica 25 per 41. et erunt similiter 1025. in quibus alias duas radices poteris reperire in sanis propter 20 et 29 quæ faciunt 1025. quos invenies sic : pone radices quæ fecerunt 25. unam sub alia ante quas pones eas quæ fecerunt 41. ut hic ostenditur et multiplicabis 3 per 4. quæ sunt ante ipsam 3 et quæ fuit una ex radicibus de 2524. et 5 per 5 quæ sunt ante ipsam et habebis 12 et 20. quæ servabis ex parte. Rursus multiplicabis radices ex opposito scilicet 3 per 5 et 4 per 4. erunt 15 et 16. quæ

3	4
4	5

adde in simul erunt 31. et extrahe 12 de 20 remanent 8. et sic habes pro quæsitis duabus radicibus 31 et 8. quorum multiplicationes in simul junctæ scilicet 961 et 64. faciunt 1025. Quare dividendum est uterque numerus videlicet 31 et 8 per 5. quæ multiplicasti superius per positas radices videlicet per 4 et per 5 exhibunt 6 et $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{5}$ quorum multiplicationes si in simul addideris faciunt 41 sunt enim in 1025. aliæ 2. radices, quarum multiplicationes in simul junctæ junctæ faciunt iterum 1025. quæ reperiuntur ex prædictis quatuor inventis numeris : sic adde 12. cum 20. et extrahe 15 de 16. et egredientur pro ipsis radicibus 32 et 1. quibus per 5. divisus reddent $\frac{2}{5}$ 5 et $\frac{1}{5}$. quorum quadrati faciunt iterum 41. Possumus enim cum multiplicatione duorum aliorum numerorum multimode ad eandem 41. pervenire scilicet si accepimus

alios duos numeros præter 3. et 4. quorum multiplicationes junctæ in simul faciant alium numerum habentem radicem ut 5 et 12. qui faciunt alium numerum habentem radicem videlicet 169. de cuius radice videlicet de 13. facies sicut fecisti de 5. reperiēs $\frac{1}{5}$ 3 et $\frac{6}{13}$ 5. Quoniam quorum multiplicationes in simul junctæ faciunt similiter 41. nam unde hæc inventiones procedunt geometrice demonstrata sunt in libello quem de quadratis composui.

De petia panni ex qua quidam voluit facere linteamina.

Quidam habet petiam unam panni quæ est longa ulnis 100 et ampla ulnis 30. ex qua vult facere linteamina, quorum unumquodque habeat in longitudine ulnas 12 et in latitudine ulnas 5. quæritur quot linteamina inde facere potest; multiplicabis itaque habitudinem petiæ per ipsius longitudinem videlicet 30 per 100 est 3000. quæ divide per longitudinem et latitudinem linteaminum, videlicet per 5 et per 12. hoc est $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{10}$ exhibunt linteamina 50.

De arca præstita plena frumento.

Quidam recepit mutuo quamdam archam plenam frumento quæ habuit in singulis lateribus videlicet in latitudine, longitudine et altitudine palmes 16 accidit nempe quod ipsa arca fuit ique combusta sic quod non posset frumentum cum ipsa arca reddere quod conveniretur ut redderet frumentum suo præ-

statori aut eam archam quæ habet in singulis lateribus palmes 4. tolle cum ea tuum fromentum quæritur quos archas frumenti ei reddere debeat multiplicabis itaque latitudinem maioris archæ per longitudinem ipsius videlicet 16 per 16 erunt 256. quo multiplicatis per altitudinem videlicet per 16 erunt 4096. quo divide per 64. quæ exiit ex multiplicatione latearum minoris archæ videlicet de 4 in 4. quæ in 4 exhibunt archæ 64. vel aliter divide latus maioris arcæ pro latus minoris videlicet 16 per 4 exhibunt 4. quæ cubica erunt similiter arcæ 64. ut prædiximus. Si autem aliqua præscriptarum arcarum inequalia habet latera priori regulæ non obstaret quia semper multiplicanda est latitudo per longitudinem et altitudinem maioris arcæ et debes dividere ipsam summam per latitudinem et longitudinem et altitudinem minoris.

De cisterna plena aqua in qua eiicitur lapis tetragonus.

Est cisterna plena aqua quæ tenet bariles 1000. et habet in latitudine pedes 20, et in longitudine pedes 24. et in altitudine pedes 30. quæritur si eiiciatur in eam lapis quadratus habens in singulis lateribus pedes 6. quanta aqua inde exierit; multiplicabis itaque ultimæ latitudinem per longitudinem scilicet 20 per 24 erunt 480. quæ multiplica per altitudinem videlicet per 30. erunt pro arca totius cisternæ pedes quadrati 14400. quos serva et multiplica in unum latitudinem et longitudinem et altitudinem lapidis scilicet 6 per 6 quæ per 6. erunt 216. quadrati per aerca ipsius lapidis; quare proportionaliter est sicut 216. ad 14400.

ita bariles evacuationis ad bariles 1000. quare multiplica 216 per 1000 erunt 216000. quæ divide per 144000 exhibunt 15. et tot bariles aquæ exhibunt de cisterna pro ipso lapide.

De cisterna in qua eiicitur colupna.

Item si in cisterna suprascripta eiiciatur colupna quæ sit longa pedibus 10 et habeat in circuitu pedes 20, sic facies, invenies suprascriptum 14400. quæ est summa pedum totius cisternæ, deinde invenias dimidium colupnæ quod per Geometriam sic invenitur, videlicet, quod divides circulum colupnæ videlicet 22 per $\frac{1}{3}$ 3. exhibunt pro diametro pedes 7. quorum dimidium quod est $\frac{1}{2}$ 3. multiplica per dimidium circuli videlicet per 11. erunt $\frac{1}{2}$ 38. quæ sunt arca circuli colupnæ quæ multiplica per longitudinem colupnæ videlicet per 10. erunt pro arca colupnæ pedes quadrati 385 quos multiplica per bariles 1000 erunt 387000. (sic) quos divide per 14400. exhibunt $\frac{5}{8} \frac{6}{9}$ 26. tot bariles aquæ exierunt de cisterna pro colupna illa.

Rursus si in eadem cisterna eiiciatur lapis qui habeat formam pyramidis circularis, hoc est quod in basis ut pes colupnæ rotundæ, et vadat ipsius rotunditas semper minuendo versus altitudinem donec ad nihilum redigitur et sit circulus basis pedes 22. et ipsius altitudinem habeat pedes 18. invenies siquidem diametrum ipsius basis, hoc est quod divides 22 per $\frac{1}{3}$ 3. et habebis 7. pro diametro, cuius dimidium videlicet $\frac{1}{2}$ 3. multiplicabis per dimidium circuli scilicet per 11 erunt $\frac{1}{2}$ 38. quæ sunt arca basis; deinde in-

venies diametrum altitudinis pyramidis quæ sic invenietur : multiplicabis 18 per 18 et 324. de quibus extrahe multiplicationem diametri dimidii circuli, videlicet $\frac{1}{2}$ 3 in se, quæ multiplicatio est $\frac{1}{4}$ 12. remanebunt $\frac{3}{4}$ 311. quorum radix quæ est parum amplius de $\frac{12}{17}$ 17. erit perpendicularis videlicet diametrum altitudinis ipsius cuius tertiam partem quæ est $\frac{12}{17}$ 5. multiplica per $\frac{1}{2}$ 38. erunt pedes $\frac{8}{17}$ 226. et tanta erit arca totius pyramides quæ multiplica per bariles 1000 et divide per arcam cisternæ videlicet per 14400. exhibunt bariles $\frac{2783}{3825}$ 15.

De cisterna in qua eicitur lapis ex utraque parte pyramidatus.

Iterum si in eadem cisterna eiiciatur lapis qui habeat formam fusi cum quo filant mulieres in duo reddit pyramidis similes suprascripto pyramidi et quod ponatur invenire scilicet in sectiones pyramidarum cui cum detur pedibus 144. et in longitudine habeat exterius pedes 26. invenies itaque arcam pyramidis per suprascriptam regulam et addes eas in unum erunt pedes $\frac{2}{3}$ 1124. quos multiplicabis per bariles 1000 et divides per 14400. exhibunt bariles $\frac{150}{269}$ 78.

De cisterna in qua eicitur sphaera rotunda.

Adhuc si in suprascripta cisterna eiiciatur forma rotunda in cuius circuitu sunt pedes 44. invenies diametrum ipsius scilicet quod divides 44 per $\frac{1}{7}$ 3. exhibunt pro diametro ipsius pedes 14. quæ multiplica

per sextam partem ipsius videlicet $\frac{1}{3} \times 2$ erunt $\frac{2}{3} \times 32$. quæ multiplicata per 44 erunt 1437. et tot pedes quadrati continetur in suprascripta forma quos multiplicata per bariles 1000 et divide per 14400. exhibunt $\frac{17}{87} 99$. et tot bariles exierunt de cisterna projectione illius formæ. Possumus enim in suprascripta cisterna varias lapide formas eiicere utpote triangulatas, quadratas, pentaglatas etiam plurium laterum habentes seu obliquoas quas relinquimus demonstrare his qui geometriam ignorant.

De triangulari ciborio picto a tribus magistris.

Quidam construxit palatium et pro tecto sui thalami ciborii ex quatuor trigonis constituit quorum unumquodque latus habebat in altitudine palmos 36. et in eorum basi palmos 30. quod ciborum tribus magistris dedit ad pingendum, quorum primus pinxit suam portionem videlicet tertiam incipiendo a puncta illius ciborii, finiendõ ad equidistantem lineam circiter cum base trigonorum. Secundus suam tertiam partem primi circiter pingere studuit; tertius vero pinxit residuum: quæritur quantum unusquisque ex ascendentibus lineis trigonorum pinxerit cum unus-



quisque ipsorum tantum tertiam partem ciborii pin-

xisse proponatur : mensura quidem basis in hoc quæstione nil facere scias : mensura vero linearum ascendentium a base usque ad puncta ciborii videlicet 36. in se ipsam multiplicata erunt 1296. et radicem tertiæ partis ipsi videlicet de 432. subtiliter invenire studeas; nam ipsa erit portio quam primus ex ipsis lineis a puncta inferius descendendo depinxit similiter si de $\frac{2}{3}$ de 1296. scilicet de 864. radicem subtiliter acciperis terminum secundi magistri ab eadem puncta inferius descendendo reperies. Residuum vero pinxit tertius ut in subiecta figura ostenditur. Unde manifestum est quod est quacumque parte de suprascriptis 1296 radicem acciperis dabit punctum seu terminum tibi cujusdem partis suprascripti ciborii a puncta incipiendo et inferius veniendo ut superius demonstravimus.

Sint tres numeri ex quibus medietas primi est tertia pars secundi, et quarta pars secundi est quinta pars tertiæ numeri et multiplicatis ipsis tribus numeris in unum scilicet primum per secundum, quorum summa multiplicata per tertium faciunt additionem eorundem. Invenias primum tres numeros quorum medietas primi sit tertia pars secundi, et quarta secundi sit quinta tertiæ, eruntque 8. et 12 et 15. pone ergo ut primus numerus sit 8. secundus 12. tertius 15. et multiplica eos in unum et etiam addes eos, erit eorum multiplicatio 1440. quorum additio est 35. vide ergo quæ pars sit additio dicta est multiplicatione prædicta quia eadem pars erit tetragonis uniusquisque quæditorum numerorum, ex tetragono suppositi numeri in se. Itaque 35 de 144. sunt $\frac{7}{23}$ quia

tetragonus primi numeri quæsiti est $\frac{7}{288}$ ex tetragono de 8. scilicet de 64. similiter tetragonus secundi quæsiti numeri est $\frac{7}{144}$ ex tetragono de 12 scilicet ex 144. Item et tetragonus tertii quæsiti numeri est $\frac{7}{225}$. ex tetragono de 15. scilicet de 225. unde multiplicanda sunt et super 288 per 64. et per 144. et per 225. et dividenda unaquaque multiplicatio per 288 et habebis pro tetragono primi numeri $\frac{5}{9}$ 1. cuius radix est primus quæsitus numerus, et pro tetragono secundi numeri habebis $\frac{1}{3}$ 3. cuius radix est secundus numerus, et pro tetragono tertii numeri habebis $\frac{3}{4}$ 85. Et notandum quia cum numeri fuerint duo tamen erit proportio uniuscuiusque positorum numerorum ad suum consimilem quæsitorum sicut proportio multiplicationis positorum ad additionem eorundem quæ proportio dicitur simplex. Et cum numeri fuerint tres erit sicut multiplicatio trium positorum numerorum ad summam additionis eorum, ita quadratus uniuscuiusque positorum ad quadratum sui consimilis quæsitorum utin hoc in qua fuerit proportio quadratorum de 8 et 12 et 15. scilicet positorum numerorum ad quadratos quæsitorum numerorum sicut 14400 ad $\frac{1}{5}$ 5. scilicet sicut summa multiplicationis ipsorum ad summam additionis eorundem quæ proportio dicitur duplicata cum quadrati surgant ex multiplicatione duorum equalium numerorum. Et cum numeri fuerint quatuor erit sicut factus ex multiplicatione positorum ad factum ex additione eorundem; ita cubus uniuscuiusque positorum ad cubum sui consimilis quæsitorum quæ proportio dicitur triplicata cum cubi surgant ex multiplicatione trium equalium numerorum.

Et cum numeri fuerint quinque erit siquidem proportio positorum ad eorum consimiles quæditorum quadruplicata in his quæ diximus superius et in sex numeris cadet proportio quincuplata, et cætera.

Nam si cognoscere vis utrum radices inventorum tetragonorum scilicet $\frac{5}{9}$ 1 et de $\frac{1}{2}$ 3 et de $\frac{33}{48}$ 7 sint ad invicem in quisitis proportionibus scilicet sicut 3. est ad 3. ita radix de $\frac{1}{9}$ 1. sint ad radicem $\frac{1}{2}$ 3. et sicut 4. sunt ad 5. ita radix de $\frac{1}{2}$ 3. sint ad radicem de $\frac{33}{48}$ 9. multiplicabis ergo $\frac{5}{9}$ 1 et $\frac{1}{2}$ 3. per 18 in quibus reperiuntur $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{2}$ et habebis 28 et 63. et quoniam 28 sunt ad sicut tetragonis binarii ad tetragonum ternarii hoc est sicut 4 ad 9. cognoscitur quod radix de $\frac{5}{9}$ 1. est ad radicem de $\frac{1}{2}$ 3. sicut 2 ad 3. similiter invenies radicem de $\frac{1}{2}$ 3. esse ad radicem de $\frac{33}{48}$ 5. sicut 4 sunt ad 5. cum $\frac{1}{2}$ 3. sint ad $\frac{33}{48}$ 5. sicut tetragonis quaternarii ad tetragonum quinarium. Item si vis cognoscere utrum multiplicatio radicum trium inventorum tetragonorum surgat in ascensione additionorum ipsarum multiplica $\frac{5}{9}$ 1 per $\frac{1}{2}$ 3. quam multiplicationem multiplica per $\frac{33}{48}$ 5 erunt $\frac{132}{144}$ 30. cuius numeri radix est summa multiplicationis radicum trium tetragonorum dictorum. Iterum ut habeas junctiones ipsarum junge tres numeros inventos superius in quibus proportionibus scilicet 8 et 12 erunt 35. et accipe tetragonum primi numeri scilicet 64 et tetragonum de 35. scilicet 1225. quia in qua proportionem est tetragonus primi positi numeri ad tetragonum junctionis trium positorum numerorum, ita primus inventus tetragonus est ad tetragonum junctionis radicum trium inventorum tetragonorum, hoc est sicut 64, sunt ad 1225. ita $\frac{5}{9}$ 1
23.

est ad tetragonum summæ junctionis trium radicum suprascriptarum; quare multiplicanda sunt 1225 per $\frac{5}{9}$ 1. et dividenda multiplicatio eorum per 645. et invenes similiter $\frac{139}{144}$ 30. pro tetragono junctionis trium prædictarum radicum: possumus multas varias quæstiones de similibus in tribus número vel in pluribus proponere secundum quod in duorum numerorum quæstionibus superius fecimus quorum omnium solutiones per ea quæ dicta sunt satis aperte inveniri possunt.

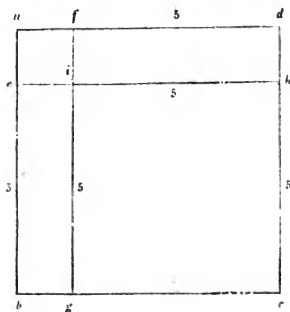
Incipit pars tertia de solutione quarundam quæstionum secundum modum algebræ et almichabile scilicet appropportionis et restaurationis.

Ad computationem quidem algebræ et almuchabile tres proprietates que sunt in quolibet numero considerantur, que sunt radix quadratus et numerus simplex. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se et provenit aliquid, tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati et multiplicatus sui quadrati est radix: ut cum multiplicatur 3. in se veniunt 9. sunt enim 3. radix de 9 et 9. sunt quadratus ternarii, et cum numerus non habet respectum ad quadratum vel radicem tunc simpliciter numerus appellatur; hæc autem in solutionibus quæstionum inter se equantur sex modis ex quibus tres sunt simplices et tres compositi: primus quidem modus est quando quadratus qui census dicitur equatur radicibus; secundus quando census equatur numero. Tertius quando radix equatur numero. Unde cum in aliqua quæstione inveniuntur

census vel partem unius census equari radicibus vel numero debent redigi ad equationem unius census per divisionem ipsorum in numerum censuum. Verbi gratia cum duo census equatur decem radicibus divides radices per numerum census scilicet 10 per 2. exhibunt radices 5. que equantur uni censui hoc est radix census est 5 et census est 25. quia quot radices equantur censui, si unitates sunt in radice census. Item si tres census equantur radicibus 12. tunc tertia pars trium censuum equatur tertiæ parti de radicibus 12. hoc est unus census equatur quatuor radicibus; quare radix census est 4 et census est 16. similiter cum in census $\frac{1}{2}$ 3. equantur radicibus 21. divides 21 per $\frac{1}{2}$ 3. et invenies quod unus census equatur radicibus 6; et si $\frac{1}{2}$ unius census equatur 5. radicibus divides 5 per $\frac{1}{2}$ hoc est multiplicabis 5 per 2. quæ sunt sub virga et divides per 1. quod est suprascripta virga exhibunt 10. ergo unus census equatur 10. radicibus; et si $\frac{1}{3}$ unius census equantur 8. radicibus tunc census equabitur radicibus 12. quia divisio 8 per $\frac{1}{3}$ veniunt 12. hæc omnia intelligantur cum census augmentatus vel diminutus equalitur alio numero. Sed ut hæc apertius habeantur, ponatur 5. census equari debuerunt 45. divides ergo 45 per 5. venient denarii 9. qui equantur censui hoc est census est 9. et radix eius est 3. similiter cum census $\frac{1}{3}$ 4 equatur denariis 26. divides 26 per $\frac{1}{3}$ 4. scilicet 78 per 13. exhibunt 6. qui equatur unus census, quare radix eius est surda cum sit radix numeri non quadrati. Et cum $\frac{3}{4}$ unius census equantur denarii 12, tunc census equabitur denariis 16. quia divisio 12 per $\frac{3}{4}$ scilicet 48 per 3.

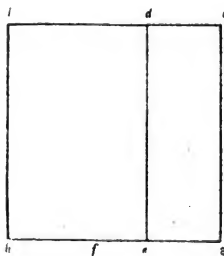
venient 16. quare radix census est 4. similiter facies cum radices vel partes unius radiceis equantur numero, his autem ostensis reliquos tres modos compositos demostremus. Primus enim modus est quando census et radices equantur numero; secundus quando radices et numerus equantur censibus; tertius modus est quando census et numerus equantur radicibus. Unde cum in aliqua questione invenietur census augmentatus vel diminutus cum compositione radicum et numeri tunc omnia reducenda sunt ad censum unum. Verbi gratia duo census et decem radices equantur denariis 30. ergo unus census et 5. radices equantur denariis 15. simili quoque modo, si tres census et 12 radices equantur denariis 39. divides hæc per numerum censuum scilicet per 3. proveniet unus census et quatuor radices quæ equantur denariis 13. item si inveniantur radices 15 et denarii 60. qui equantur censibus 5. divides hæc omnia per numerum censuum scilicet per 5. et invenies quod unus census equatur tribus radicibus et denariis 12. Item si $\frac{4}{5}$ unius census et radices 10. equantur denariis 20. divides hæc omnia per $\frac{4}{5}$. scilicet multiplicabis radices 10. et denarios 20 per 5 exhibunt 50. et denarii 100. quæ divides per 4 et sic invenies quod unus census et radices $\frac{1}{2}$ 7. equantur denariis 25. et sic intelligas in similibus. Et cum hec omnia operari sciveris et volueris invenire quantitatem census quæ cum datis radicibus equantur numero dato. sic facias : accipe quadratum medietatis radicum, et adde cum super numerum datum et eius quod provenerit radicem accipe de qua numerum medietatis radicum tolle et quod remanserit

erit radix quæsitæ census. Verbi gratia census et decem radices equantur 39. dimidium itaque ex radicibus est 5. quibus in se multiplicatis faciunt 25. quibus additis 39 faciunt 64. de quorum radice que est 8. si auferatur medietas radicum scilicet 5. remanebunt 3. pro radice quæsitæ numeri census; quare census est 9. et ipsius decem radices sunt 30. et sic census et decem radices equantur 39. nam unde hec regula procedat per duplicem figuram ostendere procurabo. Adiaceat siquidem tetragonus *a. b. c. d.* habens in singulis lateribus amplius quam ulnas 5. et accipiatur super latus *a. b.* punctus *e.* et super latus *a. d.* punctus *f.* et super latus *b. c.* punctus *g.* et super latus *c. d.* punctus *h.* et sit unaquaque rectarum *b. e. c. g.* et *c. h.* et *d. f.* ulnarum 5. et complicantur rectæ *e. h.* et *f. g.* et quia tetragonum est quadrilaterum *a. c.* erit latus *d. a.* equalis lateri. *b. a.* et cum de qualibet equalia auferantur quæ remanent erunt equalia quare si ex *d. a.* auferatur *d. f.* et ex *b. a.* auferatur *b. e.* quarum unaquæque est 5. remanebit siquidem *e. a.*



equalis rectæ *f. a.* sed recta *a. e.* equalis est recta *f. i.*

cum equalis sit recta *f. g.* rectæ *a. b.* est enim recta *i. g.* equalis rectæ *e. b.* propter eadem ergo, et recta *e. a.* equalis est rectæ *a. f.* cum recta *e. h.* sit equalis rectæ *a. d.* et recta *i. b.* rectæ *f. d.* tetragona ergo sunt quadrilatera *e. f.* et *g. h.* ponam itaque processu quæsito quadrilaterum *e. f.* quod est ignotorum laterum cuius radix est unaquaque rectarum *e. i.* et *i. f.* sed rectæ *e. i.* duplicata est superficies recti angulo *b. i.* quæ est quinque radices census *e. f.* cum ipsa superficies applicata sit super radicem eius et sit unaquaque rectarum *e. b. i. g.* similiter et superficies *i. d.* constat ex 5. radicibus census *e. f.* cum sit applicata super radicem ipsius scilicet super latus *a. f.* et sit 5. unaquæque rectarum *f. d.* et *i. h.* sed quia census et 10. radices equantur denariis 39. erunt ergo 39 prædictæ tres superficies quæ sunt *e. f. b. a. i. d.* quibus addantur 25. scilicet tetragonum *g. h.* cuius unumquodque latus est 5. habebuntur 64. pro toto tetragono *a. b. c. d.* quorum radix scilicet 8. est longitudo uniuscuiusque lateris eius, quare si auferatur ex *b. a.* recta *b. e.* scilicet 5 de 8. remanebunt 3 pro



linea *e. a.* ergo radix quæsiti census est 3 et census

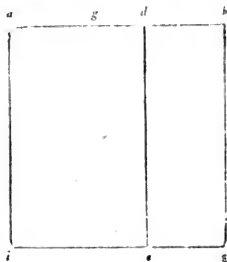
est 9. pro addito cum decem suis radicibus faciunt 39. ut oportet. Aliter sit census quæsitus tetragonum *e. i.* et super latus *d. e.* applicentur decem radices; enim scilicet superficies recti angula *d. b.* cuius numeri quodque latum *h. e.* et *l. d.* sit 10. et dividatur recta *h. e.* in duo equa super *t.* et quoniam census *ε. d.* et eius 10. radices *d. h.* equatur denariis 39. ergo tota superficies recti angula *ε. l.* est 39. quæ superficies constat ex *i. ε.* in *h. ε.* recta quidem *ε. i.* equalis est recte *ε. e.* cum sit tetragonum quadrilatorum *e.* ergo exductu *ε. e.* in *ε. b.* proveniunt 39. quibus addatur tetragonum lineæ *e. c.* quod est 25. habebuntur 64. pro tetragono lineæ *t. c.* quare radix de 64. scilicet 8. est recta *f. c.* de qua si auferatur recta *e. c.* quæ est 5. remanebunt 3. pro linea *c. ε.* ergo radix census *e. i.* est 3. et census est 9. ut per alium modum invenimus. Et cum ceciderit in solutione alicuius quæstionis quod census equatur radicibus et numero tunc quadratum medietatis radicum addes super numerum et super radicem eius quod provenierit addes numerum medietatis radicum et habebis radicem quæsitæ census. Verbi gratia census equetur decem radicibus et denariis 39. Addam siquidem quadratum medietatis radicum scilicet 25. super 39 erunt 64. quorum radix scilicet 8. scilicet medietatem radicum proveniet 13. pro radice quæsitæ census; quare census est 169. Nam si unde hec regula procedit scire vis aiaceat tetragonum *a. b. c. d.* cuius unumquodque latus sit plus quam 10. et protrahatur in ipso linea *e. f.* et sit 10. unaquaque rectarum *e. c.* et *f. d.* et dividatur *e. c.* in duo equa super *g.* et sit census quæsitus tetragonum *b. d.* quare

decem radices erit superficies *c. d.* cum sit applicata super latus *e. f.* quod est equalis radici ipsius census



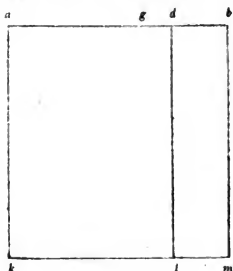
hoc est lineæ *a. b.* et est 10. unaquaque linearum *c. e.* et *f. d.* remanebit superficies *f. b.* 39. quæ proveniunt ex ductu *f. e.* in *e. b.* scilicet *f. e.* est equalis rectæ *b. c.* ergo ex *b. e.* in *b. c.* proveniunt 39. quibus si addatur quadratus lineæ *e. g.* veniunt 64. pro quadrato lineæ *b. g.* cuius radici addatur linea *g. c.* scilicet 5. venient 13. pro linea *b. c.* quæ est radix quæsiti census quare census est 169. Et cum occurrerit quod census et numerus equentur radicibus scias hoc fieri non posse nisi numerus fiat equalis vel minor quadrato medietatis radicum quod si equalis fuerit habebitur pro radice census numerus medietatis radicum et si qui censu equatur radicibus fuerit minor quadrato medietatis radicum et si id quod remanserit non erit radix quæsiti census tunc addes id quod extraxisti super numerum de quo extraxisti habebis radicem quæsiti census. Verbi gratia census et 40. equatur 14. radicibus dimidiatis siquidem radicibus veniunt 7. de quorum quadrato de 49 extrahe 40. remanent 9. quorum radicem quæ est 3. extrahe de medietate ra-

dicum scilicet de 7. remanebunt 4. pro radice quæsiti census, ergo census est 16. quibus additis cum 40



faciunt 56. quæ sunt radices 14. eiusdem census cum exducta radice quæsiti census et sic census erit 100. quo addito 40 faciunt 140. quæ sunt radices de 14 de 100. cum ex multiplicatione radices de 100 in 14. provenient 140. et sic non solvetur quæstio cum diminutione solvetur sine dubio cum additione, et si unde hæc regula procedat nosse vis adiaceat linea *a. b.* quæsiti et dividam eam in duo equalia super *g.* et in duo inequalia super *d.* et constituam super unam ex inequalibus portionibus tetragonum, constituentur primum super minorem portionem quæ est *d. b.* tetragonum *d. e.* et protrahatur *e. e.* in directo in punctum *i.* et sit recta *e. i.* equalis rectæ *a. b.* et copuletur recta *i. a.* et quia recta *e. b.* est radix census *d. e.* et recta *a. b.* est 14. erit tota superficies *a. e.* radices 14. ex censu *d. e.* Et quia census et 40. equatur radicibus 14. erit superficies *a. e.* 40. quod proveniet ex *d. e.* in *d. a.* hoc est ex *b. d.* in *d. a.* quibus 40. si addatur quadratus scitionis *d. g.* habebuntur 49. scilicet quadratum lineæ *g. b.* quare quadratum lineæ *d. g.* est 9.

quorum radix scilicet 3. est linea $g. d.$ cui si addatur linea $g. a.$ erit 10. tota linea $a. d.$ et si auferatur $g. d.$ ex $g. b.$ remanebunt 4. pro linea $d. b.$ quæ est radix census $d. e.$ et supra linea $a. d.$ constituitur census $a. l.$ ut in hac alia figura remanebit superficies $l. b.$



40. quod provenit ex $l. d.$ in $d. b.$ hoc est ex $a. d.$ in $d. b.$ quæ 40. si extrahantur ex quadrato lineæ $a. b.$ remanebunt 9. quorum radix scilicet 3. est linea $g.$ quare $a. d.$ est 10. Ergo radix census $a. b.$ est 10. et census est 100. ut prædiximus. Cum his autem sex regulis possint solutiones infinitarum quæstionum reperiri : sed oportet eos qui per eorum modum procedere volunt, scire ea quæ diximus in multiplicatione et divisione et extractione seu additione radicum et binomiorum atque recisorum quibus perfecte cognitis quædam quæstiones super hæc proponantur.

Expliciunt introductiones Algebrae et Almucabile, incipiunt quæstiones eiusdem.

Si vis dividere 10. in duas partes, quæ in simul

multiplicatæ faciant quartam multiplicationis maiores
 partis in se, pone pro maiori parte radicem quam
 appellabis rem, remanebunt pro minore parte 10.
 minus re, qua multiplicata in re venient 10. res minus
 censu et ex multiplicata re in se proveniet census,
 quia cum multiplicatur radix in se provenit quadratus
 ipsius radices: ergo decem res minus censu equantur
 quartæ parti census. Quare quadruplum ipsarum equa-
 bitur censui uni: ergo multiplica 10. minus censu per
 4. venient 40. radices minus 4. censibus quæ equantur
 censui. Restaura ergo 4. census ab utraque parte
 erunt 5. census quæ equantur 40. radicibus: quare
 divide radices 40 per 5 exhibunt radices 8. quibus
 equatur census; ergo portio pro qua posuisti rem est
 8. quibus extractis de 10. remanent 2. quæ sunt alia
 portio, et sic perduximus hanc quæstionem ad unam
 ex sex regulis ad eam videlicet in qua census equatur
 radicibus ad quam etiam reducemus hanc in qua
 divisi 10. in duas partes ex quibus multiplicavi unam
 per aliam et in id quod provenit divisi quadratum
 unius portionis et provenit $\frac{1}{2}$ 1. pone iterum rem pro
 una portione remanebunt 10. minus re, et multiplica
 rem in 10 minus re venient 10. res minus censu. Et
 multiplica rem in se veniet census quem divide per
 10. res minus censu quod sic fit: tu scis quia ex ipsa
 divisione provenit $\frac{1}{2}$ 1. ergo si multiplicas ex eadem
 per divisorem provenit utique divisus numerus, sci-
 licet census multiplica ergo 10. res minus censu per
 $\frac{1}{2}$ 1. exhibunt 15. res minus censu et dimidio quæ
 equantur censui. Restaura ergo censum $\frac{1}{2}$ 1. ab utraque
 parte et erunt censui $\frac{1}{2}$ 2. qui equantur radicibus 15.

quare divide 15. radices per $\frac{1}{2}$ 2 exhibunt 6. radices quæ equantur censui. Quare census est 36. quorum radix scilicet 6. est una ex duabus portionibus, reliqua autem erit 4. Item divisi 10 in duas partes et multiplicavi unam earum in se et quod provenit multiplicavi per $\frac{2}{9}$ 2. et id quod provenit fuit 100. scilicet quadratus de 10. sic facies : pone pro ipsa portione ipsam rem quam multiplica in se venient census que multiplica per $\frac{2}{9}$ 2 venient census $\frac{2}{9}$ 2. qui equantur 100. divide ergo 100 per $\frac{2}{9}$ 2 venient 36. quibus equatur census : quare radix eorum quæ est 6. est una ex duabus portionibus et sic perducta est hæc quæstio ad secundam regulam in qua census equantur numero. Item divisi 10 in duas partes et divisi maiorem earum per minorem et id quod provenit fuit $\frac{1}{3}$ 2. sic facies : pone rem pro una ex suprascriptis portionibus ; quare alia erit 10. minus re et divide 10 minus re in rem , quia ex ipsa divisione veniunt $\frac{1}{3}$ 2. multiplica divisionem per $\frac{1}{3}$ 2 venient res $\frac{1}{3}$ 2. quæ equantur 10 minus re. Adde ergo res utrique parti et erunt res $\frac{1}{3}$ 3. quæ equantur 10. divide ergo 10 per numerum rerum scilicet per $\frac{1}{3}$ 3. veniet quod una res equabitur tribus denarii : quare una ex suprascriptis portionibus 3. a quibus usque in 10 sunt 7. pro alio portione et sic reducto est hæc quæstio ad tertiam regulam ubi radices equantur numero.

Divisi in duas partes 12 et multiplicavi unam earum per 27 et quod provenit fuit equale quadrato alterius partis , sic facies : pone rem pro una partium remanebunt 12 minus re pro alia , quibus multiplicatis per 27 faciunt 324. minus 27. rebus et multiplica

rem in res scilicet primam partem in se proveniet census qui equatur denariis 324. minus 27 rebus, quibus rebus additis utrique parti veniet census et 27. res quæ equantur denariis 324. et sic reducta est hæc questio ad unam ex tribus compositis regulis ad eam videlicet in qua census et radices equantur numero. Unde ut procedas secundum ipsam regulam multiplica $\frac{1}{2}$ 13 scilicet dimidium radicum in se erunt $\frac{1}{4}$ 182. quæ adde cum 32. rerum $\frac{1}{4}$ 56. quibus radicem invenias sic fac quartas ex his erunt 2025. cui numero radicem invenias eritque 45. quæ divide per radicem de 4. quæ sunt sub virga scilicet per 2 exhibunt $\frac{1}{2}$ 22. de quibus extractæ medietates radicum remanebunt 9. pro radice census, quæ sunt una pars a quibus usque in 12 desunt 3. pro secunda parte. Multiplicavi 1. plus de $\frac{1}{3}$ unius numeri per unum plus de $\frac{3}{4}$ eiusdem et provenerunt 73. pone pro ipso numero rem ergo vis multiplicare $\frac{2}{3}$ rei uno addito per $\frac{3}{4}$ rei plus uno. Multiplica ergo $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ rei proveniet medietas census et multiplica unum per unum faciet 1. et unum in $\frac{3}{4}$ rei, et unum in $\frac{2}{3}$ rei veniet res et $\frac{5}{12}$ rei et sic ex eorum multiplicatione habebitur medietas census et res $\frac{5}{12}$ 1. et denarius unus qui equatur denariis 73. Abice ergo denarium unum ab utraque parte remanebit medietas census et res $\frac{5}{12}$ que equantur denariis 72. resintegra itaque censum tuum et habebis censum et res $\frac{5}{6}$ 2. quæ equantur 144. quare dimidia radices exhibunt $\frac{12}{12}$. Quas multiplica in se venient 2 $\frac{1}{144}$ quæ adde cum 144 erunt $\frac{1}{144}$ 146. quibus radicem invenies ordine demonstrato scilicet multiplica 146 per 144. et adde unum erunt centesimæ quadra-

gesimæ quartæ, 21,075. cuius numeri radicem divide per 12 scilicet per radicem de 144. que sunt sub virga et habebis $\frac{1}{13}$ 12 pro radice quæsita de qua extrahe medietatem radicem scilicet $\frac{5}{12}$ 1. remanebunt $\frac{1}{3}$ 10 pro numero quæsito super $\frac{2}{3}$ quorum si addatur 1 venient $\frac{1}{9}$ 8. etiam et addito uno super $\frac{3}{4}$ ipsorum venient 9 et ex $\frac{1}{9}$ 8. multiplicatis in 9 surgunt 73. ut propositum fuit.

Divisi decem in duas partes et addidi simul quadratos ipsorum et provenerunt $\frac{1}{2}$ 62. pone itaque rem pro prima parte et multiplica eam in se venient census, simul multiplicata secundam partem in se quæ est 10. minus re quam multiplicationem facies sic ex 10. in 10 veniunt 100. et ex re diminuta in rem diminutam provenit census additus et ex 10 multiplicatis bis in rem diminutam proveniunt 20. res diminutæ et sic pro multiplicatione de 10. minus re in se habentur 100. et census 20. rebus diminutis quare si addantur cum quadrato primæ partis scilicet cum censu erunt 100. et duo census minus viginti rebus quæ equantur denariis $\frac{1}{2}$ 62. Adde ergo viginti res utrique parti erunt 100. et duo census quæ equantur 20. rebus et denariis $\frac{1}{2}$ 62. Abice igitur $\frac{1}{2}$ 62. ab utraque parte remanebunt duo census et denariis $\frac{1}{2}$ 37. quæ equantur 20. radicibus et sic producta est hæc quæstio ad tertiam regulam compositarum ubi census et numerus radicibus equantur, quare ut ipsam immiteris regulam divide numerum et radices per numerum censuum scilicet per 2. hoc est dimidia ea eveniet quod census et denarii $\frac{3}{4}$ 18. equantur radicibus 10. dimidia ergo radices venient 5. quæ mul-

multiplica in se erunt 25. de quibus extrahe $\frac{2}{4}$ 18. remanent $\frac{1}{4}$ 6. quorum radicem scilicet $\frac{1}{2}$ 2. extrahe de medietate radicum scilicet de 5 remanebunt $\frac{1}{2}$ 2. quæ sunt una prædictarum partium à quibus usque in 10. desunt $\frac{1}{2}$ 7. quæ sunt secunda pars. Et si extracto quadrato minoris partis de quadrato maioris remanent 50. sic facies quadratum unius partis scilicet censum de quadrato alterius extrahe scilicet de 100 et censu viginti rebus diminutis remanebunt 100. diminutis 20. rebus quæ equantur 50. quare adde utrique parti 20. res et tolle de unaquaque 50 remanebunt viginti res quæ equantur 50. quare divide 50 per 20. veniunt $\frac{1}{2}$ 2 pro minori portione.

Multiplica siquidem tertiam unius numeri per quartam eius et provenit ex multiplicatione idem numerus et denarii 24. pone pro ipso numero rem et multiplica $\frac{1}{3}$ rei per quartam eius veniet $\frac{1}{12}$ census quæ equatur rei et denariis 24. Reintegra ergo censum scilicet multiplica hæc omnia per 12. et veniet census qui equatur duodecim rebus et denariis 288. multiplica ergo 6. quæ sunt dimidium radicum in se erunt 36. quæ adde cum 288 erunt 324. super quorum radicem adde dimidium radicum erunt 24. quæ sunt radix census ergo quæsitus numerus est 24. et sic reducta est hæc quæstio ad secundam ex tribus regulis compositis ubi census equatur radicibus et numero.

Divisi 10 in duas partes et divisi illam per istam et istam per illam et provenerunt $\frac{1}{3}$ 3. In hac quæstione oportet quædam predicere etiam et demonstrationibus demonstrare Sit itaque prima illarum partium *a.* et secunda *b.* et dividatur *b.* in *a.* et proveniat *d.*

et a . in b . et proveniat g . coniunctum ergo ex g . d .
est $\frac{1}{3} 3$. et quia cum dividitur a . in b . provenit g . d .

$$\begin{array}{r} \text{res} \\ a \\ \hline \end{array} \quad 10 \quad \begin{array}{r} \text{minus re} \\ b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} d \\ \hline \end{array}$$

ergo si multiplicetur g . in b . provenit a . quod si
multiplicetur in a . veniet quadratus numeri a . et cum
dividetur b . in a . provenit d . ergo si multiplicetur d .
in a . proveniet b . quod si multiplicetur in b . proveniet
quadratus numeri b . ergo ex a . in d . ducta in b . et ex
 b . in g . ducta in a . hoc est ex a . in b . ducto in con-
iunctum ex numeris g . d . scilicet $\frac{1}{3} 3$. proveniet summa
quadratorum ex numeris a . b . quibus demonstratis sit
prima pars res a . remanebit pro b . 10. minus re et
multiplicetur a . in se proveniet census et b . in se
provenient 100. et census diminutis viginti radicibus
quibus omnibus in unum junctis erunt 100. et duo
census minus 20. radicibus pro duobus quadratis nu-
merorum a . b . quæ equantur multiplicationi ex a .
in b . ducta in $\frac{1}{3} 3$. quare multiplicetur a . in b . scilicet
res in 10. minus re erunt 10 erunt 10. res minus censu,
quæ multiplica per $\frac{1}{3} 3$ erunt res $\frac{1}{3} 33$. minus censibus
 $\frac{1}{3} 3$. quæ equantur 100 denariis et duobus censibus
viginti rebus diminutis; adde ergo utrique parti 20.
res et census $\frac{1}{3} 3$. et habebis 10 et census $\frac{1}{3} 5$. quæ
equantur rebus $\frac{1}{3} 53$. quæ omnia divide per numerum
censuum scilicet per $\frac{1}{3} 9$. et veniet census et denariis
 $\frac{3}{4} 18$. que equantur radicibus 10. dimidia ergo radices

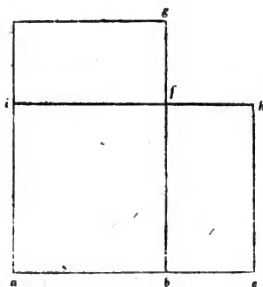
et multiplica eas in se erunt 25. ex quibus extrahe $\frac{3}{4}$ 18 remanebunt $\frac{1}{4}$ 6. quorum radicem adde super medietatem radicem et habebis $\frac{1}{2}$ 7 pro maiori portione quare minor portio erit $\frac{1}{2}$ 2.

Rursus divisi 10. in duas partes et multiplicavi unam earum per 6. et quod provenit divisi per aliam partem et tertiam eius et quod provenit addidi super summam multiplicationis primæ partis in 6. et totum id quod concretum est fuit 39. Pone siquidem pro prima parte rem, et ipsam multiplica per 6 et proveniet 6. res quas debet dividere per secundam partem scilicet per 10. minus re et eius quod provenerit tertiam partem debes addere super 6. res ut habeas 39. quare accipe tertiam 6. rerum erit duæ res quæ divise per 10. minus revenient illud quod debet addi super 6. res ut veniat 39. ergo id quod provenit ex divisione duarum rerum in 10. minus re est 39. exceptis 6. rebus : quare si multiplicas divisorem per ex eundem provenit utique divisus numerus scilicet duæ res; multiplica ergo 10. minus re in 39. minus 6. rebus et provenient denarii 390. et 6. census diminutis 99. rebus quæ equantur duabus rebus. Adde ergo 99. res utrique parti erunt sex census et denarii 390. quæ equantur rebus 101. Divide hec omnia per numerum censuum scilicet per 6. veniet quod census denarii 65. equantur rebus $\frac{5}{6}$ 16. quare de quadrato medietatis radicem abice 65. et eius quod remanserit radicem accipe que erit $\frac{5}{12}$ 2. quam accipe de numero medietatis radicem scilicet de $\frac{9}{12}$ 8 remanebunt 6. quæ sunt radix census, quare radix ipsius census scilicet 6. est una ex duabus portionibus quæ si per

24.

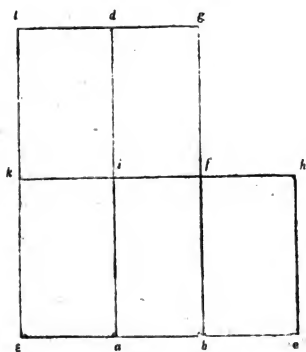
6. multiplicata fuerit venient 39. quibus divisus per secundam partem veniet 9. quorum tertia si addatur super 36. nimum 39. provenient propositum fuit.

Divisi 60. in homines et provenit unicuique aliquid, et addidi duos homines super illos et per omnes ipsos divisi 60. et provenit unicuique denarii $\frac{1}{2}$ 2. minus ex eo quod provenerat prius; sit numerus primorum hominum linea *a. b.* et erigatur super ipsam secundum rectum angulum linea *b. g.* quæ sit illud quod contingit unicuique illorum de præscriptis denariis 60. et protrahe lineam *g. d.* equalem equidistantem lineæ *b. a.* et copuletur recta *d. a.* ergo spatium quadrilateri *a. b. g. d.* 60. cum colligatur ex *a. b.* in *b. g.* deinde linea *a. b.* protrahe in punc-



tum *e.* et sit *b. e.* 2. scilicet numerus hominum additorum et signetur in linea *b. g.* punctus *f.* et sit *g. f.* $\frac{1}{2}$ 2. scilicet illud quod diminutum fuit unicuique per additionem duorum hominum et per punctum *f.* protrahatur linea *h. i.* equalis et equidistans lineæ *e. a.* et copuletur recta *e. b.* eritque quadrilaterum *h. e. a. i.* 60. cum colligatur ex *a. e.* in *e. h.* scilicet

ex *a. e.* in *b. f.* quæ *b. f.* est id quod provenit unicuique ex denariis 60. in homines *a. e.* ergo superficies *g. a.* equatur superficiei *b. d.* ergo multiplicatio *g. b.* in *b. a.* equatur multiplicationi *a. e.* in *f. b.* Quare ipsæ quatuor lineæ proportionales sunt est ergo sicut *g. b.* prima ad *f. b.* secundam, ita *e. a.* tertia ad *b. a.* quartam, quare si dividatur erit sicut *g. f.* ad *f. b.* ita *e. b.* ad *b. a.* et cum permutaveris erit sicut *g. f.* ad *e. b.* ita *f. b.* ad *b. a.* scilicet proportio *g. f.* ad *e. b.* est sicut 5 ad 4. ergo et *f. b.* ad *b. a.* est sicut 5. ad 4. ergo *f. b.* continet semel et quantum numerum *a. b.* pone ergo pro numero *a. b.* rem, erit ergo *b. f.* res $\frac{1}{4}$ 1. et multiplica *a. b.* in *b. f.* et provenit census $\frac{1}{4}$ 1. superficie *b. i.* et multiplica *a. b.* in *f. g.* scilicet *i. f.* in *f. g.* provenient res $\frac{1}{2}$ 2. pro denarii $\frac{1}{6}$ 7. equantur denariis 20. divide igitur hec omnia per numerum censuum scilicet per $\frac{1}{3}$ 1. et invenies quod census et radices $\frac{1}{2}$ 5. equantur denariis 15. procedit

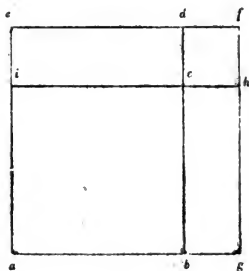


ergo secundum regulam eius et invenies radicem cen-

sus scilicet $a. b.$ esse 2. quare $b. g.$ est 10. potest etiam proportio $f. b.$ ad $a. b.$ promptius inveniri : ponam iterum lineam $a. b.$ rem cui est equalis linea $i. f.$ ergo $i. f.$ est res : multiplicabo siquidem $a. f.$ in $f. g.$ scilicet res in 4. et venient 4. res pro superficie $f. d.$ cui addam superficiem $e. a.$ quæ 30. erunt itaque duæ superficies $a. e.$ et $f. d.$ 30 et 4. res de quibus auferam superficies $a. d.$ quæ est 20. ergo pro superficie $e. f.$ remanebunt 10 et 4. res quæ superficies fit ex $e. b.$ in $b. f.$ quare si dividatur 10 et 4. res per $e. b.$ scilicet per 3. venient $\frac{1}{3}$ 3 et res $\frac{1}{3}$ 1. pro linea $a. f.$ ut per alium modum invenimus.

Item divisi 20. et homines et accidit unicuique aliquid, et addidi duos homines et in omnes divisi 60. et accidit unicuique denarii 5. plus eo quod acciderat antea. Ponam itaque $a. b.$ numerum primorum hominum, et $b. c.$ sit id quod contingit unicuique eorum ex denariis 20. et super addam ei lineam $c. d.$ quæ sit 5. et lineæ $a. b.$ addam lineam $b. g.$ quæ 2. et explebo quadrilaterum equiangularum $e. g.$ quæ constat sub rectis $f. g. g. a.$ et est $a. g.$ numerus omnium hominum et $f. g.$ id quod contingit unicuique ex 60. cum sit equalis lineæ $d. b.$ ergo superficies $g. e.$ est 60. et superficies $b. i.$ est 20. ponam ergo pro $a. b.$ rem erit et $i. c.$ res et multiplicabo $i. c.$ per $c. d.$ veniunt 5. res quæ addam super superficiem $b. i.$ quæ est 20. veniunt in summa 20 et 5. res pro superficie $b. e.$ quæ extraham ex superficie $g. e.$ scilicet de 60 remanebunt 40 minus 5. rebus pro superficie $g. d.$ de qua etiam auferam superficiem $h. d.$ quæ est 10. cum proveniat ex $h.$ in 1.

scilicet ex 2. in 5 remanebunt 30 minus 5. rebus pro superficie *g. e.* si dividatur pro *g. b.* scilicet per 2.



venient 15 minus rebus $\frac{1}{2}$ 2. pro linea *b. c.* et est id quod provenit unicuique primorum hominum quare multiplica *a. b.* in *b. c.* scilicet rem in 5 minus rebus $\frac{1}{2}$ 2. venient 15. res diminutis censibus $\frac{1}{2}$ 2. quæ equantur 20. Restaura ergo census $\frac{1}{2}$ 2 erunt census $\frac{1}{2}$ 2 et 20. quæ equantur 15 rebus; divide ergo hæc omnia per numerum censuum scilicet per $\frac{1}{2}$ 2. veniet quod census et denarii 8. equantur 6. rebus quare ex quadrato medietatis radicum scilicet ex 9. extrahe superficie *f. d.* ergo tota superficies *b. d.* est census $\frac{1}{4}$ 1. et res $\frac{1}{2}$ 2. scilicet ipsa est 60. ergo census 1 et res $\frac{1}{2}$ 2. equantur denariis 60. divide ergo hæc omnia per numerum censuum per $\frac{1}{4}$ 1. veniet census et radices 2. que equantur denariis 48. Adde ergo quadratus medietatis radicum scilicet 1. super 48. erunt 49. de quorum radice abice medietatem radicum remanebunt 6. pro numero *a. b.* quare *b. g.* est 10. et *a. e.* est 8. Aliter quia superficies *g. a.* et *a. h.* sibi invicem equantur cum qualibet ipsarum sit 60. si communiter.

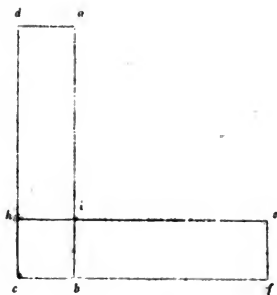
auferatur recti angula superficies *a. f.* remanebit superficies *d. f.* equalis superficiei *e. f.* equales ergo superficies et equi angulæ circa equales angulos mutue proportionis. Unde est sicut *g. f.* ad *f. h.* ita *f. b.* ad *f. i.* hoc est ad *b. a.* scilicet *g. f.* ad *f. b.* est sicut 5 ad 4. ergo et *f. b.* ad *b. a.* est sicut 5 ad 4. ut superius inventum est.

Item divisi 20 in homines et provenit aliquid et addidi tres homines et inter omnes divisi 30 et accidit unicuique minus eo quod venerat prius : sit itaque linea *a. b.* numerus primorum hominum, et *b. g.* sit id quod accidit unicuique ex 20. quare superficies *b. d.* rectiangula est 20. et protrahatur *a.* in *b. c.* et sit *b. e.* 3. nec non et ex linea *b. g.* extrahatur *g. f.* quæ sit 4. et per punctum *f.* protrahatur linea *i. h.* equidistans et equalis lineæ *a. e.* et copuletur *h. e.* et erit 30 superficies *e. i.* quare superficies *i. c.* addit 10. superficiem *b. d.* quare applicetur lineæ *i. d.* superficies *d. k.* quæ sit 10. et protrahatur linea *e. a.* in *e.* et sit *a. e.* equalis in *k.* et copuletur linea *l. e.* et quoniam superficies *b. d.* est 20. et super *i. l.* est 10. erunt itaque ambæ superficies *b. d.* et *i. l.* equales superficiei *i. e.* Communiter addatur superficies *a. k.* erit tota superficies *e. k.* equalis toti superficiei *b. l.* et quia superficies *d. k.* est 4. et est applicata lineæ *d. i.* quæ est 10. cum sit equalis lineæ *g. f.* si dividatur 10 per 4. venient $\frac{1}{3}$ 2. pro linea *i. k.* hoc est pro linea *a. e.* et quia superficies *b. l.* provenit ex *g. b.* in *b. e.* et superficies *e. k.* provenit ex *h. e.* in *e. e.* ergo equalis est multiplicatio *g. b.* in *b. e.* multiplicationi *b. e.* hoc est *f. b.* in *e. e.* erit ergo sicut

g. b. ad *f. b.* ita *e. ε.* ad *b. ε.* et cum divideris erit sicut *g. f.* ad *f. b.* ita *e. b.* ad *b. ε.* et cum permutteris erit sicut *g. f.* ad *c. b.* hoc est sicut 4 ad 3. ita *f. b.* ad *b. ε.* his itaque intellectis pones numerum primorum hominum scilicet *b. a.* esse rem quare tota *b. ε.* erit res et denarii $\frac{1}{2}$ 2. et quia est sicut 3 ad 4. ita *ε. b.* ad *b. f.* multiplica ergo *b. ε.* per 4. et divides per 3 exhibunt pro linea *b. f.* $\frac{1}{3}$ 1 et denarii 3. quibus addatur *f. g.* quæ est 4. erit tota linea *b. g.* res $\frac{1}{3}$ 1. et 8 remanebit 1. cuius radicem scilicet 1. extrahe de 3. scilicet medietatem radicum vel adde eam super 3. et habebis pro numero primorum hominum 2 vel 4.

Item divisi 60 in homines unicuique provenit aliquid et addidi tres homines et inter omnes divisi et accidit unicuique 26. minus quam acciderat prius : sit itaque 60. superficies *a. b. c. d.* rectangula et superficies *e. f. c. h.* fit 20. *a. i.* sit 26. et *b. f.* sit numerus additorum hominum scilicet 3. et 6. *c.* sit numerus primorum, quare *b. a.* erit id quod provenit unicuique eorum ex 60. et *b. i.* scilicet *e. f.* est id quod provenit unicuique hominum *f. c.* ex 20. et sic *c. b.* scilicet *h. i.* res et multiplicabo *h. i.* in *i. a.* proveniet res 26. pro superficie *a. d.* cui addam 20. scilicet superficiem *f. h.* et erunt duæ superficies *f. h.* et *d.* 26. res et denarii 20. quibus duabus superficiebus equantur superficies duæ quæ sint *f. i.* et *b. d.* ergo superficies *f. i.* et *b. d.* sunt res 26 et denarii 20. de quibus si auferatur superficies *b. d.* quæ est 60 remanebunt res 26. minus denarii 40. pro superficie *f. i.* quæ si dividantur per *f. b.* scilicet per 3. venient res

$\frac{1}{3}$ 8 minus denarii $\frac{1}{3}$ 13. pro linea *b. i.* quibus si addatur linea *i. a.* scilicet 26. erit tota linea *b. a.* res



$\frac{2}{3}$ 8 et denarii $\frac{2}{3}$ 12. Multiplicabo ergo *c. b.* in *b. a.* hoc est rem in res $\frac{2}{3}$ 8. et denarios $\frac{2}{3}$ 12 provenient census $\frac{2}{3}$ 8. et res $\frac{2}{3}$ 12. pro superficie *b. d.* quæ superficies est 60. ergo census $\frac{2}{3}$ 8. et res $\frac{2}{3}$ 12. equantur denariis 60. redige ergo hæc omnia ad censum unum scilicet divide ea per numerum censuum scilicet per $\frac{2}{3}$ 8. et veniet unus census et res una et $\frac{6}{13}$ rei quæ equantur denariis $\frac{12}{13}$ 6. accipe ergo dimidium de re $\frac{6}{13}$ 1 quod est $\frac{10}{26}$. et multiplica illud in se venient $\frac{361}{676}$. quibus adde cum $\frac{12}{13}$ 6 erunt $\frac{5041}{676}$. quibus invenies radicem sic : accipe radicem de 5041 quæ est 71. et divide eam per radicem de 676. scilicet per 26. exhibunt $\frac{12}{26}$ 2. de quibus abice medietatem radicem scilicet $\frac{12}{26}$ remanebunt 2. quæ equantur rei ergo homines *c. b.* fuerant 2.

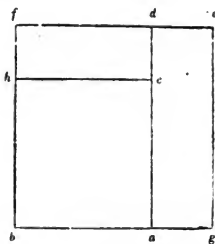
Item divisi 10 in homines et provenit unicuique aliquid et addidi 6. homines et divisi in omnes 40. et provenit unicuique illud quod evenerat prius : extrahe

10 de 40. remanent 30. quæ sunt proportio 6. hominum additorum; quare divide 30 per 6. venient 5. unicuique, in quibus etiam 5. dividatur 10 scilicet portiones primorum hominum venient 2. et tot homines fuerunt priores.

Divisi decem in duas partes et multiplicavi unam earum in se et provenit trigyplum duplum alterius partis, ergo quadratus unius partis equatur multiplicationi secundæ partis in 33. unde non oportet super hanc quæstionem aliquid dicere cum superius super regulam huic consimilem demonstravi. Est enim prima 8. secunda 2.

Emi neseio quot res pro denariis 36 emi cariores sibi invicem equalis prætii, et fuit pretium uniuscuiusque carioris denarii 3 plus pretio aliarum et inter omnes res fuerunt 10 sit itaque linea *a. b.* numerus primarum rerum et *a. g.* sit secundarum; est ergo tota *b. g.* 10 super quam secundum rectum angulum erigatur linea *a. c.* quæ sit equalis pretio uniuscuiusque vilium rerum et additur super linea *a. c.* linea *c. d.* quæ sit 3. erit ergo tota *a. d.* equalis pretio uniuscuiusque cariorum rerum et protrahatur per punctum *d.* linea *e. f.* quæ sit equalis et equidistans lineæ *g. b.* et copuletur rectæ *e. g. f. b.* per punctum *c.* protrahatur linea *e. h.* et quia linea *a. c.* est pretium uniuscuiusque rei vilioris erit multiplicatio *c. d.* in numerum multitudinis ipsarum rerum scilicet in *a. b.* 36. sed ex *c. a.* in *a. b.* provenit superficies *a. h. g.* superficies *a. h.* est 36. similiter et superficies *d. g.* est 36. quæ provenit ex *d. a.* in *a. g.* scilicet ex pretio uniuscuiusque carioris rei in nume-

rum multitudinis ipsarum. Ergo duæ superficies *d. g.* et *a. h.* sunt 72. scilicet duplum de 36. ergo tota



superficies *g. f.* est 22. et superhabundet ex eâ superficies *c. f.* quibus omnibus intellectis ponam lineam *a. b.* rem et multiplicetur *h. c.* in *c. d.* scilicet res in 3. proveniet 3. res pro superficie *c. f.* ergo tota superficies *g. f.* est 72. additis tribus rebus et quia ipsa superficies provenit ex *b. g.* in *g. c.* hoc est ex *b. g.* in *a. d.* et est *b. g.* 10. in quibus ergo si dividantur 72. et tres res proveniet $\frac{1}{3}$ 7. et $\frac{3}{10}$ rei pro linea *a. d.* de qua si auferatur linea *d. c.* quæ est 3. remanebunt pro linea *a. c.* $\frac{1}{3}$ 4. et $\frac{3}{10}$ rei et quia ex *b. a.* in *a. c.* proveniet 36. multiplica *b. a.* in *a. c.* scilicet rem in $\frac{1}{3}$ 4. et in $\frac{3}{10}$ rei provenient in multiplicatione res $\frac{1}{3}$ 4. et $\frac{3}{10}$ census que equantur denariis 36. Reintegra ergo censum tuum scilicet multiplica omnia superscripta per 10. et divide ipsas multiplicationes per 3. quæ sunt super 10. et proveniet census et radices 14. quæ equantur 120. super quæ adde quadratum medietatis radicem scilicet 49 erunt 169. de quorum radice quæ est 13. abice 7 remanebunt 6. pro radice tui census quæ radix est linea *b. a.* ergo *b. a.* est 6.

in qua si diviseris 36 venient 6. pro linea *a. c.* quibus si addatur *c. d.* erit tota *a. d.* 9. et si extrahatur *a. b.* ex 10 remanebunt 4. pro numero cariorum rerum qui numerus est linea *a. g.*

Divisi 12. in duas partes et multiplicavi unam per aliam et quod provenit divisi per differentiam ipsarum partium et provenit 4. pone pro minori parte rem et multiplica eam, per aliam scilicet per 12. minus re provenient 12. res censu diminuto quæ divide per differentiam quæ est inter portiones scilicet inter rem et 12 minus re quæ est 12. duabus rebus diminutis. Et quia sic sunt ex ipsa divisione evenire $\frac{1}{2}$ 4. multiplica $\frac{1}{2}$ 4 in 12. minus duabus rebus venient 54. rebus 9. diminutis quæ equantur 12. rebus minus censu. Restaure ergo in utraque parte censum et 9. res et veniet census et 54. quæ equantur radicibus 21. quare ex quadrato medietatis radicum scilicet ex $\frac{1}{4}$ 110. extrahe 54 remanent $\frac{1}{4}$ 56. quorum radix quæ est $\frac{1}{2}$ 7. extrahenda est ex medietate radicum scilicet *d.* $\frac{1}{2}$ 10 remanent 3. proposita re scilicet per minori parte quare maior pars est 9.

Rursus divisi 10 in duas partes et divisi maiorem partem per minorem et quod provenit addidi super 10. et multiplicavi hoc totum per 10. et provenit 115. ex multiplicatione quidem de 10 in 10. provenient 100. quibus extractis de 115 remanent 15. quæ dividè per 10. eveniunt $\frac{1}{2}$ 1. quod est id quod provenit ex divisione maioris partis per minorem, quo intellecto pone pro minori parte rem et divide per eam reliquam partem scilicet 10. minus re hoc est multiplica rem per $\frac{1}{2}$ 1 et veniet res $\frac{1}{2}$ 1 quæ equantur 10. minus re

restaure ergo rem et habebis res $\frac{2}{3}$ 2. quæ equantur 10. divide ergo 10 per $\frac{2}{3}$ 2 exhibunt 4. pro minori parte quare maior est 6.

Item divisi 10. in duas partes et divisi maiorem per minorem et quod provenit addidi super 10. et postea divisi minorem per maiorem et quod provenit addidi iterum super 10 et multiplicavi factum ex prima junctioe per factum ex secunda et provenit $\frac{2}{3}$ 122. sit itaque *a. b.* 10. quibus addatur *b. g.* scilicet id quod provenit ex divisione maioris partis per minorem et sit iterum *d. e.* 10. cui addatur *c. e.* scilicet id quod provenit ex divisione minoris partis per maiorem, et quia ex *a. g.* in *e. e.* proveniunt $\frac{2}{3}$ 122. si auferatur ex eis 100. quæ proveniunt ex *a. b.* in *d. e.* remanebunt 22. pro tribus multiplicationibus quæ sunt *b. g.* in *d. e.* et *b. g.* in *e. e.* et *e. e.* in *a. b.* de quibus si auferatur multiplicatio *b. g.* in *e. e.* quod est 1. remanebunt $\frac{2}{3}$ 22. pro duabus multiplicationibus quæ sunt *b. g.* in *d. e.* et *e. a.* in *a. b.* quæ

$$\begin{array}{ccccccc} a & & & b & & & g \\ \hline & & & & & & \\ d & & & & e & & e \end{array}$$

equantur multiplicationi summæ numerorum *b. g. e.* *e.* in 10. quare divide $\frac{2}{3}$ 21 per 10 exhibunt $\frac{1}{6}$ 2. quæ sunt summa numerorum *b. g.* et *e. e.* et si reducta est hæc quæstio ad unam ex antecedentibus quæstionibus in qua denarios divisi 10. in duas partes et divisi istam per illam, et illam per istam et quæ proveniunt ex divisionibus aggregavi et illud fuit $\frac{1}{6}$ 2. operare ergo

secundum illam regulam et inuenies illas partes esse 4 et 6. et scias quia quotiens habueris duos numeros et diuideris maiorem et minorem per maiorem et multiplicerint id quod prouenit ex una diuisione id quod prouenit ex alia semper ex eorum multiplicatione procreabitur 1. et ideo dixi 1. evenire ex *b. g. in d. e.* Item addatur diuisio maioris per minorem super 10. et diuisio maioris partis super maiorem tollatur de 10. et quæ provenerit multiplicetur ex ipsa multiplicatione proveniat $\frac{1}{3}$ 107. sit itaque numerus *a. b.* id quod prouenit ex diuisione maioris portionis et super minorem et *b. d.* sit id quod prouenit ex diuisione maioris minorem et multiplica 10 per 10 proveniunt 100. et multiplica *a. b.* additum in *d. b.* diminutum prouenit 1. diminutum quo extracto de 100. remanent 99. quibus extractis de $\frac{1}{3}$ 107. remanent $\frac{1}{3}$ 8. quæ proveniunt ex multiplicatione *a. b.* in 10. extracta inde multiplicatione *d. b.* diminuti in 10. ergo $\frac{1}{3}$ 8 proveniunt ex 10. multiplicatis in superfluum quod est inter *b. d.* et numerum *a. b.* quod superfluum est *a. d.* dividantur ergo *a. d.* in duo equa

$$\begin{array}{ccccccc} & a & & e & & d & & b \\ \hline \end{array}$$

super *e.* erit ergo multiplicatio *d. b.* in *a. b.* cum quadrato numeri *e. d.* equalis quadrato numeri *e. b.* prouenit enim ex *b. d.* in *a. b.* cui si addatur quadratus numeri $e. \frac{1}{3}$ 8 per 10. proveniunt $\frac{5}{6}$. unius pro numero *a. d.* dividantur ergo *d.* scilicet $d. \frac{5}{12}$ erunt $\frac{169}{144}$. quorum radix scilicet $\frac{13}{12}$ est numerus *b. e.* cui si addatur *e. a.* habebitur $\frac{1}{2}$ 1. pro numero *a. b.* et si

auferatur *e. d.* ex *e. b.* scilicet $\frac{3}{12}$ de $\frac{13}{12}$ remanent $\frac{2}{3}$.
 pro numero *b. d.* deinde poné rem pro maiori parte
 et divide eam per reliquam partem scilicet per 10
 minus re proveniet $\frac{1}{2}$ 1. quare si multiplicat $\frac{1}{2}$ 1 per
 10 minus re habebis 5. et rem $\frac{1}{2}$ 1. quæ equantur rei
 quare res $\frac{1}{2}$ 2. equantur 15. divide ergo 15 per $\frac{1}{2}$ 2.
 provenient 6. quæ sunt maior pars. Aliter quia ex
 divisione maioris partis in minorem provenerit $\frac{1}{2}$ 1.
 ergo minor pars est in maiori semel et semis et est
 etiam illa minor pars in se, semel ergo est in 10 bis
 et semis, quare si divideris 10 per $\frac{1}{2}$ 7. provenient 4.
 pro minori parte. Et si proponatur quod super ma-
 iorem portionem ponatur prædictis numerus *a. b.* et
 super minorem ponatur prædictis numerus *b. d.* et
 multiplicentur et veniunt 35. multiplicetur quidem
a. b. in *b. d.* provenit 1. quo extracto de 35 remanent
 34. et multiplicetur *a. b.* in minorem partem, et
 proveniet maior pars, et multiplicetur *b. d.* in maio-
 rem partem et veniet pars minor ergo ex his duabus
 multiplicationibus proveniunt 10. quibus extractis de
 34. remanent 24. pro multiplicatione unius partis
 earum in aliam quæ extrahis de quadrato medietatis
 de 10 remanent 1. cuius radix scilicet 1. tolle de 5. et
 addé super 5. et habebis 4 et 6. pro quæsitis partibus.

Rursus divisi 10. in duas partes et divisi illam per
 istam et istam per illam et quæ ex divisione provenie-
 runt addidi super 10. et in id quod provenit mul-
 tiplicavi alteram partium et provenerunt 114. sit
 itaque *a.* una ex prædictis partibus, quam pone
 rem, et *b. g.* sit 10. super quæ addantur numeri *g. d.*
 et *d. e.* qui proveniant ex divisione partium inter se.

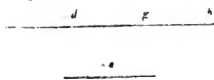
et quia ex *a.* in *b. e.* proveniunt 114. ergo ex *a.* in *b. g.* et in *g. d.* et in *d. e.* proveniet in summa similiter 114. quæ si auferatur inde id quod provenit ex *a.* in *b. g.* scilicet multiplicatio rei in 10. remanebunt 114. minus 10. rebus pro multiplicatione numeri *a.* in *g. e.* de quo si extraheris multiplicationem ex *a.* in *g. d.* scilicet in id quod provenit ex divisione alterius partis per *a.* ex qua multiplicatione surgit pars divisa quæ est 10. minus re remanebunt 104. minus 9. rebus pro multiplicatione *a.* in *d. e.* scilicet est *d. c.* id

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \quad g \quad d \quad e \end{array}$$

quod provenit ex portione *a.* divisa per aliam partem et quia manifestum est cum unus numerus dividitur per alium et in hoc quod provenit ex divisione multiplicatur numerus divisus id quod ex ipsa multiplicatione equale ei provenit est quod proveniret si quadratus divisi divideretur per divisorem; ergo multiplicatio *a.* divisi in *d. e.* equantur divisioni quadrati numeri : *a.* in secundam partem scilicet in 10. minus re. Quare multiplicatur *a.* in se provenit census qui cum dividitur per 10. minus re proveniunt 104. minus 9. rebus; quare si multiplicaveris 10. minus re in 104. minus 9. rebus venient 1040 et 9. census diminutis 194. rebus quæ equantur censui, restaura ergo res diminutas et extrahe unum censum ab utraque parte remanebunt 8. census et denarii 1040. quæ equantur rebus 194. divide ergo hæc omnia per numerum censuum et veniet census et denarii 130. quæ

equantur rebus $\frac{1}{2}$ 24. procede ergo secundum suam regulam et inuenies partes esse 2 et 8.

Divisi 10. in duas partes et divisi maiorem per minorem et quod provenit multiplicavi in hoc quod est inter utramque partem et dividatur $a. b.$ in $g. b.$ et proveniat $e.$ ex multiplicatione ergo $e.$ in $a. g.$ provenient 24. et ex $e.$ in $g. b.$ provenit divisus scilicet $a. b.$ ergo ex $e.$ in $a. b.$ proveniunt 24 et res una scilicet id quod provenit ex $e.$ in $a. b.$ equantur ei quod provenit ex quadrato numeri $a. b.$ divisio in $g. b.$ Ergo si di-



vidatur quadratus numeri $a. b.$ per numerum $g. b.$ proveniet 24. et res una ; ergo si multiplicaverimus $g. b.$ scilicet 10 minus re, in 24, et rem unam proveniet quadratus numeri $a. b.$ scilicet census : nam multiplicatio de 24. addita re in 10. re diminuta sic fit ex 10 in 24. veniunt denarii 240. et ex 10. in re addita veniunt decem res additæ et ex 24. in re diminuta veniunt 24. res diminutæ a quibus si auferantur 10. res additæ remanebunt 14. res diminutæ et ex re addita in rem diminutam provenit census diminutus et sic habentur prodicta multiplicatione denarii censu 240. diminutis et rebus 14. quæ equantur censui : quare addatur utrique parti census et res 14. venient duo census et res quæ equantur denariis 240. Quare unus census et radices 2. equantur denariis 120. vel aliter quia ex $e.$ in $a. b.$ proveniunt 24, et res una et ex $e.$ in $g. b.$ provenit res una; ergo ex $e.$ in 10 proveniunt 24 et duæ res. Quare si

dividantur 24. et duæ res per 10. venient denarii $\frac{1}{3}$ 2. re et $\frac{1}{3}$. pro numero *e*. quæ simul triplicata fuerint per numerum *b*. *g*. scilicet per 10. minus re provenient denarii 24. minus $\frac{1}{3}$ census et $\frac{2}{3}$ rei quæ equantur rei scilicet numero *a*. *b*. cum proveniat ex *e*. in *g*. *b*. Adde ergo utrique parti $\frac{1}{3}$ census et $\frac{2}{3}$ rei, veniet $\frac{1}{3}$ census et res una et $\frac{2}{3}$ quæ equantur denariis 24. Quincupla ergo hæc omnia et erit similiter census et septem res quæ equantur denariis 120. dimidia ergo radices et re et invenies 10. divisa fuisse in 8 et 2.

Divisa 10. in duas partes divisi istam per illam et illam per istam et quod provenit multiplicavi in unam partem et fuit 34. sit maior pars *a*. et minor sit *b*. et dividatur *a*. per *b*. et veniet *d*. et *b*. per *a*. et venit *g*. multiplicavi ergo coniunctum ex *g*. *d*. in *a*. et provenit 34. Pone ergo *a*. rem remanebit *b*. 10.

$$\begin{array}{r} a \\ \hline g \end{array} \qquad \begin{array}{r} b \\ \hline d \end{array}$$

minus re; et multiplicatur *d*. per *a*. et veniet *b*. scilicet 10 minus re quæ extrahantur de 34 remanent 24. Addita re pro multiplicatione numeri *d*. in *a*. quæ multiplicatio equatur divisioni quadrati ex numero *a*. in *b*. quare si multiplicetur *b*. scilicet 10. minus re per 24. re addita venient omnia quæ dicta sunt in antecedenti quæstione.

Divisi 10. in duas partes et divisi istam per illam et illam per istam et differentiam quæ provenit inter exeuntes numeros ex divisione multiplicavi per unam partem et fuerunt 5. sit iterum maior pars *a*. minor 25.

quoque sit b . et ex divisione a . in b . proveniat g . d .
 et ex b . in a . proveniat e . d . quare g . e . est id in quo
 multiplicatur a . et proveniunt 5. pone itaque pro a .
 scilicet pro maiori parte rem; erit ergo b . 10. minus
 re et multiplicetur g . e . in a . venient 5. et e . d . mul-
 tiplicetur iterum in a . veniet b . quo addito cum 5
 faciunt 15. minus re : ergo ex multiplicatione g . d .

$$\begin{array}{r} \frac{a}{} \quad \frac{b}{} \\ \hline \frac{e}{} \quad \frac{d}{} \end{array}$$

in a . proveniunt 15. minus re et est g . d . id quod pro-
 venit ex a . diviso in b . quæ multiplicato equatur
 divisioni quadrati numeri a . in b . ergo si dividatur
 quadratus numeri a . per b . proveniunt 15. minus re :
 quare si multiplicabitur numerus b . scilicet 10. minus
 re in 15. minus re veniunt denarii 150. et census
 diminutis inde 25. radicibus quæ equantur censui :
 quare si addantur 25. radices utrique parti et aufe-
 ratur census ab eis remanebunt denarii 150. quæ
 equantur 25. radicibus : divide ergo 150 per 25. ve-
 nient 6. pro unaquaque radice scilicet pro numero a .
 quare b . est 4.

Divisi 10. in duas partes et divisi unam per aliam
 et quod provenit addidi parti per quam divisi et fuit
 25. pone pro prima parte rem quæ sit a . et pro se-
 cunda 10. minus re quæ sit b . g . et dividatur a . per
 b . g . et proveniat g . d . ergo b . d . est $\frac{1}{2}$ 5. de qua si
 auferatur b . g . scilicet 10. minus remanebit res minus
 denariis $\frac{1}{2}$ 4. pro numero g . d . et quia numerus a .
 divisus est per b . g . et provenit g . d . si multiplicaveris

b. g. in g. d. nimirum a. provenit; ergo multiplica 10. minus re per rem minus denariis $\frac{1}{2}$ 4. quæ multipli-

$$\begin{array}{c} a \\ \hline b \quad c \end{array}$$

catio sic fit ex 10. in rem additam veniunt decem res et ex re diminuta in $\frac{1}{2}$ 4. diminuta veniunt res $\frac{1}{2}$ 4. additæ et sic habentur res $\frac{1}{2}$ 14 additæ et ex 10. additis in $\frac{1}{2}$ 4. diminuta veniunt 45. traginea diminuta et ex re addita in rem diminutam provenit census diminutus et sic pro quæsita multiplicatione habentur res $\frac{1}{2}$ 14 diminutis censo et denariis 45. quæ equantur rei. Restaure ergo utrique parti diminuta et etiam de utraque tolle rem et veniet census et denarii 45. qui equantur rebus $\frac{1}{2}$ 13. extrahe ergo 45. ex quadrato medietatis radicum scilicet de $\frac{9}{16}$ 45. remanebunt $\frac{2}{16}$ quorum radix quæ est $\frac{3}{4}$. si de medietate radicum scilicet de $\frac{3}{4}$ 6. auferatur remanebit 6. quæ equantur rei, quare relique portio scilicet *b. g.* est 4.

Divisi 10. in duas partes et divisi unam per aliam, et quod provenit addidi parti divisæ et hoc totum multiplicavi per aliam partem et fuit 30. ponam siquidem rem pro re divisa quæ sit *a. b.* et pro alia parte ponam 10. minus re, quæ fuit *g.* et dividatur *a. b.* in *g.* et proveniat *b. d.* ergo ex *a. d.* in *g.* pro-

$$\begin{array}{c} a \quad b \quad d \\ \hline g \end{array}$$

veniunt 30. scilicet ex *a. b.* in *g.* proveniunt 10. res

minus censu et ex *b. d.* in *g.* rediit res divisa et sic pro *a. d.* in *g.* veniunt res 11. minus censu quæ equantur 30. Adde ergo censum utrique parti et habebis censum et denarios 30. qui equantur 11. rebus : operare ergo per illud et venies primam partem fuisse 6. secundam 4.

Divisi 10. in duas partes et divisi unam partem per aliam et hoc quod exiit multiplicavi per divisam partem et fuerunt 9. sit itaque prima pars *a.* quæ sit res, secunda sit *b.* quæ est 10. minus re et dividatur



a. per *b.* et veniet *d.* ergo ex *d.* in *a.* veniunt 9. quod idem est si dividatur quadratus numeri *a.* per *b.* ergo si multiplicabis *b.* scilicet 10. minus re in 9. proveniet quadratus numeri *a.* scilicet census : ergo denarii 90. minus rebus qui proveniunt ex 9 in 10. minus re equantur censui. Restauratis igitur 9. rebus veniet quod census et 9. rebus equantur denariis 90. est eritque prima pars 6 secunda 4.

Est census de quo si auferatur 72. remanebit radix eius ex hac quidem positione cognoscitur quod res et denarii 72. equantur censui, quare quadratum medietatis unius scilicet $\frac{1}{4}$ adde super 72. erunt $\frac{1}{4}$ 72. super quorum radicem scilices super $\frac{1}{2}$ 8. adde $\frac{1}{2}$ erunt 9. quæ sunt radix census et census quæsitus est 81.

Sunt duo numeri quorum maior excedit minorem

in 6. et divisi minorem per maiorem et provenit $\frac{1}{3}$:
 pone pro minori rem quare major erit res et denarii 6.
 et quia ex divisione minoris per maiorem provenit $\frac{1}{3}$.
 ergo si multiplicabitur $\frac{1}{3}$ per minorem numerum pro-
 venit numerus divisus scilicet minor; ex multiplica-
 tione quidem maioris numeri per $\frac{1}{3}$ provenit tertia
 rei et denarii 2. quæ equantur rei; abice ergo $\frac{1}{3}$ rei
 ab utraque parte remanebunt $\frac{2}{3}$ rei quæ equantur de-
 nariis 2. reintegra ergo rem tuam et venient res quæ
 equantur 3. ergo minor numerus est 3. super quem
 adde 6 erunt 9. pro numero. Aliter sit maior nume-
 rus *a. b.* et *a. c.* sit minor ergo *c. b.* est 6. et quia

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{6}$$

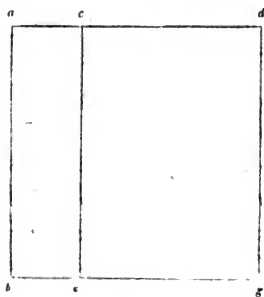
divisio *a. c.* in *a. b.* provenit $\frac{1}{3}$ ergo proportio *a. b.* ad
a. c. ut sicut 3. ad 1. et cum divideris erit sicut 2. ad 1.
 ita *b. c.* ad *c. a.* Ergo *a. c.* est dimidium ex *e. b.* velut
 quia divisio *a. c.* per *a. b.* provenit $\frac{1}{3}$ unius integri
a. c. tertia ex *a. b.* quare si duplicatur *a. c.* erunt
 tres res quæ equantur rei et tribus dragmis, etc.

Est numerus de quo eieci tertiam eius et denarios
 4 et eius quod remansit proieci quartam et quod re-
 mansit fuit radix primi numeri: pone pro ipso numero
 census de quo abice tertiam remanebunt duæ tertiæ
 census de quo etiam abice 4. remanebunt $\frac{2}{3}$ census
 minus denariis 4. de quibus abice quartam remane-
 bunt $\frac{1}{2}$ duarum tertiarum census minus $\frac{3}{4}$ de dena-
 riis 4. hoc est medietas census minus denariis 3. quæ
 equantur radici positi census. Restaura ergo 3 denarios
 remanebit medietas census quæ equantur rei et de-
 nariis 3. quare census equatur duabus radicibus et

denariis 6. Adde ergo super 6. quadratum medietatis radicum provenit utique binomium pro radice quæsiti census, quod binomium est radix de 7. et denarius 1. quod cum in se multiplicaveris provenient 8 et radix de 28. pro quæsito censu.

Est de quo projecti tertiam et quod remansit multiplicavi per tres radices ipsius et provenit idem census tu scis quia cum multiplicatur tertiam radice per tres radices tum provenit inde unus census quare $\frac{2}{3}$ quæsiti census est $\frac{1}{2}$ qui in se multiplicato facit $\frac{1}{4}$ pro quantitate census.

Item est census de quo extraxi 3. radices ipsius et additi eas cum 4. radicibus residui et fuerunt 20. pone pro ipso censu tetragonum *a. b. g. d.* cuius radix est *b. g.* et auferatur ex linea *b. g.* recta *g. e.* quæ sit 3. cui equalis sit recta *d. e.* et copuletur *e. e.* ergo superficies *e. d.* equatur tribus radicibus census *b. d.* qua extracta ex superficie *b. d.* remanet superficies *b. e.* cuius 4. cum superficie *e. d.* sunt 20. ergo si ex 20. auferantur tres radices census *b. d.* rema-

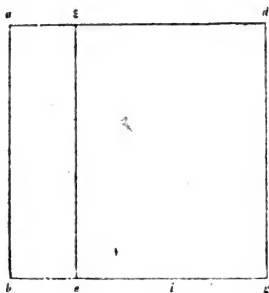


nebunt 10. minus tribus radicibus quæ equantur 4.

radicibus superficies *b. e.* quare quarta pars ex 20. minus tribus radicibus scilicet 5. minus $\frac{3}{4}$ unius radicis equantur uni radici superficiei *b. e.* quare multiplicetur 5. minus $\frac{3}{4}$ radicis in se erunt denarii 25 et $\frac{9}{16}$. census minus radicibus $\frac{1}{2}$ 7. quæ equantur superficies *b. c.* hoc est censui *b. d.* minus tribus radicibus suis que sunt superficies *c. d.* quare si communiter addatur res $\frac{1}{2}$ 7 erunt $\frac{9}{16}$. census et denarii 25. quæ equantur censui et rebus $\frac{1}{2}$ 4. Unde si communiter auferantur $\frac{9}{16}$ census remanebunt $\frac{7}{16}$. census et res $\frac{1}{2}$ 4. quæ equantur denariis 25. Redige ergo hæc omnia ad censum unum scilicet multiplica ea per 16. et divide per 7. et erit census unus et res $\frac{2}{3}$ 10. quæ equantur denariis $\frac{1}{7}$ 57. super quos adde ergo quadratum medietatis radicem et est et invenies radicem *b. g.* esse 4 censum *b. d.* 16.

Et si proponatur quod tres radices census *b. d.* cum quatuor radicibus residui scilicet superficiei *b. e.* equantur censui *b. d.* et denariis 4. extrahe ergo ex censu et denariis 4. radices 3. remanebit census 4. minus tribus radicibus quæ equantur 4. radicibus superficiei *b. e.* scilicet superficies *b. e.* equantur censui *b. d.* minus tribus suis radicibus, ergo superficies *b. e.* cum denariis 4. equantur 4. radicibus ipsius: pone ergo pro superficie *b. e.* censum qui cum denariis 4 equatur 4 radicibus, extrahe ergo 4 ex quadrato medietatis radicem scilicet de 4. remanebit zephirum quo addito vel diminuto a medietate radicem reddit 2. pro radice positi census quibus 2. in se multiplicabis reddunt 4. pro ipso censu scilicet pro superficie *b. e.* quod etiam fit ex *b.* in *e. e.* hoc

est ex $b. e.$ in $b. g.$ ergo ductu $b. e.$ in $b. g.$ veniunt 4. dividatur ergo $e. g.$ in duo equa sicut $i.$ erit quæque



portio $e. i.$ et $i. g.$ $\frac{1}{2}$ 1 et quia ex $b. e.$ in $b. g.$ proveniunt 4. si eis addatur quadratus lineæ $a.$ scilicet $\frac{1}{4}$ 2. habebuntur pro quadrato lineæ $b. a.$ $\frac{1}{4}$ 6. quare si super eorum radicem scilicet super $\frac{1}{4}$ 2. addatur linea $i. g.$ scilicet $\frac{1}{2}$ 1. habebuntur 4. pro linea $b. g.$ quare census $b. g.$ est 16. cuius radices scilicet superficies $e. d.$ sunt 12. remanent ergo 4. pro superficie $b. e.$ cuius quatuor radices sunt 8. quibus additis cum 12. reddent denarios 4. super censum $b. d.$ ut quærebatur.

Et si dicatur est census de quo extrahi 8 radices et addidi cas cum 10. radicibus residui et provenit census et denarii 21. eodemque modo invenies censum qui cum 21 æquetur decem suis radicibus eritque 9. licet 49. unus quorum habeatur pro superficie $b. e.$ quam si potuerimus esse 9. erit tetragonum $b. d.$ ratiocinatum, quod sic probatur quia ex ductu $b. e.$ in $b. g.$ provenit 9. si addatur quadratus numeri $e. i.$

scilicet 16 erit 75. quorum radix scilicet 5. est linea *b. i.* quibus si addatur *i. g.* scilicet 4. erit tota *b. g.* ratiocinata quæ erit 9. quare census *b. d.* est 81. et si ex *i. b.* auferatur *i. e.* remanebit *i. b.* unum et si ponam superficiem *b. e.* 49. erit radix eius 7. et est media in proportionem inter *b. e.* et *e. e.* quare ex *b. e.* in *e. e.* hoc est ex *b. e.* in *g. b.* veniunt 49. quibus si addantur 16. scilicet quadratus numeri *c. i.* provenient 65. super quorum radicem si addantur *i. g.* erit tota *a. g.* binomia quinta scilicet radix de 65. et denarii 4. et si auferatur *i. e.* ex *i. b.* remanebit *e. b.* recisum quod est radix de 65. minus 4 quæ multiplicata per *e. e.* scilicet per radicem de 65. et per 4. proveniunt 49. pro superficie *b. e.*

Adhuc si dictum fuerit est census cuius 4. radices multiplicavi per 5. radices eius et quod venit fuit quadruplum census et denarii 48. ex ductis quidem 4. radicibus in 5. in radices venit 20. census qui equantur quatuor censibus et denariis 48. quare si communiter auferatur 4. census remanebunt census qui equantur censibus quatuor et denariis, quare si communiter auferantur census remanebunt 16. census qui equantur denariis 48. quare divide 48 per 16. venient 3. pro quantitate quæsi census. Item est census cuius $\frac{1}{13}$ equantur $\frac{1}{7}$ radices eius. Reduc ergo hæc omnia ad censum unum et erit quod census equatur radici $\frac{6}{7}$ 1. ergo radix census est $\frac{6}{7}$ 1. qua radice in se multiplicata redde $\frac{169}{49}$. Item est census quem si multiplicas in quadruplum ipsius veniunt 20. erit eius regula quod cum multiplicas ipsam in se provenient 5. ipse namque est

radix 5. item est census quem in tertiam sui multiplicavi et provenit 10. erit eius consideratio quoniam cum multiplicas ipsam in se proveniunt 30. Dic ergo quod census est radix de 30. Item est census quo multiplicato per quadruplum ipsius provenit tertia dragmæ, ergo si multiplicabitur ille census in duodecuplum ipsius provenit unum ergo ille census in est $\frac{1}{12}$. Item est census quo multiplicato in radicem ipsius provenit triplum census primi erit eius consideratio quoniam cum multiplicas radicem census in tertiam ipsius provenit census, dico quod istun census tertia est radix eius et ipse est 9. Item multiplicavi tertiam census et denarium in quartam eius et duos denarios et provenit census et augmentum 13. denariorum pone pro ipso censu rem et multiplica testiam rei in quartam eius et provenit duodecima pars census et testia rei in duos denarios et quarta rei in denarium et denarius in duos denarios et si habebis duodecimam census et $\frac{1}{12}$ rei et denarios 2. qui equantur rei et denariis 3. tolle ergo ab utraque parte $\frac{1}{12}$. rei et duos denarios remanebit itaque duodecima census quæ equatur duodecima rei et denariis 11. multiplica ergo hæc omnia per 12. et veniet census qui equatur uni rei et denariis 132. etc.

Est numerus de quo si auferatur $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ et denarii 4. remanebit siquidem radix eius; pone pro ipso numero rem et extrahe ex eo $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ et denarios 4. remanebunt itaque $\frac{7}{12}$. rei minus denarios 4. qui sicut radix positæ rei quare multiplica eo in se et quod provenit equabitur rei: nam multiplicabis $\frac{5}{12}$ rei in se proveniunt $\frac{25}{144}$ census et ex duplo de $\frac{5}{12}$ rei in de-

nariis 4. diminutis veniunt res $\frac{1}{3}$ 3. diminutæ. Et ex denariis 4. in denarios 4. diminutos veniunt denarii 16. additi quæ omnia equantur rei adde ergo utrique parti res $\frac{1}{3}$ 3 venient res $\frac{1}{3}$ 4. quæ equantur $\frac{24}{144}$ census et denariis 16. reddite ergo hæc omnia ad censum unum scilicet multiplica unum quodque ipsorum numerorum per 144. et divide unamquamque multiplicationem per 25. et veniunt radices $\frac{24}{25}$ 24. quæ equantur censui et denariis $\frac{4}{25}$ 92. et invenies censum esse binomium scilicet $\frac{12}{25}$ 12. et radicem de $\frac{369}{625}$ 63. et si dictum fuerit quod multiplicato prædicto residuo scilicet $\frac{5}{12}$ rei minus denariis 4. in se faciant 12. ultra primum numerum tunc eodem ordine erunt $\frac{25}{144}$ census et dinarii 4. qui equantur radicibus $\frac{1}{3}$ 4 et cum redigeris ea ad censum unum erit census et denarii $\frac{1}{25}$ 23. qui equantur radicibus $\frac{24}{25}$ 24. operare ergo per ea et invenies quæ sint numerum esse 24.

Multiplicavi numerum per 4. radices ipsius et provenit septuplum ipsius numquam multiplicabitur numerus aliquis per aliquid ex qua multiplicatione provenit septuplum multiplicati nisi multiplicetur ipse numerus per 7. ergo cum multiplicatur quæsitus numerus per 4. radices eius tunc ipse multiplicatur per 7. unde manifestum est quod radices 4. prædicti numeri equantur denariis 7. ergo radix eius est $\frac{3}{4}$ 1. quod provenit ex 7. divisus in 4. qua radice in se multiplicata provenient $\frac{1}{16}$ 3. proquæsito numero. Item est numerus de quo projecit quartam ipsius residuumque multiplicavi per 4. radices eius et provenit septuplum illius et quia ex multiplicatione de

$\frac{1}{4}$ quæsiti numeri in 4. radices eius provenit septuplum eius si multiplicabitur pars extracta scilicet $\frac{1}{4}$ per 4 radices prædictas provenit duplum eiusdemque numeri. Ergo si multiplicabitur numerus quæsitus per 4 radices eius nimirum proveniet cotuplum eiusdem numeri ; ergo 4. radices equantur denariis 8. ergo radix quæsiti numeri est 2. et ipsi numerus est 4.

Item numerus est de quo projecit 4. radices ipsius et de residuo accepi $\frac{1}{4}$ et fuit equale radicibus 4. ergo cum $\frac{1}{4}$ pars residui equatur 4 radicibus totum ergo residuum equabitur radicibus 16. quibus si addantur radices 4. quæ fuerunt proiectæ totus numerus quæsitus equabitur 20. radicibus quare radix eius est 20. et ipse numerus est 400. Item est numerus de quo projecit 3. radices ipsius et quod remansit fuit radix quadrupli ipsius numeri pro quadrato prædicto accipe radicem de 4. quæ est 7. et adde eam cum 3. propter 3. radices erunt 5. quæ sunt radix numeri quæsiti et ipsi numerus est 25.

Rursus est numerus quo multiplicato per $\frac{1}{3}$ ipsius proveniunt 5. dic ergo cum ex multiplicatione prædicta venient 5. si multiplicatur idem numerus per tertium ipsius provenient $\frac{1}{3}$ 2. ergo si numerus multiplicabitur in se faciat $\frac{1}{3}$ 7. ergo ipse numerus est radix de $\frac{1}{3}$ 7. Nam si vis scirr qualiter ipse multiplicetur per $\frac{2}{3}$ ipsius multiplicata ipsum in se erunt $\frac{1}{3}$ 7. et multiplicata $\frac{2}{3}$ ipsius in se erunt $\frac{4}{9}$ quas partes accipe de $\frac{1}{3}$ 7. erunt $\frac{1}{3}$ 3 quæ multiplica per $\frac{1}{3}$ 7. venient 25. quorum radix scilicet 5. est summa quæsitatæ multiplicationes ut oportet.

Item est numerus de quo extracta tertia ipsius et

denariis 6. residuum si in se multiplicabitur reddet duplum ipsius numeri quamvis hæc ad unam ex 6. regulis algebræ produxi veleant tamen qualiter proportionaliter fieri debeant indicabo. Sit itaque numerus quæsitus linea $a. b.$ de quo auferatur linea $b. g.$ quæ sit tertia numeri $a. b.$ remanebit numerus $a. g.$ $\frac{2}{3}$ numeri $a. b.$ de quo etiam auferatur linea $g. d.$ quæ sit 6. remanebit ergo numerus $a. d.$ qui est radix est duplo numeri $a. b.$ quare reperiendus est numerus qui cum multiplicatus fuerit per numerum $a. g.$ faciat duplum numeri $a. b.$ eritque 3. ergo multiplicatio numeri $a. g.$ in 3. equatur multiplicationi $a. d.$ in se. Ergo est sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $a. d.$ ad 3 maiorem $a. g.$ quam $a. d.$ maior ergo $a. d.$ quam 3. auferatur itaque 3. ex numero $a. d.$ sit itaque $a. e.$ et quoniam est sicut $a. g.$ ad $a. d.$ ita $a. d.$ ad $a. e.$ erit ergo cum divideris sicut notus $g. d.$ ad $d. a.$ ita $d. e.$ ad $e. a.$ notum multiplicabis ergo $g. d.$ notum in $a. e.$ notum, scilicet 6 per 3. erunt 18. quibus equatur multiplicatio $e. d.$ in $a. d.$ quare si superaddatur quadratus medietatis numeri $a. e.$ scilicet $\frac{1}{4} 2.$ erunt $\frac{1}{4} 20.$ super quorum radicem scilicet super $\frac{1}{2} 4.$ adde medietatem numeri $a. e.$ quæ est $\frac{1}{2} 1.$ venient 6. pro numero $a. d.$ cui addantur 6. scilicet numerus $d. g.$ erit numerus $a. g.$ 12. quæ sunt $\frac{2}{3}$ numeri $a. b.$ multiplicetur ergo 12 per 3. et dividantur per 2. vel super 12. addatur medietas eorum venient 18. pro toto numero $a. b.$ et si proponatur quod ex ductu $a. d.$ in se proveniat numerus $a. b.$ cum augmento denariorum 18. invenies numerum quo multiplicato per numerum $a. g.$ faciat equale numero $a. b.$ eritque $\frac{1}{2} 1.$ qui sit linea

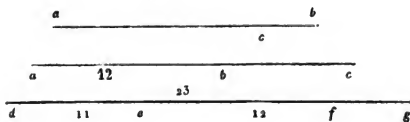
a. e. ergo ex *a. e.* in *a. g.* provenit numerus *a. b.* ergo si ex ipsa multiplitatione auferatur multiplicatio ex *a. e.* in *d. g.* scilicet ex $\frac{1}{2}$ 1. in 6. remanebit multiplicatio *a. e.* in *a. d.* equalis numero *a. b.* diminutis inde 9. scilicet ex *a. d.* in se provenit 18. ultra numerum *a. b.* ergo multiplicatio *a. d.* in se super multiplicationem ex *a. e.* in *a. d.* in 27. sed multiplicatio *a. d.* in se equatur duabus multiplicationibus quæ sunt ex *a. e.* in *a. d.* et ex *e. d.* in *a. d.* ergo multiplicatio *e. d.* in *a. d.* est 27. cui addatur quadratus medietatis numeri scilicet $\frac{9}{16}$ erunt $\frac{27}{16}$ 77. super quorum radicem quæ est $\frac{1}{4}$ 5. si addideris $\frac{3}{4}$. scilicet dimidium numeri *a. e.* veniunt 6. pro numero *a. d.* super quem si addideris numerum *d. g.* erunt pro numero *a. g.* super quem si addideris dimidium eius erit totus numerus *a. b.*

Adhuc est numerus de quo proiecimus tertiam eius et denario 6. et quod remansit multiplicavi per 5. et rediit idem numerus: sit itaque linea *a. b.* numerus quæsitus cuius tertia sit *b. c.* et *c. d.* fit 6. et linea *g. h.* sit 5. et auferatur ex *g. h.* numerus *g. f.* qui sit $\frac{1}{2}$ 1. in quo multiplicatus numerus *a. c.* facit numerum *a. b.* et *a. d.* in *g. h.* facit similiter numerum *a. b.* quare est sicut *c. a.* ad *d. a.* ita *h. g.* ad *f. g.* erit ergo cum dividetur sicut *c. d.* primus ad *d. a.* secundum: ita *h. f.* tertius ad *f. g.* quantum ergo multiplicatio *c. d.* in *f. g.* scilicet de *b.* in $\frac{1}{2}$ 1. quæ multiplicatio est 9. equatur multiplicationi

$$\frac{a \quad d \quad c \quad b}{g \quad f \quad h}$$

d. a. ignoti in *h. f.* notum quare si dividantur *g.* per *h. f.* scilicet per $\frac{1}{2} 3$. venient $\frac{4}{7} 2$. pro numero *a. d.* cui si addatur numerus *d. c.* erit *a. c.* $\frac{4}{7} 8$. super quem si addatur dimidium eorum venient $\frac{6}{7} 12$. pro toto numero *a. b.* Et si ex *a. d.* in 5. scilicet in *g. h.* proveniant 24. ultra numerum *a. b.* erit tota multiplicatio *g. f.* in *a. d.* novem minus multiplicatione *g. f.* in *a. c.* quæ provenit ex *g. f.* in *d. e.* hoc est ex $\frac{1}{2} 1$. in 6. ergo ex *g. h.* in *a. d.* provenient *g.* diminuta de numero *a. b.* quæ si addantur super 24. erunt 33. quæ proveniunt ex *f. b.* in *a. d.* quare si dividantur 33. per $\frac{1}{2} 3$. scilicet per *f. h.* venient $\frac{3}{7} 9$. pro numero *a. d.* quare numerus *a. c.* est $\frac{8}{7} 15$. quibus si addatur dimidium eorum scilicet $\frac{4}{7} 6$. erunt $\frac{5}{7} 23$. pro toto numero *a. b.*

In quadam negotiatione quidam habuit libras 12 capitalis cum quibus lucratus est aliquid in mensibus tribus super quod totum scilicet super capitale et lucrum quidam alius addidit libras 11. et cum his omnibus lucratus est proportionaliter secundum quod lucratus fuerat primum et in capite duodecim mensuum lucratus est aliquid et fuit totum lucrum duodecim mensium et trium libræ 9. quæritur quot ex ipso lucro cadit unicuique ipsorum vel quot lucrabatur in unoquoque mense per libram. Ponam pro libris 12. lineam *a. b.* et pro lucro eorum trium men-



sium lineam *b. c.* et jaceat linea *e. g.* equalis lineæ
11. 26

a. c. et auferam ab ea lineam *f. g.* equalem lineæ *b. c.* remanebit *e. f.* equalis lineæ *a. b.* et addam lineæ *c. g.* lineam *d. e.* quæ sit 11. erit ergo tota *d. f.* 23. et sit *g. h.* lucrum numeri *d. g.* in uno anno erit ergo coniunctum ex *g. h.* in *b. c.* 9. et quia annus quadruplus est trium mensium accipiam ex *g. h.* quartam eius quæ sit *g. i.* erit ergo lucrum in tribus mensibus totius numeri *d. g.* quare proportionaliter est sicut *a. b.* ad *b. c.* ita *d. g.* ad *g. i.* et quia numerus *g. h.* quadruplus est numeri *g. i.* erit sicut *a. b.* ad *b. c.* ita quadruplum ex *d. g.* ad *g. h.* Permutatim ergo sicut quadruplum ex *d. g.* ad *a. b.* ita *g. h.* ad *b. c.* Coniunctum ergo sicut quadruplem ex *d. g.* cum *a. b.* ad *a. b.* ita coniunctum ex *g. h.* et *b. c.* ad *b. c.* Cum enim quatuor quantitates proportionales sunt erit multiplicatio primæ in quartam, sicut multiplicatio secundæ in tertiam. Quare quod fit ex coniuncto quadrupli *d. g.* cum *a. b.* in *b. c.* est sicut illud quod fit ex *a. b.* in coniunctum ex *g. h.* cum *b. c.* est enm *a. b.* 12. et *g. h.* cum *b. c.* sunt 9. quorum multiplicatio surgit in 108. ergo multiplicatio coniuncti ex quadruplo *d. g.* cum *a. b.* in *b. c.* surgit similiter in 108. deinde ut reducatur hæc quæstio ad unam ex quæstionibus algebræ ponam lucrum *b. c.* rem quare et *f. g.* erit similiter res : ergo quadruplum totius *d. g.* est 92. et quatuor res cum quibus si addatur numerus *a. b.* qui est 12. erit coniuncto quadrupli *d. g.* cum *a. b.* 104. et quatuor res : quæ omnia multiplicata in *b. c.* scilicet in rem faciunt quatuor census et 104. radices, 108, quæ equantur libris 108. Quare quarta pars eorum scilicet census et

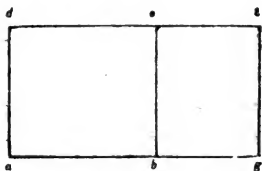
radices 26. equantur quartæ de 108. scilicet 27. unde si dimidium radicem in se multiplicabitur surgit in 169. cum quibus additis 27. faciunt 196 de quorum radice scilicet de 14. si auferatur dimidium radicem suprascriptarum remanebit 1. pro quantitate rei ergo *b. c.* cum sit res est libra 1. qua divisa per menses 3. veniet pro lucro duodecim librarum in uno mense denarii 80. quibus divisus per libras 12. veniet de-

$$\begin{array}{ccccccc} & a & & & b & & c \\ \hline & & & & & & \\ d & & e & & & f & g & i & & h \\ \hline \end{array}$$

narii $\frac{2}{3}$ 6. et tot lucrabatur per libram in unoquoque mense ; deinde est babentur contingens unicuique addam *b. c.* super *a. b.* provenient pro 13. super quas addam lucrum ipsarum duodecim mensium quod est librarum 4. et solidorum 6. et denariorum 8. venient in summa libræ $\frac{1}{3}$ 17. proportionem capitalis et lucri primi hominis de quibus si auferatur capitale ipsius scilicet libræ 12. remanebit pro lucro ipsius pro $\frac{1}{3}$ 5. reliquum scilicet pro $\frac{2}{3}$ 3. remanet pro lucro unius anni contingente et qui miserat pro 11.

Inveniat quis numerus quo multiplicato in se et in radicem de 10. faciat nonuplum ipsius numeri ponam pro ipso numero rem quæ sit linea *a. b.* et addam ei lineam *b. g.* quæ sit radix *d. 10.* et ordinabo super rectam *a. b.* quadratum *d. b.* et per punctum *g.* protraham lineam *g. e.* equidistantem utrique rectarum *b. e.* et *a. d.* conductam rectam *d. e.* in punctum *g.* et erit tota superficies *d. g.* recti angula nonuplum numeri *b. a.* hoc modo ex ductu quidem
26.

b. a. in se provenit tetragonum *d. b.* et ex ductu *e. b.* in *b. g.* hoc est *b. a.* in *b. g.* provenit superficies *e. g.*



ergo ex ductu *b. a.* in se et in radicem de 10. provenit superficies *d. g.* quæ est nonuplum numeri *b. a.* hoc est numeri *d. a.* et quia *b. a.* posuimus rem esse erit ergo et *d. a.* res scilicet radix et tota superficies *d. g.* cum sit nonuplum numeri *d. a.* equabitur 9. radicibus, quare tota *g. a.* est 9. de quibus si auferatur recta *g. b.* quæ est radix de 10. remanebit pro quæsito numero *b. a.* 9. minus radice de 10. Et si dicatur quod ex ductu *b. a.* scilicet numeri dati in se et in radicem de 10. proveniat nonuplum quadrati quod fit a numero *b. a.* ponam iterum *b. a.* rem ex ductu eius in se provenit census *b. d.* et ex ductu *b. a.* hoc est *b. e.* in *b. g.* quæ est radix 10. provenit radix 10. censuum quia multiplicata radix in se facit censuum et radix 10. in se facit 10. multiplica ergo 10. in censuum et proveniet 10. census quorum accipe radicem et erit radix 10. censuum quæ est superficies *e. b. g.* ergo census et radix decupli ipsius est nonuplum ipsius census, hoc est quod equatur censibus, communiter si auferatur census remanebit radix 10. censuum equalis 8. censibus : hoc est superficies *e. g.* est octuplum tetragoni *b. d.* ergo est sicut 8 ad 1. ita superficies *e. g.* ad qua-

dratum *d. b.* sed sicut superficies *g. e.* ad quadratum *d. b.* ita numerus *g. b.* ad numerum *b. a.* ergo est sicut 8 ad 1. ita *g. b.* ad *b. a.* sed *b. g.* est nota cum sit radix de 10. ergo si multiplicaverimus radicem de 10. in unum et diviserimus per 8. veniet utique radix de $\frac{10}{8}$. unius dragmatis pro numero *b. a.* quare quadratum *b. d.* est 10. 64. unius dragmatis. Nam ex ductu *e. b.* in *b. g.* scilicet ex radice de $\frac{10}{8}$. in radicem de 10. veniunt radix $\frac{100}{64}$ quæ est radix $\frac{10}{8}$ hoc est dragmata $\frac{1}{4}$ 1. qui denarii $\frac{1}{4}$ 1. procul dubio octuplum est de $\frac{10}{8}$. hoc est quadrati *b. d.*

Item est numerus quo multiplicato in se et in radicem de 10. proveniunt 20. ergo per ea quæ dicta sunt invenimus si pro ipso numero ponamus rem quot census et radix 10. censuum equantur 20. et tunc si ponamus superscriptam lineam invenies quot census et tot radices eius quot unitatis sunt in radicem de 10. equatur 20. quare dividam rectam *g. b.* in duo equa super punctum *i.* et erit recta *i. b.* radix quartæ partis de 10. scilicet de $\frac{1}{2}$ 2. et tota superficies *d. g.* est 70. quæ provenit ex *d. a.* in *a. g.* hoc est ex *b. a.* in *g. a.* quibus 20 si addatur quadratus lineæ *i. b.* scilicet $\frac{1}{2}$ 2. veniet $\frac{1}{2}$ 22. pro quadrato lineæ *i. a.* quare si ex $\frac{1}{2}$ 22. auferatur radix de $\frac{1}{2}$ 2 scilicet ex *i. a.* tollatur *i. b.* remanebit radix de 10. pro numero *b. a.* ergo tota *g. a.* est radix de 40 quæ duabus radicem cum de 10 equatur. Nam si ducatur *b. a.* in se proveniunt 10. et ex ductu *b. a.* in *b. g.* proveniunt alia 10. cum unaquaque ipsarum sit radix de 10.

Multiplicavi octuplum radice cuiusdam numeri per triplum radice ipsius et provenienti summæ addidi

denarios 20. et fuit totum illud equale quadrato ipsius pone siquidem pro ipso numero rem quare pro octuplo radices ipsius habebuntur octo radices ipsius et pro triplo radice eius habebuntur radices 3. et ex multiplicatione octo radicum ipsius in tres radices eius veniet viguplum quadruplum ipsius numeri. Et quia possumus ipsum numerum esse rem veniet ex dicta multiplicatione radices 24. quibus si addantur 30 erunt 24. res et denarii 20. quare equantur censui scilicet quadrato quæsi numeri quare dimidia radices erunt 12. quibus in se ducas erunt 144. quibus adde 20. erunt 164. super quorum radice adde medietatem radicum de 164. et denarios 12. pro quæsito numero qui numerus binomium quintum (*sic*). Quod binomium si multiplicaverimus per 24. et addiderimus 20. equabitur multiplicationi ipsius binomii in se.

Et si dicatur multiplicavi radicem octupli cuiusdam numeri in radicem tripli eius et proveniente summæ addidi 20. et ex hoc toto provenit quadratum ipsius numeri : ponam pro ipso numero lineam *b. g.* et describam super ipsam tetragonum *b. d.* et auferam ab eo superficiem *b. f.* quæ sit 70. remanebit superficies *f. g.* equalis multiplicationi radice octupli numeri *b. g.* in radicem tripli eius, quæ multiplicatio eius est radix vigupli quadrupli quadrati *b. d.* ergo ex ductu *f. e.* hoc est *b. g.* in *c. g.* provenit numerus multiplicationis radice octupli numeri *b. g.* in radicem tripli eius ; sed ex multiplicatione octupli numeri *b. g.* in triplum eius provenit viguplum quadruplum quadrati *b. d.* quod etiam provenit ex quadrato *b. d.* ducto in 24. Quare si multiplicaverimus

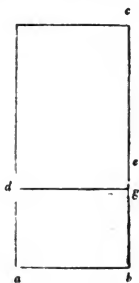
radicem de 24. per radicem quadrati *b. d.* scilicet per numerum *b. g.* proveniet radix vigupli quadrupli quadrati *b. d.* quod idem provenit ex *e. g.* in *b. g.* ergo *e. g.* est radix de 24. quæ si dividatur in duo equa super punctum *h.* erit utique *e. h.* radix de *b.* et quia ex ductu *b. e.* in *e. f.* hoc est ex *b. e.* in *b. g.* provenit 26. quibus si addiderimus quadratum numeri *e. h.* quod est 6. habebuntur 26. pro quadrato lineæ *e. h.* ergo numerus *b. h.* est radix de 26. cui si addatur numerus *h. g.* habetur pro quæsito numero *b. g.* radix de 26 et radix de 6. quæconam omnia faciunt binomium sextum quod binomium in se multiplicatum faciunt 32. et radicem de 624. pro quantitate numeri *b. d.* de quibus si auferatur superficies *b. f.* quæ est remanebunt superficie *f. g.* 12 et radicem de 624 quæ etiam habebuntur ex ductu radicis de 24 in radices de 26 et de 6. nam ex ductu radicis de 24. in radicem de 6. veniunt 12. et ex radice de 24 in radicem de 26. provenit radix de 24. est oportet.

Rursus multiplicavi radicem sextupli cuiusdam averis in radicem quincupli eius et addide decuplum ipsius averis et denarios 20. et fuerunt hæc omnia sicut multiplicatio ipsius averis in se : ponam pro ipso avere rem et multiplicabo radicem sexupli eius in radicem quincupli eius hoc est in radicem 6. rerum, in radicem 5. rerum provenit radix 30. censuum quia cum multiplicatur res in rem facit census; ergo cum multiplicatur radix rei in radicem rei provenit radix census deinde addam super radicem 30. censum decuplum unius rei et denariis 20. et habebo 10. res et radicem 30. censuum et denarios 20. quæ

equantur multiplicationi rei in se hoc est census : in hac causa cadit regula radicum et numeri quæ equantur censui. Ad hoc itaque demonstrandum adiaceat quadratum equilaterum et equi angulum *a. g.* cuius latus est *b. g.* et ponam *b. g.* rem : ergo quadratum *a. g.* est equale radici 30. censuum et 10 radicibus et 21 dragmis : quare abscindamus a quadrato *a. g.* superficiem recti angulam *a. e.* quæ sit radix 30. censuum et ex superficie *f. g.* auferatur superficies *f. h.* quæ sit equalis 10. radicibus census *a. g.* quare *e. h.* est 10. remanebit ex toto quadrato *a. g.* superficies *i. g.* quæ erit 20. et quoniam superficies *a. e.* est radix 30 censuum et provenit multiplicationem *a. b.* in *b. e.* est res necessario sequitur *b. e.* radicem esse de 30. quia ex multiplicatione rei in radicem numeri provenit radix census ; ergo ex multiplicatione rei in radicem de 30. provenit radix 30 census. Addamus ergo *b. e.* cum *e. h.* et erit tota *b. h.* 10. et radix de 30. quæ est binomialis quarta et dividamus eam in duo equa ad punctum *c.* et erit unaquaque linearum *b. c.* et *g. h.* 5. et radix de $\frac{1}{2}$ 7. Et quia superficies *i. g.* est 20. et provenit ex ductu *i. h.* in *h. g.* hoc est ex *b. g.* in *h. g.* si super 20. addamus multiplicationem ex *c. h.* in se quæ est $\frac{1}{2}$ 32. et radix de 50. habebitur pro quadrato lineæ *e. g.* $\frac{1}{2}$ 52. et radix de 750. ergo *e. g.* est radix de $\frac{1}{2}$ 52. et radices de 250. cui si addamus lineam *c. b.* habebitur pro tota *b. g.* scilicet pro quæsito avere radix de $\frac{1}{2}$ 52. et radices de 250. et denarii 5. et radix denariorum $\frac{1}{2}$ 7. quæ omnia sicut secundum propinquitatem circa $\frac{2}{3}$ 16.

Divisi 10. in duas partes et multiplicavi unam

earum in aliam quod provenit divisi per differentiam quæ est inter utramque partem et provenit radix 6. pone pro una illorum duarum partium rem et pro alia 10. diminuta re et multiplica unam in aliam et veniet 10. res diminuto censu quæ divide per differentiam quæ est inter utramque partem scilicet per 10. diminutis duebus rebus proveniet utique radix 6. sed quando multiplicatur id quod provenit ex aliqua divisione in dividendum numerum provenit numerus divisus, semper ergo si multiplicaverimus radicem de 6. in 10. minus duabus rebus provenit 10. res diminuto censu. Sed ex multiplicatione radicis de 6. in 10. minus duabus rebus provenit radix de 600. diminuta radice 24. censuum que equantur 10. rebus diminuta censu. Adde ergo utrique parti censum et radicem 24 censuum et veniet census et radix 600. quæ equantur 10. rebus et radici 24 censuum in hoc equantur radices censui et numero quod extendam in figurâ : ponam rectam *a. b.* rem et ap-



plicabo ei superficiem rectiangulam *a. e.* continentem censum prædictum et radicem 600. denariorum et

quia invenimus hæc equari 10. rebus et radici 24. censuum erit linea *b. c.* 10. et radix denariorum 24. quia cum multiplicatur res eis 10. et radice de 24. proveniunt 10. res et radix 24 censuum quæ equantur superficiei *a. c.* scilicet censui et radice sexcentorum. Quaresi abscindamus de superficiei *a. c.* quadratur equilaterum et equiangulum *a. g.* qui erit census remanebit superficies *d. c.* radix sexcentorum, quæ radix provenit ex *d. g.* in *g. c.* hoc est *b. g.* in *g. c.* unde si dividerimus lineam *b. c.* induo equa ad punctum *e.* erit multiplicatio *b. g.* in *b. c.* cum quadrato lineæ *e. g.* sicut quadratus lineæ *b. e.* unde si a quadrato lineæ *b. e.* auferatur superficies quæ sit ex *b. g.* in *g. c.* remanebit quadratus lineæ *g. e.* est enim *b. e.* 5. et radix 6. scilicet medietas 10 et radicis 24. quæ ex *b. e.* in se provenit 31. et radix 600. de quibus si auferatur id quod provenit ex *b. g.* in *g. c.* quod est radix 600. remanebunt 31. pro quadrato lineæ *g. e.* : ergo lineæ *g. e.* est radix 31 quæ si auferatur ex *b. e.* remanebit *b. g.* 5. et radix 6. minus radice 31. quæ sunt res scilicet una partium de 10. quæ si auferatur ex 10. remanebunt pro alia parte 5. et radix 31. minus radice *d. b.* quibus duabus partibus in simul multiplicatis faciunt radicem 244. minus denariis 12. et quia ex ductis 5. in 5. veniunt 25. et ex ductu radicis 6. in radicem 31. additis provenit una radix de 186. addita et ex ductu radicis 6. diminutæ in radicem 31 diminutam provenit alia radix addita de 186. et sic habemus 25 et duas radices de 186. hoc est 25. et unam radicem de 724. de quibus si auferamus multiplicationem radicis 6. additæ in radicem 6. diminutam et

multiplicationem radice 31. additæ in radicem 31 diminutam quæ faciunt 37. integra remanebunt de 725. minus integro 12. multiplicationes vero radice 6. additæ in 5. et radices 31. additæ in 5. relinquimus opposites eas multiplicationibus de 5. in radicem 31. diminutam et radices 6. diminutæ in 5. deinde si acceperimus differentiam quæ est inter utramque partem quæ est et radices de 31. minus duabus radicibus de 6. et multiplicaverimus eam in radicem de 6. nimirum redit radix de 744. nimirum 12. dragmis quia ex multiplicatione radice de 6. in duabus radicibus de 6. diminutis proveniunt 12 diminuta.

Item divisi 10. in duas partes et multiplicavi unam earum in radicem 8. et aliam in se et proicci id quod provenit ex multiplicatione unius partis in radicem de 8. ex eo quod provenit ex multiplicatione alterius partis in se et remanserunt denarii 40. pone pro una partium rem et pro alia 10: diminuta re et multiplica rem in radicem 8 et proveniet radix 8. censuum et multiplica 10. minus re in se erunt 100. et census diminutis 10. rebus : abice ergo ex his radicem 8. censuum remanebunt 40. ergo radix 8. censuum g. 40. equantur censui et 100. diminutis 70. rebus. Adde ergo 20. res utrique parti et tolle ab utraque parte denarios 40. remanet census et denarii 60. equalis 20. radicibus et radici 8. censuum dimidia ergo radices erunt 10. et radix de 2. quæ multiplica in se erunt 102. et radix 800. de quibus abice 80. quæ sunt cum censu remanebit 42. minus radice de 800. quorum radix abice de medietate radicem remanebunt 10. et radix de 2. diminuta radice de 42. et

radicis de 800. pro quantitate rei residuum quod est usque in 10. scilicet radix de 42. et radicis 800. diminuta radice de 2. est alia pars quæ multiplicata fuit in se et hæc est operatio quæ (*sic*) autecedentem figuram vel aliter. pone pro prima parte rem, et pro 10. diminuta re, et multiplica rem in se et provenit census et 10. diminuta rem multiplica per radicem 8. et proveniet radix de 80. diminuta radice de 8. censuum super quem adde 40. in quibus super ad hæc et est radix 800. et 40. diminuta radice 8. censuum quæ equantur censui : adde ergo radicem 8. censuum utrique parti et erit census et radix 8. censuum quæ equantur denarios 40 et radici de 2. et sic 800. in hac census et radices equantur numero quod per figuram geometrica - demonstrare curavi. Ponam seriem ad equalem censui et radici 8. censuum et auferatur ab ea census *a. g.* remanebit superficies *e. d.* radix 8 censuum et provenit ex ductu *g. e.* in *g. d.* et est *g. e.* res, quare *g. d.* est radix 8. denariorum et quia census est radix 8 censuum scilicet series *a. d. e.* equantur 40 pragmis et radici 800. ergo series *a. d.* est 40. et radix de 800. et provenit ex *a. b.* in *b. d.* hoc est ex *b. g.* in *b. d.* dividatur ergo recta *g. d.* in duo equa ad punctum *i.* cui jacet indirecto recta *b. g.* quare series *b. g.* in *b. d.* scilicet 40 et radix de 800. cum quadrato lineæ *i.* quod est 2. equatur quadrato lineæ *b. i.* ergo quadratum *b. i.* est 42. et radix 800. quare *b. i.* est radix 42. et radices 800. de qua si auferatur recta *g. a.* quæ est radix *d. 2.* remanebunt pro recto *b. g.* scilicet pro re radix de 42. et radicis 800. minus radice de 2. est per alium modum invenimus.

Item divisi 10 in duas partes et multiplicavi unam earum in radicem de 10. et aliam in se et quæ provenerunt fuerunt equalia : ponam unam duarum partium rem et aliam 10. minus re et multiplicabo rem in radicem de 10. et provenit radix 10. censuum et ex 10. minus re in se provenit census et denarii 100. minus 20. rebus quæ equatur radici 10. censuum quia adde utrique parti 20. res et erunt 20. res et radix 10. censuum equales censui; et denariis 100. dimidia ergo radices et erunt 10. et radix de $\frac{1}{2}$ 2. quæ multiplica in se erunt $\frac{1}{2}$ 102 et radix 1000. denariorum de quibus abice 100. remanebunt $\frac{1}{2}$ 2 et radix 1000. denariorum quorum radicem abice ex 10. et ex radice $\frac{1}{2}$ 2. remanebunt pro prima parte 10. et radix de $\frac{1}{2}$ 2. minus radice de $\frac{1}{2}$ 2. et radicis 1000. denariorum : quare secunda pars erit radix de $\frac{1}{2}$ 2. et radicis 1000. denariorum diminuta radice denariorum $\frac{1}{2}$ 2. quam partem invenimus aliter videlicet multiplicabo rem in se et veniet census et ex 10. minus re in radicem de 10. veniet radix de 1000 diminuta radice 10. censuum. Et sic census equatur radici 1000. denariorum diminuta radice 10. censuum equales radici 1000. denariorum : dimidia ergo radicem 10. denariorum et veniet radix de $\frac{1}{2}$ 2. quam multiplica in se et veniet denarii $\frac{1}{2}$ 2. quos adde cum radice de 1000. abice eorum radice radicem de $\frac{1}{2}$ 2. remanebit radix de $\frac{1}{2}$ 2. et radicis 1000. denariorum diminuta radice de $\frac{1}{2}$ 2. pro secunda parte ut per alium modum invenimus.

Super quodam avere addidi denariis 10. et quod provenit multiplicavi in radicem de 5. accepi radicem

et fuit sicut avere prædictum : ponam pro ipso avere rem cui addidi 10. et fuit quod provenit res et denarii 10. quæ multiplicata in radicem de 5. faciunt radicem 5. censuum et radicem 500. denariorum quorum radix equatur res : multiplica ergo rem in se et provenit census et multiplica radicem radicis 5. censuum et radicis 500. denariorum quæ equantur censui et sic census equatur radicibus et numero : dimidia ergo radices veniet radix de $\frac{1}{4}$ 1. quæ multiplica in se et veniet denarii $\frac{1}{4}$ 1. quæ adde cum radice de 500 erunt $\frac{1}{4}$ 1. et radix de 500. super quorum radicem adde radicem de $\frac{1}{4}$ 1. et habebis pro quantitate rei scilicet pro quantitate quæsi averis radicem radicis de 500. et dederit $\frac{1}{4}$ 1. et radicem de denariis $\frac{1}{4}$ 1. inter duas quantitates est 5. et multiplicavi maiorem quantitatem in decuplum eius et eius quod provenit accepi radicem et fuit sicut multiplicatio maioris quantitatis in se. Pone pro maiori quantitate rem et minor quantitas erit res diminutas 4. dragmīs et multiplica rem in decuplum eius et veniet 10. census de quibus accipe radicem et erit radix 10. censuum et multiplica rem diminutis 4. in se proveniet census et dragmæ et 5. diminutis 10. rebus quæ equantur radici 10. censuum. Adde ergo res utrique parti et erunt census et 25. dragmæ equales 10. radicibus et radici 10. censuum et sic census et numerus equantur radicibus, dimidia ergo radices et erunt 5. et radix de $\frac{1}{2}$ 2. quæ multiplica in se et erunt $\frac{1}{2}$ 27. et radix de 250. de quibus abice 25. quæ sicut cum censu remanebunt $\frac{1}{2}$ 2. et radix 250. super quorum radice adde medietatem radicum 5. et radix de

$\frac{1}{2}$ 2 erunt 5. et radix de $\frac{1}{2}$ 2. et radix radice de 250. et dragmarum 250. pro quantitate rei scilicet maioris quantitatis de quibus si auferantur 5. habebitur minor quantitas.

Item sunt duo numeri quorum unus excedit alterum in 5. et multiplicavi maiorem in radicem de 8. et minorem in radicem de 10. et quæ provenerunt fuerunt equalia; pone pro minori numero rem et maior erit res et denarii 5. Duc ergo rem in radicem de 10 provenit radix 10. censuum et multiplica rem et denarios in radicem de 8. venit radix 8. censuum et radix denariorum 700. quæ equantur radice 10. censuum. Abice ergo ab utraque parte radicem 8. censuum et erit radix 10. censuum diminuta radice 8. censuum equalis radice 200. denariorum multiplica ergo radicem 200. in se veniet denarii 200. et multiplica radicem 10. censuum diminuta radice 8. censuum in se erunt 18. census diminuta radice 420. censuum census. Verbi gratia sit quantitas *a. b.* radix 10. censuum et auferatur ab ea quantitas *e. b.* quæ sit radix 8. censuum remanebit quantitas *a. c.* quam volumus multiplicare in se; et quoniam quantitas *a. b.* divisa est ut licet in duo ad punctum *c.* erunt quadrata quantitas *a. b.* et *c. b.* equalia duplo super ei, et *c. b.* in *a. b.* et quadrato quantitas *a. e.* quare si ex quadratis quantitarum quantitatis *a. c.* proveniunt enim 10. census ex *a. b.* in se et ex *c. b.* in se proveniunt 8. census et sic quadratis quantitatis *a. b.* et *c. b.* habentur 18. census de quibus si auferamus duplum superficiem ex *c. b.* in *a. b.* quod ex radix 320. censuum census remanebit pro quadrato quan-

titatis *a. c.* 18. census diminuta radice 320. censuum census ut dictum est. Nam ex *b. c.* in *a. b.* hoc est ex radice 8. censuum in radicem 10. censuum provenit radix 80. censuum census cujus duplum sunt duæ radices 80. censuum census. Ex duæ radices 80. censuum census sunt una radix de 320. censuum census et quia radix 10. censuum diminuta radice 8. censuum equatur radici 200. denariorum et eorum quæ dicta similiter sibi invicem equabuntur quare 18. census 320. diminuta radice 320. censuum census equabuntur 200 denariis. Reduc ergo hæc omnia ad censum unum et illud est multiplices ea per $\frac{1}{2} 4$ et per radicem de 20. Nam ex multiplicatione de $\frac{1}{2} 4$. et radices de 20 in 18. census diminuta radice 320. censuum census, ut inferius demonstrabo et ex multiplicatione $\frac{1}{2} 4$ et radices 20. in denariis 1700. proveniunt 900. et radix 800,000. ergo census equatur denariis 900. et radici 800,000. quorum radix quæ est 20. et radix de 500. erit res, hoc est minor numerus cui si addantur 5. habebunt pro maiori numero 25. et radix 500 denariorum. Modus autem inveniendi radicem de 900. et radicis 800,000. est ut de quadrato medietatis 900. quod est 202,500. auferes quartam de 800000. remanebit 2500. quorum radicem quæ est 50. adde super 50. scilicet super medietatem de 900. erit 500 et de 4500. abice 400. et accipe radicem de 500 et de 400. et venient 20. et radix de 500. ut pro primo numero inventum est. et si vis scire modum reducendi 18. census diminuta radice 320. censuum census ad unum censum considera quod quando aliquod recisum multiplicatur in suum binomium vel

quando multiplicatur binomium aliquod in suum
 recisum egreditur numerus roncinator, dicimus enim
 recisum 18. minus radice 320. cuius binomium est
 18 et radix 320. quibus in simul multiplicatis faciunt
 4. quia ex ductu 18. in se veniunt 324. addita et ex
 ducta radice 320. addita in radicem 320. diminutam
 veniunt 320. diminuta, quibus extractis de 324. et
 remanent 4. diminuta diximus, eodemque modo si
 multiplicamus 18. census minus radice 320. censuum
 census in suum binomium scilicet in 18. censu et
 radicem 320. censuum census egredientur inde 4.
 censuum census : inde si diviserimus 18. census et
 radicem 320. censuum census per censum et quod
 provenit scilicet 18. et radicem 320. multiplicaveri-
 mus in 18. census diminuta radice 320. censuum cen-
 sus egredientur inde 4. census tantum, quare si mul-
 tiplicaverimus 18 census minus radice 320. censuum
 census in quartam de 18. et radice 320. scilicet in
 $\frac{1}{4}$ 4. et in radicem de 20. nimirum unius census pro-
 venit et hoc est quod volui demonstrare.

Possumus aliter ad solutionem huius quæstionis
 venire; sed sicut quædam plus demonstranda videlicet
 cum fuerint tres quantitates continue proportionales
 in ea quam habet aliqua alia data quantitas ad aliam
 quantitatem erit multiplicatio minoris quantitatis
 illarum duarum quantitatum in coniunctum mediæ
 et maioris illarum trium quantitatum sicut multipli-
 catio maioris erunt earundem duarum quantitatum
 in coniunctum eiusdem mediæ et minoris illarum trium
 quantitatum. Verbi gratia sint tres quantitates *a. b. c.*
 continue proportionales in ea quam habet quantitas *d.*

ad quantitatem *e*. et sit *d*. minor quam *e*. et sit sicut *d*. ad *e*. ita *a*. ad *b*. et *b*. ad *c*. dico quod factum ex *d*. in quantitates *b*. *c*. est sicut factum ex *e*. in quantitates *a*. *b*. quod sic probatur; quoniam est sicut *a*. ad *b*. ita *b*. ad *c*. erit coniuncto sicut *a*. et *b*. ad *b*. et *c*. permutatio ergo erit sicut quantitates *a*. *b*. ad quantitates *b*. *c*. Ita *b*. ad *c*. sed sicut *b*. ad *c*. ita *d*. ad *e*. ergo sicut *d*. ad *e*. ita quantitates *a*. *b*. ad quantitates *b*. *c*. quia multiplicatio *d*. coniuncti ex quantitatibus *b*. *c*. equatur multiplicationi quantitatis *e*. in coniunctum quantitatum *a*. *b*. ut prædixi quibus intellectis redeam ad quæstionem suprascriptam et ponam *d*. radix de 8. et *e*. radix de 10. et *f*. sit 8. et *h*. sit 10. et esto sicut *f*. ad *h*. ita *a*. ad *c*. et sit *c*. quinque plus quam *a*. et ponam inter numeros *f*. *h*. numerum *g*. medium in proportionem et numerum *b*. inter numeros *a*. *e*. dico quod primum numeros *a*. *b*. *c*. proportionales esse in ipsam quam habet quantitas *d*. ad quantitatem *e*. quoniam *d*. seipsam multiplicans numerum *f*. fecit et *e*. seipsam multiplicans numerum *h*. fecit et posita est *g*. quantitas inter numeros *f*. *h*. in proportionem mediam quare est sicut *d*. ad *e*. ita *f*. ad *g*. et *g*. ad *h*. et est sicut *f*. ad *h*. ita *h*. *a*. ad *c*. sed sicut *f*. ad *h*. ita quadratum quod est *a*. numero *f*. ad quadratum quod est *a*. numero *g*. sicut in geometrica patet, est enim similiter sicut *a*. ad *c*. hoc est sicut prima ad tertia ita quadratum quod est ad prima *a*. ad quadratum quod est secunda *b*. ergo quia est sicut *f*. ad *h*. ita *a*. ad *c*. erit sicut quadratum quod est ab *f*. ad quadratum quod est *a*. numero *g*. ita quadratum quod est ab *a*. ad quadratum quod est *a*. numero *b*. quare

erit sicut f . ad g . ita a . ad b . scilicet f . ad g . est sicut d . ad e . ergo est sicut d . ad e . ita a . ad b . sed est sicut a . ad b . ita b . ad e . ergo est sicut d . ad e . ita a . ad b . et b . ad a . numeri ergo a . b . e . continui sunt in proportionem quam habet quantitas ad quantitatem et quare multiplicatio ex d . in numeros b . e . et sicut multiplicatio e . in numeros a . b . ut superius demonstratum est. Sed qualiter inveniatur numeri a . e . demonstrare volo : quoniam est sicut f . ad h . ita a . ad e . et h . superat numerum f . ita 2 et numerus e . numerum a . in 5. est sicut 2 ad 5. ita f . ad a . et ita h . ad e . quare si multiplicaveris numeros f . h . per 5. scilicet 8. et 10. et summas quæ sunt 40. et 50. divideris per 2. habebis 20. pro numero a . et 25. pro numero e . et quia numeri a . b . e . continui proportionales sunt erunt multiplicatio numeri a . in numerum e . quæ est 500. sicut multiplicatio numeri b . in se quia numerus b . est radix de 500. et sic invenimus primum numerum esse 20 et radix de 500. et secundus numerus addit 5 super ipsum et est 25. et radix de 500 ut per alium modum invenimus, et notandum quod si radices d . e . sibi invicem commensurabiles essent ita quod proportio quadrati radicis d . ad quadratum radicis e . esset sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum essent itaque numeri a . b . sibi invicem commensurabiles et coniunctum ex eis faceret numerum retrocinatum. Verbi gratia sic d . radix de 2. et e . radix de 8. qui sunt quadrati radicum de d . e . est enim proportio de 2. ad 8. sicut proportio quadrati numeri 4. ad quadratum numerum 16. et quia volumus invenire duos

numeros quorum unus excedat alterum in 5. et sit multiplicatio maioris eorum in radicem de 2. sicut multiplicatio maioeis in radice de 8. multiplicabimus 2 et 8. qui sunt quadrati radicum *d. e.* per 5. prædicta et dividemus quæ provenient per *b.* quæ sunt differentia quæ est inter 8 et 2. et habebimus pro numero *a.* $\frac{2}{3}$ 1. et pro numero *c.* habebimus $\frac{2}{3}$ 6. quare numerus *b.* qui est medius inter utrunque est duplum de $\frac{2}{3}$ 1. scilicet $\frac{1}{3}$ 3. cuius etiam tertius numerus scilicet $\frac{2}{3}$ 6. duplus extitit. Unde addamus numeros *a. b.* in unum habebimus 5. pro minori numero, et si addamus numeros *b. c.* in simul scilicet $\frac{1}{3}$ 3. et $\frac{2}{3}$ 6. faciunt 10. pro maiori numero et est proportio coniunctorum *a. b.* ad coniunctos *b. c.* hoc est ad 10. sicut proportio *d.* ad *e.* est enim radix de 2. medietas radice de 8 et 5. similiter sunt medietas de 10. et sic in similibus studeas operari.

Multiplicavi quoddam avere in duplum eius et endici venientis summæ addidit 2. et illud latum multiplicavi per avere prædictum et provenerunt unde denarii 30. pone pro ipso avere rem et multiplica eam in duplum eius et veniet duo census quorum radici adde 2. et habebis radicem duorum censuum et denarios 2. quæ multiplica per rem et proveniet radix duorum censuum census et duæ res quæ equantur denariis 30. Redige duorum censuum census ad censum et hoc est ut multiplices illud per radicem de $\frac{1}{2}$ quia cum multiplicatur radix duorum censuum census per radicem duorum censuum census proveniunt duo census censuum. Unde si dividerimus radicem duorum censuum census per censum veniet utique radix

de 2. in qua si multiplicaverimus radicem duorum censuum census egredientur inde mode duo census tamen quia si multiplicaverimus radicem duorum censuum census per medietatem radice de 2. hoc est per radicem de $\frac{1}{2}$ veniet inde unus census diximus et multiplica similiter duas res per radicem de $\frac{1}{2}$ veniet radix duorum censuum et sic habebis censum et radicem duorum censuum quæ equantur multiplicationi de 30. in radicem de $\frac{1}{3}$ quæ multiplicatio est radix de 450. et sic in hac quæstione census et radices equantur numero: dimidia ergo radices veniet radix medietates denarii quam multiplica in se veniet $\frac{1}{2}$ quem adde cum radice de 450. habebis pro quæsito avere radicem de 450. et medietatem unius denarii, de quorum radice extrahe radicem de $\frac{1}{2}$ remanebit radix radice 450. et medietatis denarii, diminuta inde radice de $\frac{1}{2}$ unius integri; et notandum quia quando dividitur radix aliquid censuum census per censum non est aliud nisi dividere numeri per numerum et cum dividitur radix numeri per numerum tunc dividendus est numerus cuius radix dividitur per quadratum numeri in quo radix dividitur. Verbi gratia volumus dividere radicem de 32 per 4. hic dividenda sunt 32. per quadratum de 4. et radix eius quod provenit scilicet de 2. est id quod proveniet ex divisione eodemque modo cum dividimus radicem duorum censuum census per censum tunc dividemus duos census census per censum census et radix eius quod provenit scilicet de 2. est illud quod proveniet ex divisione ut diximus. Item cum multiplicatur radix alicuius numeri per rem aut per res ut sicut multi-

plicare radicem numeri per numerum scilicet cum multiplicatur radix numeri per numerum tunc multiplicatur quadratus radiceis per quadratum numeri et radix eius quod provenit est id quod quæretur. Verbi gratia cum volumus multiplicare radicem 8 per 4. multiplicamus 8 per 6. et radix venientis summæ scilicet denarii 128. est summa quæsitæ multiplicationis. Similiter cum multiplicamus res per radicem debemus ipsas res multiplicare in se et illud quod provenit multiplicare per numerum radiceis et provenientis summæ radicem accipere et ideo cum multiplicaverimus superius duas res in radicem de $\frac{1}{2}$ intelleximus multiplicationem duarum rerum in se de qua proveniunt 4. census quibus ductis in $\frac{1}{2}$ veniunt duo census radicem quorum diximus provenire ex ipsa multiplicatione.

Divisi 10. in duas partes et divisi maiorem per minorem et minorem per maiorem et aggregavi eas quæ provenerunt ex divisione fuerunt radix 5. denariorum : sit una ipsarum partium *a.* reliqua sit *b.* et dividatur *b.* per *a.* et proveniet *g. d.* et *a.* per *b.* et proveniet *d. e.* dico primum quod multiplicatio *a.* in *b.* producta in *g. e.* est equalis duobus quadratis numerorum *a. b.* exemplum que cum dividitur *b.* per *a.* provenit *g. d.* si multiplicatur *g. d.* in *a.* provenit *b.* ergo si multiplicatio *g. d.* in *a.* ducatur in *b.* erit sicut *b.* in se. Rursusque cum dividetur *a.* per *b.* provenit *d. e.* ergo si multiplicatur *d. e.* in *b.* provenit *a.* quare si multiplicatio *d. e.* in *b.* ducatur in *a.* provenit et sic *a.* ducta in se ; propterea si ducatur *a.* in *b.* et illud quod provenit ducatur in *g. e.* erit sicut coniunctum quadratorum numerorum *a. b.* et quia ita est pro *a.*

pone rem remanebunt pro *b.* 10. minus re. et duc *a.* in se veniet census et 10. minus re in se venit 100. et census diminutio 20. rebus quas adde cum censu erunt... erunt et census et denarii 100 diminutis 20. rebus, deinde multiplica *a.* in *b.* scilicet rem in 10. minus re exhibunt 10. res diminuto censu quod totum multiplica per *g. e.* quam quantitatem possumus radicem esse. 5. denariorum quæ venit radix 500. censuum diminuta radice 5. censuum census qui equantur 2. censibus et 1000. denariis diminutis 20. rebus. Restaure ergo 20. res et radicem 5. censuum census utrique parti et erunt radix 5. censuum census et census et denarii 100. equales 20. rebus et radici 500. censuum. Redige hæc omnia ad censum unum hoc est ut multiplices hæc omnia per radicem de 5. diminutis 2. denariis. Nam ex multiplicatione radices 5. censuum census et denariorum censuum in radicem 5. diminutis 2. provenit census quia cum multiplicatur radix 5 et denarii 2. in radicem de 5. minus 2. et provenit 1. et multiplicatione 100. in radicem 5. minus 20. provenit radix 50000. diminutis 200. denariis et ex multiplicatione 20. rerum et radices 500. censuum in radicem 5. minus denariis 2. veniunt 10. res tamen quia ex multiplicatione radices 5. in radicem 500. censuum provenit radix 2500. censuum scilicet 50. res et ex multiplicatione 2. et diminutorum in 20. res proveniunt 40. res diminuta quibus extractis de 50 rebus modo inventis remanent 10. res : multiplicatio quidem 20. rerum in radicem de 5. quæ est addita relinquimus cum sit equalis multiplicationi radices 500. censuum in 12. diminuta et sic ex multiplica-

tione 20. rerum et radicis 500. censuum in radicem 5.
 minus 2. proveniunt 10. res tamen quæ equantur uni
 censui et radici 50000. minus 700. et sic radices equan-
 tur censui et numero et nos ponamus hoc in figura
 ut quæ dicere volumus clarius videantur. Sit super-
 ficiei rectangulæ latus *a. b.* equale rei et *b. c.* sit 10.
 et sic superficies *a. c.* continebit 10. res et quia 10.
 res equantur uni censui et radici 50000. minus 700.
 auferamus *a.* superficie *a. c.* quadratum *a. e.* quod si
 census remanebit ex superficie *a. c.* superficies *f. c.*
 quæ est radix 50000. ex *b. c.* in *c. d.* et dividatur linea
b. c. in duo equa ad punctum *d.* et erit linea *b. c.*
 quæ est 10. divisa in duo equalia ad punctum *e.* quare
 si ex quadrato numeri *b. e.* quod est 25. auferamus
 multiplicationem ex *b. c.* in *e. c.* quæ est radix 50000.
 minus 70. remanebunt 225. diminuta radice 50000.
 pro quadrato numero *d. e.* quare si radix eius aufe-
 ratur qui est numerus *d. e.* ex *b. c.* hoc est ex 5.
 remanebunt pro numero *b. e.* 5. minus radice diffe-
 rentiæ quæ est inter 225. et radicem 50000. et hæc
 sunt una res scilicet una duarum partium de 10. re-
 liqua vero est numerus *e. c.* qui est 5. et radix diffe-
 rentiæ quæ est inter radicem de 50000. et radicem
 de 225. et si vis invenire radicem de 225. minus radice
 de 50000. multiplica 225. in se erunt 50625. de quibus
 abice 50000. remanebit 625. quorum radix quæ est
 25. dimidia venient $\frac{1}{2}$ 12. quæ abice ex medietate de
 225. quæ est $\frac{1}{2}$ 112. remanebit 100. et adde $\frac{1}{2}$ 12. super
 $\frac{1}{2}$ 112 erunt 125. de quibus duobus numeris radices
 accipe et minorem de maiori extrahe remanebit radix
 de 125. minus 10. pro radice de 225. diminuta radice

50000. qui est numerus *e. d.* cui si addamus *d. c.* scilicet 5. habebitur pro tota *e. c.* radix de 225 minus 5. quæ sunt maior pars et si extraxerimus *e. d.* ex *b. d.* scilicet radix de 125. minus 10. de 5. remanebunt pro minori parte scilicet pro numero *b. c.* 15. minus radice de 125.

Possumus enim aliter solutionem ejusdem quæstionis invenire et est ut pones unam duarum partium rem, aliam vero 10. minus re et ex divisione 10. minus re in rem veniat denarii quartæ ex divisione rei in 10 minus re venit radix 5. diminuto denario, et quia cum dividitur minus re per rem provenit denarius si multiplicabitur denarius in rem venient utique 10. minus re quia semper cum multiplicatur numerus dividens per exeuntem provenit divisus, similiter quia cum dividetur res per 10. minus re provenit radix 5. diminuto denario. Si multiplicaveris radicem 5. minus denario in 10. minus re provenit inde res, sed ex multiplicatione radicis 5. minus denario in 10. minus re proveniunt 10 et radix 500. diminuta radice 5. censuum et re et 10 denariis quæ multiplicatio sic fit multiplicatur primum radix 5. per 10. provenit radix 500. addita et radix 5. in re diminuta provenit radix 5. censuum diminuta et denariis diminutis in 10. addito inveniunt 10. denarii diminuti et ex multiplicatione denarii diminuti in rem diminutam proveniunt 10. addita diminuta re et sic per multiplicationem radicis 5. diminuto denario in 10. minus re provenit radix 500. et denarii 10. minus re et radicibus 5. censuum et denariorum 10. quæ equantur rei: adde ergo utrique parti 10. denarios et tolle ab utraque

parte rem et erunt 10 et radix 500. diminutis duabus rebus et radices 5. censuum quæ equantur 10 et denario, dividamus per 10 et veniet 1. et radix 5. censuum diminuto $\frac{1}{5}$ rei. et diminuta radice $\frac{1}{50}$ census qui equantur uni denario et quia ex ducto denario in rem provenit 10. minus re si id quod est equale uni denario scilicet radix 5. et 1. minus quinta rei et minus radice $\frac{1}{50}$. census multiplicetur in rem veniet similiter ex ipsa multiplicatione 10. minus re, quare multiplicemus rem in radicem 5. et in 1. diminuta quinta rei et radicem $\frac{1}{5}$. census et venient radix 5. censuum et res diminuta $\frac{1}{5}$ census et radice $\frac{1}{5}$. census census qui equatur 10. minus re : adde ergo utrique parti rem $\frac{1}{5}$ census et radicem $\frac{1}{5}$ census census et erit radix $\frac{1}{5}$ census census et $\frac{1}{4}$ census et denarii 10. equales radici 5. censuum et 2. rebus. Reduc ergo radicem $\frac{1}{5}$ census census et quintam census ad censum unum et est ut multiplices id per radicem de 500. minus 20. denariis et provenit census; deinde ut reducas denarios 10. qui sunt cum censui et radicem 5. censuum et duas res quæ apponentur censui, multiplica eam per radicem 500. diminutis 20. et venient 10. quæ equantur census et radici 50000. minus denariis 200. ut superius invenimus deinde operabis ut supra et habebis propositum.

Est enim alius in modus solvendo similes quæstiones quem demonstrare nequeo donec quædam huic operi necessaria demostrentur. Si duo numeri qualescumque fuerint et dividatur secundus per primum et primus per secundum et quæ ex utraque divisione provenerint in simul multiplicata fuerint nimirum in 1. ad cuius

rei evidentiam sint duo numeri $a. b.$ et dividatur $b.$ per $a.$ et veniat $g. d.$ et $a.$ per $b.$ veniat $d. e.$ dico quod

$$\frac{a}{b}$$

si $g. d.$ multiplicetur in $d. e.$ egredietur ex ipso multiplicatione $a.$ quod sic probatur, quia quod dividetur $b.$ per $a.$ provenit $g. d.$ ergo si multiplicetur $g. d.$ per $a.$ provenit $b.$ quod etiam provenit si multiplicetur in $b.$ quare est sicut $b.$ ad $a.$ ita $g. d.$ ad unitatem. Rursus quia cum dicitur $a.$ per $b.$ provenit $d. e.$ si multiplicetur $d. e.$ in $b.$ provenit $a.$ sed si $a.$ ducatur in se provenit similiter $a.$ quare est sicut unitas ad $d. e.$ ita $b.$ ad $a.$ sed sicut $b.$ ad $a.$ ita fuerit $g. d.$ ad unitatem, ergo est sicut $g. d.$ ad $d. c.$ unitas ergo media est inter $g. d.$ et $d. c.$ quare multiplicatio $g. d.$ in $d. c.$ est sicut multiplicatio unitatis in se sed ex ducto in se provenit ergo ex ducto $g. d.$ in $d. e.$ provenit et hoc volui demonstrare. Nunc revertamur ad quæstionem et dividatur 10. in duas partes et divisi illam per istam et istam per illam et aggregavi in simul quæ ex ipsis divisionibus provenerunt et fuit latum hoc radix 5. dividenda est ergo radix 5. in duas partes quarum una multiplicata per aliam faciat 1. sintque partes $g. d.$ et $d. e.$ et tota $g. e.$ sit radix 5. et dividatur $g. e.$ in duo equa ad punctum $e.$ et erit unaquaque pars $g. c.$ et $c. e.$ radix de $\frac{1}{4}$ 1. et multiplicetur $g. c.$ in se provenit $\frac{1}{4}$ 1. et auferatur inde multiplicatio ex $e. d.$ in $d. e.$ quæ est 1. remanebit $\frac{1}{4}$ pro quadrato numeri $d. c.$ cum radix quæ est $\frac{1}{2}$ est

numerus *d. c.* quo ablato ex *g. c.* remanebit pro *g. d.*
 radix $\frac{1}{4}$ 1. minus medietate denarii, et addita *g. c.* super
c. e. erit totus *d. e.* radix de $\frac{1}{4}$ 1. et medietas denarii :
 ergo cum dividitur maior pars de 10 per minorem
 provenit radix $\frac{1}{4}$ 1. et denarii $\frac{1}{2}$ et cum dividitur minor
 pars per minorem provenit radix $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ dena-
 rio : possumus enim has partes aliter invenire pone
 pro una duarum partium rem, alio erit radix 5.
 minus re et multiplicetur res in radicem 5. minus re
 venit radix 5. censum diminuto censu quæ equan-
 tur uni adde ergo censum utrique parti et erit
 census et denarius 1. quæ equantur radici 5. cen-
 suum : dimidia ergo radicem 5. censuum et erit
 radix $\frac{1}{4}$ 1. de qua abice 1. qui est cum censu rema-
 nebit $\frac{1}{4}$ cuius radicem quæ est $\frac{1}{2}$ abice et radice $\frac{1}{4}$ 1.
 remanebit radice $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ pro una duarum partium
 reliqua vero erit radix $\frac{1}{4}$ 1. et medietas denarii. In-
 ventis itaque his partibus pone pro maiori parte 10.
 rem, minor vero erit 10 minus re et divide 10. minus
 re per rem venit et radix $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{4}$ quæ multiplica
 per rem venit radix unius census et $\frac{1}{4}$. minus medie-
 tate rei quæ equantur se minus re : adde ergo utrique
 parti medietatem rei erit 10. minus medietate rei
 quæ equantur radici de censu $\frac{1}{4}$ 1. quare multiplica
 10. minus medietate rei in se erunt 100. census di-
 minutis 10. rebus et multiplica radicem census $\frac{1}{4}$ 1.
 in se et provenit census $\frac{1}{4}$ 1. adde ergo utrique parti
 10. res et tolle ab utraque parte $\frac{1}{4}$ census veniet census
 et 10. res quæ equantur 10. denariis : operare dein-
 ceptum secundum in hoc Algebra et invenies maiorem
 partem scilicet rem esse radicem de 125. diminutis 5.

denariis reliqua vero pars erit 15. diminuta radice de 125. ut superius invenimus. Et nota quod cum habuistis superius radicem unius census et $\frac{1}{4}$ diminuta medietate unius rei equari 10. denariis et addidimus utrique parti dimidiam rem tunc potuimus addere utrique parti rem et essent radix census $\frac{1}{4}$ 1. et medietas rei equalis 10. denariis et si secundum hanc processionem vis procedere, multiplica 10. in se erunt 100. et multiplica radicem census $\frac{1}{4}$ 1. et medietatem rei in se et proveniunt census $\frac{1}{2}$ 1. et radix census $\frac{1}{4}$ 1 et hæc equantur denariis 100. unde ut reducamus hæc ad unum censum multiplicabis ea per $\frac{1}{2}$ 1. minus radice de $\frac{1}{4}$ 1. et erit census equalis denariis 150. minus radice de 12500. quorum radix quæ est radix de 125. minus 5 erit res hoc est maior pars.

Et si volumus procedere per inventionem minoris partis pone eam rem, minor vero pars erit 10. minus re et quia ex divisione 10. minus re in rem provenit radix de $\frac{1}{4}$ 1. et medietas denarii multiplicabis in rem et veniet 10. minus re sed ex multiplicatione radices de $\frac{1}{4}$ 1. et medietatis denarii in rem provenit radix census $\frac{1}{4}$ 1. et medietas rei; ergo hæc equantur 10 minus rei. Unde si ab utraque parte abstuleris medietatem rei remanebit radix census $\frac{1}{4}$ 1. equalis 100. diminuta re $\frac{1}{4}$ 1. quia si multiplicabis utramque partem in se erit census $\frac{1}{4}$ 1. equalis denariis 100. et censibus $\frac{1}{4}$ 2. diminutis 30 rebus. Adde ergo utrique parti 30. res et tolle ab utraque parte censum $\frac{1}{4}$ 1. et veniet census et denarii 10. quæ equantur 30 rebus. Age in hoc secundum Algebra ut invenies rem scilicet minorem partem esse 15 minus radice de 125. ut

niunt 12. res et radix 432. censuum et sic habes ab una parte 12. res et radix 37. censuum diminuto censu quæ equantur multiplicationi re 144. in $\frac{1}{2}$ et in radicem de $\frac{3}{4}$ hoc est denariis 72. et radici 15552. Adde ergo censum utique parti et erunt res 2157. et radix 432. censuum quæ equantur censui denariis 72. et radici de 15552. quæ radix est 17. radices 108. dimidia ergo radices 12. et radicem 437. erunt 6. res et radix de 108. quæ multiplica in se veniunt 144. et 17 et radices de 108. de quibus abice numeros qui sunt censu scilicet 72. et 17. radices de 108. remanebunt 72. quorum radicem abice ex medietate radicum remanebit 6. et radix de 108. diminuta radice 72. pro quantitate rei scilicet pro maiori parte ; reliqua vero pars est 6. et radix de 72. quam etiam partem invenies si ponas minorem partem rem maiorem vero 12. minus re et dividas 12. minus re per rem venit $\frac{1}{2}$ 1. et radix medietatis dragmæ quæ multiplicata in rem veniunt radix census $\frac{1}{2}$ 1. et radix medietatis census quæ equantur 17. minus re : multiplice hæc omnia in se erunt duo census et radix trium censuum equales 144. et censui diminutis 24. rebus adde ergo utrique parti 24. res et tolle censum ab utraque parte remanebit radix trium censuum et census 224. res quæ equantur 144. dragmis. Redige hæc omnia ad censum unum et est ut multiplices ea per radicem 3 diminuta medietatis dragmæ et erit census et radix 433. censuum diminutis 12 radicibus equales 12. radicibus de 108. minus 72. dragmis : multiplica ergo medietatem radicem quæ sunt censui scilicet radix de 108. diminutis 6. radicibus in se

erunt 144. diminutis 12. radicibus de 108. super quæ adde 12. radices de 108. diminutis 72. dragmis remanebunt 72. de quorum radice abice radicem de 108 minus 6. habebis minorem partem radicem de 72. et dragmas 6. diminuta radice de 108. ut superius invenimus.

Divisi 10. in duas partes et divisi quamlibet illarum per aliam et multiplicavi quodlibet exeuntium in se ipsum et minui minus ex maiori et remanent 2. dragmæ: pone minorem partem rem et maiorem 10. diminuta re et divide 10. minus re in rem et veniet *a*. ex re divisa in minus re veniet *b*. jam scis quia ex *a*. ducta in *b*. provenit 1. quare si multiplicatur quadratus numeri *a*. in quadratum numeri *b*. veniet quadratus unitatis scilicet 1. quare ponamus pro numero *b*. radicem unius census et pro numero *a*. radicem unius census et duarum dragmarum et multiplica *b*. in se venit census et *a*. in se venit census et 2. dragmæ. Diminuto ergo censu scilicet quadrato numeri *b*. ex censu et duabus dragmis hoc est ex quadrato numeri *a*. scilicet censum per census et duas dragmas venient census census et duo census qui equantur uni dragmæ : deinde ponamus quadratum *c*. *e*. qui sit equalis censui census : quare unumquodque latus ipsius erit census et addamus lineæ *d*. *e*. quæ est census lineam *e*. *h*. quæ sit et jaceat *e*. *h*. in directo lineæ *d*. *e*. et compleatur figura recti-angula *g*. *h*. quæ provenit ex *g*. *e*. in *e*. *c*. *h*. hoc est ex censu in quare superficies *g*. *h*. est 2. census ergo tota superficies *c*. *h*. census census et duo census et equantur uni dragmæ quia ex *e*. *c*. in *d*. *h*. provenit dragma

nuto censu equantur 100. et radici 5000 dragmarum. Adde ergo censum utrique parti et erunt 20. res et radix 200. censuum equales censui 2100. dragmis et radici 5000. dragmarum. Dimidia ergo radices et age in eis secundum Algebra et invenies rem scilicet maiorem partem esse 10. et radix 50. diminuta radice radices 5000. et dragmarum 50. ut superius diximus.

Divisi 10 in duas partes et per unamquamque ipsarum divisi 10. et quæ ex divisione exierunt fuerunt 5. dragmæ. Notandum est primum quod quando aliquis numerus dividitur in duas partes et per unamquamque ipsarum dividitur ipse numerus quidquid aggregatur ex duabus divisionibus est 12 plus eo quod aggregatur ex duabus divisionibus uniuscuiusque partis in aliam exemplum dividatur numerus *a*. in partes et dividatur *c*. per *h*. et proveniet *d*. *e*. et *b*. per *c*. et proveniat *e*. *f*. dico quod si dividatur *a*. per *b*. *c*. egredientur inde 12. plus numero *d*. *f*. quod sic probatur quia *b*. *c*. sunt equales numeri *a*. *e*. cum dividitur *a*. per *b*. sicut cum dividuntur numeri *b*. *c*. per *b*. sed cum dividitur *b*. per *d*. provenit 1. et cum dividetur *c*. per *b*. provenit *d*. *e*. ergo cum dividantur numeri *b*. *e*. hoc est numerus *a*. per *b*. provenit unus plus eo quod provenit ex *c*. diviso per *b*. Item cum dividitur *a*. per *e*. est sicut cum dividuntur numeri *c*. *b*. per *c*. sed cum dividitur *c*. per *e*. provenit 1. et cum dividitur *b*. per *c*. provenit *e*. *f*. ergo cum dividuntur numeri *c*. *b*. per *c*. provenit 1. plus eo quod provenit ex divisione ex *b*. in *c*. quare cum dividitur *a*. per numeros *b*. *c*. veniunt 2. plus eo quod provenit ex duabus divisionibus quæ fiunt ex *c*. per

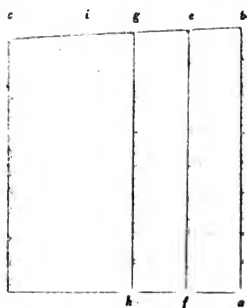
b. et ex *b.* per *c.* Ego quia exemplum ponitur 10. dividere in duas partes et per unamquamque dividere 10. et ipsis divisionibus veniunt 5. tolle 2. de 5. remanent 3. et divisi 10. in duas partes et divisi illam per istam et istam per illam et proveniunt 3 dragmæ. Operare secundum quod dicta sunt superius et habebis quæsitum. Utere in hoc via alia quæ est ut divides 10. in duas partes et ponas minorem partem rem 5. minus re, alia vero 5. et rem et multiplica unam in aliam venient 75. diminuto censu quæ duc in 3. veniunt 25. et diminutis tribus censibus et multiplica unamquamque partium in se et provenient 50. et duo census quæ equantur dragmis 75. diminutis tribus censibus. Adde ergo utrique parti 3. census et tolle ab utraque parte 50. census equales 25 dragmis : divide ergo 25 dragmas per 5. venient 5. dragmæ pro quantitate census quare radix earum est res. ergo minor pars erit 5. diminuta radice 5. dragmarum et maior erit 5. et radix de 5. Generaliter divide 3. prædicta in duas partes quarum una multiplica per aliam faciat 1. erit minor pars $\frac{1}{2}$ 1. minus radice $\frac{1}{4}$ 1. et maior erit $\frac{1}{2}$ 1. et radix de $\frac{1}{4}$ 1. et ex hoc manifestum est quia cum dividatur 10 in duas partes et dividetur maior earum per minorem tunc provenit $\frac{1}{2}$ 1. at radix $\frac{1}{4}$ dragmæ quare multiplica exeuntem per dividentem et veniet inde divisus numerus : ergo si multiplicaveris $\frac{1}{2}$ 1. et radicem de $\frac{1}{4}$ 1. per 5. minus re proveniet numerus divisus. Sed ex ducta $\frac{1}{2}$ 1. et radix $\frac{1}{4}$ 1. in 5. minus re veniunt $\frac{1}{2}$ 7. et radix de $\frac{1}{4}$ 3 1. diminuta re $\frac{1}{2}$ 1. et radix census $\frac{1}{2}$ 1. equantur dragmis 5. et rei, quare adde utrique parti rem $\frac{1}{2}$ 1. et

radicem unius census et $\frac{1}{4}$ census et tolle ab utraque parte 5. remanebit res $\frac{1}{2}$ 2. et radix census $\frac{1}{4}$ 1. quare equantur dragmis $\frac{1}{2}$ 2. et radici de $\frac{1}{4}$ 21. multiplica ergo unamquamque istarum duarum partium in se et erunt census $\frac{1}{2}$ 7. et radix $\frac{1}{4}$ 11. census census quæ equantur dragmis $\frac{1}{2}$ 37. et 5. radicibus de $\frac{1}{4}$ 31. quæ sunt una radix de $\frac{1}{4}$ 781. Reduc ergo omnia hæc ad unum censum et est ut multiplices omnia quæ habes per $\frac{3}{10}$ dragmarum diminuta radice $\frac{1}{10}$ venit census equalis dragmis 5. ergo res est radix 5. dragmarum quæ addita et diminuta ad 5. venient pro minori parte 5. minus radice 5. dragmarum et alia erit 5. et radix 5. dragmarum ut superius diximus; et si vis facere quoque multiplicatis $\frac{1}{2}$ 37. et radix 781 per $\frac{3}{10}$. dragmarum diminuta radice $\frac{1}{10}$ dragmarum multiplica $\frac{1}{2}$ 37 per $\frac{3}{10}$ veniunt $\frac{1}{4}$ 11. addita et multiplica radicem de 781. per radicem $\frac{1}{10}$ hoc est accipe $\frac{1}{10}$ de 781. veniet $\frac{1}{10}$ 39. diminuta quæ radix $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ quibus extractis de $\frac{1}{4}$ 11. remanent 5. pro summa dictæ multiplicationis. Nam multiplicatio de $\frac{3}{10}$ in radicem de $\frac{1}{4}$ 781. addita equatur multiplicationi radices $\frac{1}{5}$ diminutæ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{37}$. Possumus etiam in his et in similibus uti via alia et est ut divides 10. in duas partes et ponas minorem partem 5. minus re et maiorem vero quinque et re et dividantur per utramque partem et venient 5. ut dictum est. Multiplica secundum hunc modum 5. minus in 5. et rem venient 25. diminuta censu, quæ multiplica per 5. quæ venerunt ex duabus divisionibus prædictis in $\frac{1}{12}$ diminutis 5. censibus quæ equantur 100. scilicet multiplicationi de 10. in se ut inferius demonstrabo. Sed adde primum utrique parti

5. census et tolle ab utraque parte 100. remanebit 5. census equales 25 dragmis, quare census est 5. dragmæ ut dictum est. Adde deinceps ut supra et invenies propositum. Adiaceant duo numeri $a. b.$ et $b. c.$ et dividatur $a. c.$ per $a. b.$ et proveniat $d. e.$ et dividatur etiam $a. c.$ per $b. c.$ venient $e. f.$ dico quod multiplicatio $a. b.$ in $b. c.$ ducta in $d. f.$ est sicut multiplicatio $a. c.$ in se quod sic probatur : quoniam cum dividitur $a. c.$ per $a. b.$ provenit $d. e.$ si multiplicetur $d. e.$ per $a. b.$ provenit numerus $a. c.$ communis adiaceat numerus $b. c.$ erit multiplicatio $d. e.$ in $a. b.$ ductu in $b. c.$ sicut multiplicatio $a. c.$ in numerum $b. c.$ Rursus cum dividitur numerus $a. c.$ per numerum $b. c.$ provenit numerus $e. f.$ ergo cum multiplicetur $e. f.$ in numerum $b. c.$ provenit numerus $a. b.$ et erit multiplicatio $e. f.$ in $b. c.$ ducta in $a. b.$ sicut multiplicatio $a. c.$ in $a. b.$ ergo multiplicatio $a. c.$ communis adiaceat numerus $d. e.$ in $a. b.$ ducta in $b. c.$ cum multiplicatione $e. f.$ in $a. b.$ ductu in $a. b.$ est sicut multiplicatio $a. c.$ in $b. c.$ cum multiplicatione $a. c.$ in $a. b.$ sunt sicut multiplicatio $a. c.$ in se et multiplicationes $d. e.$ et $e. f.$ in $a. b.$ ductæ in $b. c.$ sunt sicut multiplicatio $d. f.$ in $a. b.$ ducta in $b. c.$ sed multiplicatio $d. f.$ in $a. b.$ ducta in $b. c.$ est sicut multiplicatio $a. b.$ in $b. c.$ ducta in $d. f.$ ergo multiplicatio numeri $a. b.$ in $b. c.$ ducta in $d. f.$ est sicut multiplicatio $a. c.$ in se et hoc est quod volui demonstrare. Unde si $a. c.$ sit 10. et ipsa 10. sint divisi in partes $a. b.$ et $b. c.$ et ex divisione 10. in $a. b.$ et in $b. c.$ proveniunt 5. quæ sint numerus $e. f.$ multiplicatio $a. b.$ scilicet 5. minus re in $b. c.$ hoc est in 5.

et reducta in 5. scilicet in *d. f.* sicut multiplicatio *a. c.* hoc est ex 10. in se sicut operati superius operati fuimus.

De quodam avere minui 12. radices eius et 4. dragmas et multiplicavi residuum in se ipsum et provenit ottuplum ipsius averis. pone pro ipso avere censum qui si quadratus *a. c.* cuius unumquodque latus sit radix illius census et auferatur ab ipso superficies *a. e.* quæ sit dragmæ, et superficie *f. c.* auferatur superficies *f. g.* quæ sit 4. radices census *a. c.* remanebit superficies *h. c.* pro residuo quod remanet ex prædicto avere ablatis ab ipsa et radice eius et 4. dragmas scilicet superficies *a. g.* ergo communi ponitur quod ex multiplicatione residui *h. c.* in se proveniat ottuplum census erit superficies *h. c.* quod est residuum prædictum radix 8. censum sed superficies *f. c.* provenit ex *f. g.* in *g. c.* et *f. e.* est res cum sit equalis lateri *a. b.* quare numerus *g. c.* est radix 8 dragmarum, quia ex ducta re in radicem 8. prove-



nit radix 8. censum scilicet superficies *f. g.* est radix

census *a. e.* et provenit ex *e. f.* in *c. g.* et *e. f.* est res necessario sequitur numerum *e. g.* esse 12. quare *e. c.* est 12. et radix 8. dragmarum. Item superficies *a. e.* est 4. et provenit ex *b. e.* in *b. a.* hoc est ex *b. e.* in *b. c.* si dividatur *e. c.* in duo equa ad punctum *i.* erit multiplicatio *b. e.* in *b. c.* cum quadrato numeri *e. i.* sicut multiplicatio *b. i.* in se est enim *e.* medietas de 2 et radicis 8 hoc est 1. et radix 2. dragmarum, quo binomio in se multiplicatio veniunt 3. et radix 8. quibus additis cum 4 quæ proveniunt ex *b. e.* in *b. c.* faciunt 7. et radicem 8 quod quadrato numeri *b. i.* quare *b. i.* est radix 7. et radicis 8. dragmarum cui si addatur numerus *i. c.* qui est 1. et radix 2 dragmarum erit tota *b. c.* quæ est radix census *a. c.* radix 7. dragmarum et radicis 8 et una dragma et radix duarum dragmarum. Unde ut habeamus quadratum *a. c.* multiplica numerum *b. c.* in se cum sit radix census *a. c.* multiplicatio quidem *b. c.* in se sic fit qua sic fit quia numerus *b. c.* divisus in duo scilicet in *b. i.* et *i. c.* erunt quadrati numerorum *b. i.* et *i. c.* cum duplo multiplicationis *i. c.* in *b. i.* sicut *b. c.* in se. Sed quadratus numeri *b. i.* est 7. et radix 8 dragmarum quibus in simul junctis faciunt 10. et duas radices 8. quæ sunt una radix 32. et ex multiplicatione *i. c.* in *b. i.* et ex radice trium et radices 8 in radicem 7. et radicis 8. provenit radix 29. et radix radicis 10. radicem 8. cuius radicis duplum est radix quadrupli scilicet ex 116. et radicis 40. radicem de 8. nam 40. radices. 8 sunt una radix 12800 dragmarum et sic processu *a. c.* hoc est pro quæsito avere habetur 10. et una radix de 32. et una radix de 116

h. i. remanebit ex toto quadrato superficies *h. g.* quæ est 20. manifestum est enim quod numerus *b. c.* est 20 et *c. f.* est radix $\frac{1}{3}$ dragmæ quare totus numerus *b. i.* est 2. et radix $\frac{1}{2}$ et radix $\frac{1}{3}$ et numerus *i. g. e.* ignotus scilicet ex *k. i.* quæque res in *i. g.* proveniunt 20. scilicet *b. g.* equalis est numero *i. k.* ergo ex *b. g.* in *i. g.* veniunt 20. dividamus itaque numerum *b. i.* in duo equalia quæ sint *b. d. i.* erit ergo multiplicatio *b. g.* in *i. g.* cum quadrato numeri *i. d.* sicut quadratus numeri *g. d.* ergo numerus *g. d.* erit notus, cui si addatur numerus *b. d.* qui est notus cum sit medietas de 2. et radices $\frac{1}{2}$ et erit totus numerus *g. b.* qui est res notus quem si multiplicaverimus in se erit quadratus *a. g.* notus scilicet avere quæsitum. Et si dicemus tibi adde super quoddam avere 4. radices est et radicem medietates eius et radicem $\frac{2}{3}$ eius et erunt 10 dragmæ quantus est census; pone pro ipso avere censum qui sit quadratus *a. c.* et adiungatur 4. radices eius et radix medietatis eius quæ sunt superficies *d. e.* quare numerus *c. e.* erit 4. et radix $\frac{1}{2}$ et radix $\frac{1}{3}$ in ea quæ præmissa sunt, et quia tota superficies *a. e.* ponitur esse 10. et proveniant ex *a. b.* in *b. c.* hoc est *b. c.* in *b. e.* si addamus ad 10. quadratum medietatis numeri *c. e.* erit totus numerus *b. f.* notus de quo si auferamus numerum *f. c.* remanebit numerus *b. c.* notus et quare *b. c.* est res si dicamus eam in se venit quadratus *a. c.* hoc est quæsitum avere notum. — Et si dicamus tibi super quodam avere addidi radicem eius et radicem medietatis eius et hoc totum multiplicam in se et provenit quintuplum ipsius averis pone pro ipso avere censum

a. g. et adiungatur ei superficies rectiangu-
 la *d. e.* quæ sit una radix ex quadrato *a. g.* et radix medie-
 tatis eius, et erit numerus *g. e. c.* et radix medietatis
 dragmæ numerus *g. d.* sit res; nam ex multiplicatione
 rei in *i.* et in radicem medietatis dragmæ provenit
 radix una census et radix una census et radix me-
 dietatis eius et quia proponitur ex multiplicato numero
a. e. in se provenit quincuplum quadrati *a. g.* erit
 numerus *a. e.* radix quinque censuum et provenit ex
 ducto *a. b.* in *b. e.* et *a. b.* est res quare *b. e.* est radix
 5. dragmarum quia cum multiplicatur res in radicem
 5. dragmarum provenit radix 5. censuum hoc est nu-
 merus *a. e.* Unde si ex *b. e.* auferatur numerus *g. e.*
 quæ est 1. radix medietatis dragmæ remanebit pro
 quantitate rei, hoc est pro numero *b. g.* radix drag-
 marum diminuta dragmæ et radice medietatis drag-
 mæ quod si multiplicaverimus in se veniunt dragmæ
 $\frac{1}{2}$ 6. et radix duarum dragmarum diminuta radice 20.
 et radicem 10. dragmarum pro quantitate census *a. g.*
 hoc est pro quæsito avere. Item super quodam avere
 addidi radicem eius et radicem medietatis eius et hoc
 totum multiplicavi in se et provenit 20 dragmæ. In-
 tellige iterum in suprascripta figura quadratum *a. g.*
 esse censum et superficies *d. e.* radicem et census et
 radice medietatis eius et quia proponitur quod est
 coniuncto prædictorum multiplicato in seveniunt
 20. erit superficies *a. e.* radix 20. dragmarum et pro-
 venit ex re *a. b.* ducta in numerum *g. b. e.* scilicet ex
a. b. in *b. e.* provenit census *a. g.* et superficies *d. e.*
 quæ est radix census et radix medietatis eius et sit
 census et radix et res medietatis census equantur ra-

tiplica radicem 3. iterum in se venient 3. res et multiplica rem et 7. dragmas in se venient 1. census et 14. res et dragmæ 49. quæ multiplica per 3. res, venient 3. cubi 42. census et res 147. quæ equantur censibus 100. Abice ab utraque parte 42. census remanebunt 3. cubi 249. res quæ equantur censibus 58. divide hæc homnia per rem et venient 3. census et dragmæ 147. quæ equantur 58. rebus; reduc ergo hæc omnia ad censum unum hoc est divide ea per 3. exhibi census et dragmæ 49. equales rebus $\frac{1}{2}$ 19. dimidia ergo radices erunt $\frac{1}{3}$ 9. quæ multiplica in se erunt $\frac{4}{9}$ 92. de quibus abice 49. remanent $\frac{4}{9}$ 44. quorum radice quæ est $\frac{2}{3}$ 6. abice de medietate radicem remanebit 3 pro quantitate rei scilicet pro avere quæsito.

Super unaquaque duarum inequalium quantitatem quarum una est triplum alterius addidi radicem eius et multiplicavi unum ex aggregatis in aliud et provenit decuplum maioris quantitatis; pone pro minori quantitate rem et pro maiori 3. res et adde unique et earum radicem suam et multiplica unum per alium hoc est rem et radicem rei in 3. res et radicem 3. rerum, et veniunt 3. census et radix trium censuum et radix concuborum et radix 9. cuborum et radix 3. cuborum quia ex multiplicatione rei in 3. res veniunt 3. census et ex radice rei in radicem 3. rerum provenit radix 3. censum et ex re in radicem trium rerum provenit radix 3. cuborum et ex multiplicatione trium rerum in radicem rei provenit radix concuborum et hæc omnia equantur decuplo maioris quantitatis hoc est 30. rebus tolle itaque ab utraque parte

3. census et radicem 3. censuum remanebit 30. res diminutis 3. censibus et diminuta radice 3. censuum equales radici concuborum. Multiplicata quidem 30. res diminutis 3. censibus et diminuta radice 3. censuum in se et provenient 903. census et concessus census et radix 108. censuum census diminutis 180. cubis et diminuta radice 10800. censuum census quæ equantur multiplicationi radicem 3. concuborum in se : nam ex multiplicatione radicis concuborum in se veniunt concubi et ex ducta radice 3. cuborum in se veniunt 3. cubi et sic habentur 12. cubi et ex duplo multiplicationis radicis concuborum in radicem 3. cuborum provenit radix 108. cuborum cubique radix est sicut radix 108. censuum census census. Tolle ab utraque parte radicem 108. censuum census census et adde utrique parti 180. cubos veniunt 192. cubi qui equantur censibus census 2903. censibus diminuta radice 10800. censuum census : divide hæc omnia per censum et erit 9. census 2903. dragmæ diminuta radice 10800. dragmarum quæ equantur rebus 192. quia cum dividitur cubus per censum provenit res divide hæc omnia per 9. ut reduces ea ad unum censum et erit census et dragmæ $\frac{1}{3}$ 100 diminuta radice dragmarum $\frac{1}{3}$ 133. quare equantur $\frac{1}{3}$ 71. Age secundum altera in hoc et est ut multiplices medietatem radicem in se et erunt $\frac{2}{9}$ 113. de quibus abice diminuta radice $\frac{1}{3}$ 133. remanebit $\frac{4}{9}$ 13. et radix dragmarum $\frac{1}{3}$ 133. quorum radicem abice de $\frac{1}{3}$ 10. remanebit $\frac{1}{3}$ 10. diminuta radice dragmarum $\frac{1}{3}$ 13. et radicis $\frac{1}{3}$ 133. pro quantitate rei scilicet minoris quantitatis.

De quodam avere accipe radicem et radicem radicis

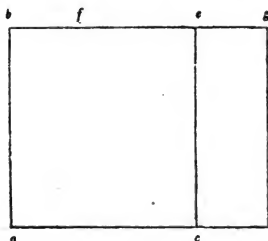
eius et radicem 2. radicem eius et radicem quincupli eius et hæc omnia faciunt 10. dragmas : pone pro ipso avere censum et acceptam radicem et radicem radicis eius et radicem 2. radicem eius et radicem quincupli eius et erit res et radix rei et radix 2. rerum et radix 5. censuum equales 10. dragmis. Proice ab utraque parte radicem 5. censuum et erit 10. diminuta re et diminuta radice 5. censuum equales radici rei et radici 2. rerum multiplica ergo 10. minus re et diminuta radice 5. censuum in se et erunt 100. et 6. census et radix 20. censuum census diminutis 20. rebus et diminuta radice 7000. censuum equales radici rei et radici 2. rerum ductis in se quæ sunt 3. res et radix 8. censuum. Adde ergo utrique parti 20. res et radicem 2000. censuum et erunt 100. dragmæ 6. census et radix 20. censuum census equales 23. rebus et radici 8. censuum et radici 2000. censuum. Reduc ergo totum quod habes ad censum et est quod ducas ipsum in $\frac{3}{8}$ dragmæ diminuta radice $\frac{5}{8}$ dragmæ et duc 6. census et radicem 20. censuum census in $\frac{3}{8}$. diminuta radice $\frac{5}{8} \frac{2}{8}$ dragmæ et provenit census et duc 100. dragmas in $\frac{3}{8}$ diminuta radice $\frac{5}{8} \frac{2}{8}$ dragmæ et provenit $\frac{1}{2}$ 37. diminuta radice $\frac{1}{4}$ 781. dragmarum et duc 23. res in $\frac{3}{8}$. diminuta radice $\frac{5}{8} \frac{2}{8}$ et proveniet 8. res et $\frac{5}{8}$. rei diminuta radice censuum $\frac{5}{8} \frac{2}{8}$ 41. et ducamus radicem 2000. censuum in $\frac{3}{8}$. diminuta radice $\frac{5}{8} \frac{2}{8}$ et proveniet radix censuum $\frac{1}{4}$ 281. diminutis rebus $\frac{1}{2}$ 12. deinde duc radicem 8. censuum in $\frac{3}{8}$ diminuta radice $\frac{5}{8} \frac{2}{8}$ et provenit radix census $\frac{1}{8}$ 1. diminuta radice $\frac{5}{8}$. census erunt igitur plus hæc omnia census et dragmæ $\frac{1}{2}$ 37. diminuta radice $\frac{1}{4}$ 781. equales radici census $\frac{1}{8}$.

diminutis rebus $\frac{7}{13}$. et diminuta radice censuum $\frac{5}{8} \frac{2}{8} 41$.
et diminuta radice $\frac{5}{8}$. unius census deinde fac ut
dictum est superius et invenies quæsitum. Trium
quantitatem inequalium si multiplicetur minor per
maiores erit sicut media in se et si multiplicetur
maior in se veniet sicut minor in se et sicut media in
se in simul junctis et ex ductu minoris in mediam
proveniunt 10. Pone pro minori quantitate rem. et
pro media 10. divisa per rem et multiplica 10. divisa
per rem in se et veniet 100. divisa per censum qui
dividitur per rem veniet 100. divisa per cubum et
hæc erit minor quantitas : deinde multiplica minorem
quantitatem scilicet rem in se et veniet census et
multiplica mediam in se scilicet 10. divisa per rem
veniet 100. divisa per censum quem adde cum censu
erit census 2100. divisa per censum quæ equantur
multiplicationi maioris quantitatis scilicet de 100.
divisa per cubum in se ex multiplicatione proveniunt
1000. divisa per cubum cubi ; multiplica ergo omnia
quæ habes per cubum cubi sicut multiplicare per
censum census : ergo si multiplicamus 10000. divisa
per cubum cubi per censum census census veniet
10000. et si multiplicamus censum scilicet quadratum
minoris quantitates per censum census census habe-
bimus inde censum census et si quadratum mediæ
quantitatis scilicet 100. divisa per censum multipli-
camus per censum census census venit census census :
ergo census census census census 710. census census
equantur 10000 dragmis : ponamus itaque quadratum
a. c. censuum census census et erit unumquodque
latus ipsius census census quia cum multiplicatur

census in se provenit census census census census, et adiungamus eidem quadrato superficiem *d. e.* quæ sit 100. census census et quia *d. c.* est census census erit *c. e.* 100. cum superficies *d. c.* quæ est 100. census census sit ex *d. e.* in *c. e.* et quia ut dictum est quod census census census census 710. census census equantur 10000. ergo tota superficies *a. e.* erit 10000. quare ex ducta *a. b.* in *b. e.* hoc est *b. c.* in *b. e.* proveniunt 10000. quibus si addamus quadratum medietatis *c. e.* quæ sit *c. f.* habentur pro quadrato numeri *b. f.* 12500. quare *b. f.* est radix de 12500. de qua si auferatur *c. f.* quæ est 50 remanebit pro quantitate *b. c.* radix 1250. diminutis 50. dragmis scilicet *b. c.* est census census et quia res est radix radicis census census et nos posuimus rem pro minori quantitate erit utique ipsa minor quantitas radix radicis ex radice 12500. dragmarum diminutis inde 50 et quia media quantitas fuit 10. divisa per rem et eius quadratus fuit 100. divisa per censum quadratis quadrati ipsius erit 10000. divisa per censum census : est enim superficies *a. e.* 10000. et colligitur ex *a. b.* in *b. c.* et *a. b.* est census, census, hoc est quadratus quadrati : si dividamus 10000. per censum census veniet quantitas *b. e.* pro quadrato quadrati medianæ quantitatis quæsitæ scilicet *b. e.* est quantum *b. f.* et *f. e.* est radix 12500. et *f. e.* est 50. radix . . . et *f. e.* est ergo mediana quantitas est radix radicis et radice de 12500. et ex 50. dragmis maior vero quantitas erit radix amborum quadratorum quæ fiunt a minori et a media quantitate et hæc est radix radicis radicis 12500. minus 50.

dragnis et radicis radicis 12500. et 50 dragmarum.

Et si dicatur divisi 10. in tres partes et fuit multiplicatio minoris per maiorem sicut multiplicatio mediæ partis in se et multiplicationis minoris in se et mediæ partis in se sunt sicut multiplicatio maioris partis in se pone primum pro minori parte dragmas et pro media rem et pro maiori censum et hæc facies, quia multiplicata dragma quæ est minor pars in censum qui est maior pars est sicut multiplicatio mediæ partis, scilicet rei in se, deinde multiplica dragmam in se et veniet dragma, et multiplica rem in se veniet census census et multiplica censum hoc est maiorem partem in se et provenit census census qui equatur censui qui provenit ex re ducta in se et dragma quæ provenit dragma ductu in se. Sed omnis census census equatur censui et dragma est sicut quando equatur census rei et dragmæ. Verbi gratia pro censu census esto quadratus *a. g.* cuius latus est *b. g.* et accipiat in *b. g.* recta *b. e.* quæ sit 1. et per punctum *e.* protrahatur linea *e. c.* erit itaque superficies *a. e.* census cum provenit ex ducta *a. b.* quæ est census in *b. e.*



quæ est 1. remanebit ergo superficies *c. g.* 1. et pro-

venit ex *g. e.* in *e. c.* hoc est ex *g. e.* in *b. g.* Nunc dividamus *b. e.* in duo equa ad punctum *f.* et erit multiplicatio *e. g.* in *b. g.* cum *e. f.* in se; sed ex multiplicatione *e. g.* in *b. g.* provenit 1. et quia ex multiplicatione *e. f.* quæ est medietas dragmæ provenit $\frac{1}{4}$ et sicut pro quadrato numeri *g. f.* habetur $\frac{1}{4}$ 1. ergo *g. f.* est radix de $\frac{1}{4}$ 1. cui si addatur *f. b.* quæ est $\frac{1}{2}$ dragmæ habebitur pro tota *b. g.* radix de $\frac{1}{4}$ 1. et $\frac{1}{2}$ dragmæ et est *b. g.* census cum totus quadratus *a. g.* sit census census et quia pro maiori parte posuisti censum erit itaque ipsa maior pars radix $\frac{1}{4}$ 1. et $\frac{1}{2}$ dragmæ quorum radix est media pars, et minor pars est 1. scilicet dragma et cum hac tres partes coniunctæ non equantur 10. dragmis et nos velimus 10. in suprascripta conditione dividere erit sicut coniunctum ex his tribus partibus inventis ad 10. ita dragma ad id quod provenit ex 10. minori parte quare ponamus ut ex ipsis 10. veniat minori parte rem et erit sicut coniunctum ex prædictis tribus partibus inventis ad 10. ita dragma ad rem, quare multiplicatio rei in prædictas tres partes inventas erit equalis multiplicationi dragmæ in 10. quare multiplicemus rem in ipsas tres partes et ex multiplicatione rei in radice radix $\frac{1}{4}$ 1. et medietatis dragmæ provenit radix radicis census census $\frac{1}{4}$ 1. et medietatis oensus et ex multiplicatione rei in radicem $\frac{1}{4}$ 1. et in medietatem dragmæ provenit radix census $\frac{1}{4}$ 1. et medietas rei quæ omnia equantur 10. Tolle ergo ab utraque parte rem et medietatem rei et radicem census $\frac{1}{4}$ 1. remanebit 10. diminuta re $\frac{1}{2}$ 1. et diminuta radice census $\frac{1}{4}$ 1. equales radici radicis census oensus $\frac{1}{4}$ 1. et medietatis

census, multiplicato ergo 10. minus re $\frac{1}{2}$ 1. et minus radice census $\frac{1}{4}$ 1. in se et veniet 100. et census $\frac{1}{2}$ 3. et radix censuum census $\frac{1}{4}$ 1. diminutis 30 rebus et diminuta radice 500. censuum qui equantur multiplicationi radicis radicis census census $\frac{1}{4}$ 1. et medietatis census quæ multiplicatio est radix census census $\frac{1}{4}$ 1. et medietas census, tolle ab utraque parte medietatem census et adde utrique parti 30. res et radicem 500. censuum et erunt 100. et tres census et radix censuum census $\frac{1}{4}$ 11. equales 30. rebus et radici 500. censuum et radici census census $\frac{1}{4}$ 1. tolle iterum ab utraque parte radicem oensus census $\frac{1}{4}$ 1. et hoc est ut de radice censuum census $\frac{1}{4}$ 11. extrahas radicem census census $\frac{1}{4}$ 1. et hoc est quod de radice $\frac{1}{4}$ 11. extrahe radicem de $\frac{1}{4}$ 1. est cuius radix de $\frac{1}{4}$ 11. sicut 3. radices de $\frac{1}{4}$ 1. Unde si ex ipsis tribus radicibus auferamus unam radicem de $\frac{1}{4}$ 1. remanebunt 2. radices de $\frac{1}{4}$ 1. quæ sunt una radix 5. dragmarum propterea quod cum de radice censuum census $\frac{1}{4}$ 11. tollitur radix census census $\frac{1}{4}$ 1. remanet inde radix 5. censuum census et sic 100. et tres census et radix 5. censuum census equantur 30 rebus et radici 500. censuum ; reduc ergo 3 census et radicem 5. censuum census ad censum et est ut multiplices illud per quartam partem numeri recisi: nam recisus ipsius binomii est 3. minus radice de 5. in quo reciso si multiplices 3. census et radicem 5. censuum census veniet inde 4. census quare si multiplices 3. census et radicem 5. censuum census per quartam recisi scilicet par $\frac{3}{4}$ diminuta radice $\frac{5}{16}$ dragmæ veniet census et ideo multiplica 100. per $\frac{3}{4}$ minus

radice $\frac{5}{16}$ veniet 757. diminuta radice 3125. quæ sunt cum censu et multiplicatum 30. res et radicem 500. censuum per $\frac{3}{4}$ diminuta radice $\frac{5}{16}$ veniet 10. res tantum quia ex $\frac{3}{4}$ in 30. res veniunt res $\frac{1}{2}$ 22. additæ ex radice $\frac{5}{16}$ diminuta in radicem 500. censuum veniunt res $\frac{1}{2}$ 12 diminutæ quibus extractis de radicibus $\frac{1}{2}$ 22. remanent 10. res ut diximus. Reliquimus quidem multiplicationem de $\frac{3}{4}$ in radicem 500. censuum additam cum sit equalis diminutæ multiplicationi radicis $\frac{5}{16}$ in 30 res ipsius : his itaque multiplicatis extrahe 25. diminuta radice 3125. de quadrato medietatis radicum scilicet de 25 remanebit radix de 3125. minus 5. dragmis quorum radicem accipe et extrahe eam ex medietate radicum scilicet de 5. remanebit 5. diminuta radice radicis 3125. minus 60. dragmis et hæc sunt minor pars. Et si volumus maiorem partem invenire pones pro ipsa dragmam et pro media radicem rei et pro minori parte rem et hoc facies ut sit multiplicatio rei in dragmam sicut multiplicatio radicis rei in se et quia propositum est ut multiplicatio minoris partis in se et media in se sunt sicut multiplicatio maioris in se multiplica minorem scilicet rem veniet census et multiplica mediam in se scilicet radicem rei et veniet res et sic habes censum et rem quæ equantur multiplicationi dragmæ scilicet maioris partis quæ multiplicatio est 1. divide ergo hæc secundum algebra et est ut divides numerum rei in duo equa veniet $\frac{1}{2}$ cuius quadratum adde dragmæ erit dragma $\frac{1}{4}$ 1. de cuius radice abice $\frac{1}{2}$ et remanebit pro quantitate rei radix de $\frac{1}{4}$ 1. subtracta inde medietate dragmæ et hoc est pro minori parte cuius radix est pro media parte ei

est radix radice de $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ dragmæ pro maiori vero parte posita est dragma et quia hæc tres partes positæ in simul junctæ non sunt 10. sic sicut 1. est ad summam ipsarum trium partium ita res aliqua sit ad 10. et erit multiplicatio ipsius rei in summam ipsarum trium partium sicut multiplicatio de 1. et 10. quare multiplica dragmam per rem et veniet res et multiplicata 10. in radicem radice de $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ census et multiplica rem in radicem de $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ veniet radix census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei, et sic habes rem et radicem radice census census $\frac{1}{2}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ census et radicem census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei equantur 10. dragmis. Proice itaque ab utraque rem minus medietate rei et radicem census quæ equantur radici radice census census $\frac{1}{4}$ 1. minus medietate census : multiplica ergo utramque partem in se et ex multiplicatione 10. minus $\frac{1}{2}$ rei et minus radice census $\frac{1}{4}$ 1. habebantur 100. et census $\frac{1}{2}$ 1. et radix census census $\frac{1}{4}$ 1. diminutis 10. rebus et diminuta radice 500. censuum quæ equantur multiplicationi radice radice census census $\frac{1}{4}$ 1. minus medietate census $\frac{1}{4}$ 1. quæ multiplicatio est radix census census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ census. Adde ergo utrique parti $\frac{1}{2}$ census 210. res et radicem 500. censuum et tolle ab utraque parte radicem census census $\frac{1}{4}$ 1. et erunt duo census 7100. dragmæ equales 10. rebus et radici 500. censuum. Dimidia ergo omnia quæ habes ut reducas ea ad censum unum et venient census 750 equales 5. rebus et radici 124. dimidia ergo radices et radices 125. censuum quæ sunt $\frac{1}{2}$ 2. et radix $\frac{1}{4}$ 31. et multiplicata eas in se venient $\frac{1}{2}$ 37. et radix $\frac{1}{4}$ 781. de quibus abice 50. quæ sunt cum

censu remanebit radix $\frac{1}{4}$ 781. diminutis dragmis $\frac{1}{2}$ 12. quorum radicem abice ex medietate radicem scilicet de $\frac{1}{2}$ 2. et radicem $\frac{1}{4}$ 31. remanebunt $\frac{1}{2}$ 2. et radix $\frac{1}{4}$ 31. diminuta radice differentiae quæ est inter $\frac{1}{2}$ 12 et radicem $\frac{1}{4}$ 78. et hæc sunt maior pars; minorem vero partem invenimus esse 5. diminuta radice differentiae quæ est inter 50. et radicem 3125. dragmarum : unde si has duas inventas partes extraxeris de 10. remanebunt pro media parte $\frac{1}{2}$ 2. et radix differentiae quæ est inter 50. et radicem de 3125. et radix differentiae quæ est inter $\frac{1}{2}$ 12. et radicem $\frac{1}{4}$ 781. diminuta ex his omnibus radicem $\frac{1}{4}$ 31. Et nota quod cum diximus radicem radicis census census $\frac{1}{4}$ 1. minus medietate census tunc intelleximus radicem acceptam ex radice census census minus medietate census. Unde cum multiplicatur in se illa radix radix provenit radix census census $\frac{1}{4}$ 1. sublata inde medietate census. Possumus enim ad inventionem mediæ partis ex tribus partibus quæ fiunt de 10. per hanc aliam viam perveniri videlicet ut ponamus pro ipsa media parte duas dragmas et prima radice rei et multiplicemus radicem rei in se veniet res et multiplicemus duas dragmas in se venient 4. dragmæ. Aggrega ea et habebis rem et 4. dragmas quæ equantur multiplicationi maioris partis in se quare maior pars erit radix rei 4. dragmarum et quia proponitur quod multiplicata minori parte in maiorem partem est sicut media in se multiplicemus radicem rei scilicet minorem partem in radicem rei et 4. dragmarum veniet radix census et 4. rerum quæ equantur 4. dragmis scilicet multiplicationi duarum dragmarum in se. Multiplica iterum hæc in se et erit census et

4. res equales 16 dragmis : dimidia itaque res et multiplica in se et adde cum dragmis 16. erunt 70. de quorum radice abice medietatem radicum remanebit radix 20. minus dragmis pro quantitate rei quorum radix est minor pars quia ponimus eam radicem rei pars vero maior quæ est radix rei et 4. dragmarum erit radix radicis 2022. dragmarum et media pars est 2. dragmæ et quia hac tres partes inventæ non sunt 10. erit proportio coniuncti ipsarum ad 10 sicut proportio 2. dragmarum ad id quod provenit medianæ parti quod ponamus esse rem et ideo multiplicatio rei in ipsas tres partes erit sicut multiplicatio 2. in 10. ergo multiplicemus rem in radicem 20. minus 2. dragmis radice eorum inde accepta veniet radix 20. censuum census minus 2. censibus , radice inde accepta et multiplicemus rem in 2. veniet 2. res et multiplicemus iterum rem in radicem 20. et duarum dragmarum veniet radix radicis 20. censuum census et duorum censuum quæ omnia equantur 20. dragmis. abice ergo ab utraque parte 2. res erunt 20. numis 2. rebus equales radici radicis 10. censuum census numis 2. censibus et radice radicis 20. censuum census 22. censuum. Multiplica igitur 20. minus 2. rebus in se veniunt 400. et 4. census minus 80. rebus et multiplica radicem 20. censuum census minus 2. censibus , accepta inde radice et radicem 20. censuum census 22. censuum accepta similiter inde radice in se et erit 8. census et radix 80. censuum census quæ equantur 400. dragmis 24. censibus diminutis 80. rebus. Adde ergo utrique parti 80. res et tolle ab utraque parte 4. census remanebunt 80. res et radix 80. censuum census 24.

census equales 400. dragmis : redige ergo radicem 8. censuum census 74. census ad censum et est ut multiplices ea per radicem $\frac{5}{256}$ minus $\frac{6}{16}$ dragmæ, quare multiplica 80. res in radicem $\frac{5}{256}$ minus $\frac{6}{16}$ veniet radix 125. censuum minus 5. rebus quæ sunt cum censu et multiplica 400. per radicem $\frac{5}{256}$ minus $\frac{6}{16}$. veniet radix 3125. minus 25. dragmis quæ equantur censui et radici 125. censuum sublastis inde 5. rebus dimidia ergo radicem 125. censuum minus 5. rebus veniet radix $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2. multiplica ea in se veniet $\frac{1}{2}$ 37. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. super quæ adde radicem 3125. minus 25. scias quia radix 3125. est duplum radice $\frac{1}{4}$ 781. veniunt $\frac{1}{2}$ 12 et radix $\frac{1}{4}$ 781. de quorum radice abice radicem $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2. remanebunt dragmæ $\frac{1}{2}$ 2. et radix dragmarum $\frac{1}{2}$ 12. et radice $\frac{1}{4}$ 781. minus radice $\frac{1}{4}$ 31. pro quantitate rei et hæc sunt pars media. Volo monstrare quomodo accepta radix radice 20. censuum census minus 2. censibus et accepta radix radice 20. censuum census 22. censuum multiplicentur in se. Sit itaque linea *a. b.* radix accepta radice 20. censuum census minus 2. censibus et *b. g.* sit radix accepta de radice 20. censuum census 22. censuum et volumus scire quantum venit ex *a. g.* quantitate ducta in se. Jam scis quod quadrata quantitatum *a. b.* et *b. g.* cum duplo *a. b.* in *b. g.* equantur quadrato quantitatis *a. g.* ergo multiplicemus *a. b.* in se et veniet radix 20. censuum census minus 2. censibus et ducamus *b. g.* in se venit radix 20. censuum census 22. census aggrega hæc in simul venient 2. radices 20. censuum census quæ sunt una radix 80. censuum census et multiplica quadratum quantitatis *a. b.*

ui quadratum quantitatis *b. g.* et habebis quadratum multiplicationis ex *a. b.* in *b. g.* sed multiplicatio quadrati *a. b.* in quadratum *b. g.* veniunt 16. census census, hoc modo cum multiplicatur radix 20. censuum census per radicem 20. censuum census veniunt 20. census census et cum multiplicantur 20. census additi in duos census diminutos veniunt 4. census census diminuti quibus extractis 20. censibus census remanent 16. census census quorum radix scilicet 4. census est id quod provenit ex *a. b.* in *b. g.* quorum duplum si addamus super radicem 80. censuum census habebuntur utique 8. census et radix 80. censuum census pro multiplicatione quantitatis *a. g.* et hoc volui demonstrare.

Et si dicemus divisi 10. in duas partes et de maiori parte extrahi duas radices eius et super minorem addidi duas radices eius et quæ provenerunt fuerunt equalia. Pone pro minori parte 5. minus re et pro maiori 5. rem et accipe 2. radices de 5. et re quæ sunt radix 20. rerum et abice eam de 5 et remanebunt 5. et res diminuta radice 20. dragmarum 24. rerum : deinde adde super 5. minus re 2. radices eius quæ sunt una radix de 20. minus 4. rebus et erunt 5. minus re et radix de 2. minus 4. rebus quæ equantur 5. et rei minus radice 20. dragmarum 24 rerum. Tolle ab utraque parte 5. et adde utrique parti rem et radicem 20. dragmarum, 24 rerum et erunt radix 20. minus 4. rebus et radix 20. et 4 rerum equales 2 rebus. Multiplica quidem utramque partem in se et veniet ex multiplicatione 2. rerum in se 4. census et ex multiplicatione radice 20. minus 4. rebus et radice 20. et 4 rerum in se veniunt 40. et radix 1600.

dragmarum minus 64. censibus quæ multiplicatio sic ducitur primum radix 20. minus 4. rebus in se veniunt 20. minus 4. rebus et ducetur radix 20. et 4 rerum in se et veniunt 20. et 4. res congrega ea et erunt 40. dragmæ et multiplica radicem 20. minus 4. rebus in radicem 2024. rerum et veniet una radix 400. dragmarum minus 16. censibus, duplica eas et erunt 2. radices 400. dragmarum minus 16. censibus quæ sunt una radix 1600. dragmarum minus 64. censibus et sic pro quæsito multiplicatione ut dictum est habentur 400 dragmæ et radix 1600. minus 64. censibus quæ equantur 4. censibus : Tolle ergo ab utraque parte 40. et erunt 4. census minus 40. dragmis quæ equantur radici 1600. dragmarum minus 64. censibus : multiplica ergo radicem 1600. minus 64. censibus in se venient 1900. dragmæ minus 64. censibus et multiplica 4. census minus 40. in se et venient 16. census census 21600. dragmæ minus 320. censibus, quæ equantur dragmis 1600. minus censibus. Adde ergo utrique parti 320. census et tolle ab utraque parte 1600. dragmas remanebunt 16. census census equales 256. censibus; divide hæc omnia per census et venient 16. census equales 256. dragmis : divide ergo 256 per 16. et exhibunt 16. pro quantitate census, quorum radix quæ est 4 est res : quare si addantur 4. super 5. et tollantur 4. de 5. habebuntur 9. pro maiori parte et 1. pro minori. Aliter tolle de 5. et re duas radices eius et adde super 5. minus re 2. radices eius et erunt 5. res diminutis 2. radicibus 5. et rei equales dragmis 5. minus re duabus radicibus dragmarum 5. minus re : tolle ergo ab utraque parte

5. et adde utrique parti rem et duas radices dragmarum 5. et rei erunt 2. res equales duabus radicibus 5. et rei et duabus radicibus 5. minus re : dimidia ergo hæc omnia et erunt radix 5. et rei et radix 5. minus re equales rei. Unde si multiplicaverimus rem in se veniet census equalis multiplicationi radicis 5. et rei et radicis 5. minus re in se ex qua multiplicatione proveniunt 10. et radix 100. dragmarum diminutis 4. censibus : tolle ergo ab utraque parte 10. remanebit census diminutis 10. dragmis equales radici 20. dragmarum minus 4. censibus. multiplica ergo census minus 10. in se et venient census census 2100. dragmæ minus 20. censibus et multiplica radicem 100. minus 4. censibus in se veniet 100. minus 4. censibus quæ equantur censui census 7100. dragmis diminutis 20. censibus. Tolle ergo ab utraque parte 100. et adde utrique parti 20. census remanebit census census equalis 16. censibus quare census est 16. et radix eius est 4. ut superius invenimus.

Et scias quod superius invenimus radicem 5. minus re cum radice 5. et rei equari uni rei, potuimus aliter quam processimus procedere videlicet ut tollatur radix 5 et rei ab utraque parte et erit tunc res minus radice et rei equalis radici 5. minus re tunc si multiplicaverimus utramque partem in se quæ provenerit erunt equalia, tunc multiplicemus rem minus radice 5. et rei venient census et 5. dragmæ et res minus radice 20. censuum 24. cuborum. Verbi gratia duc rem in se provenit census et duc radicem 5. et rei in se veniunt dragmæ 5. et res et sic habemus censuum 25. dragmas et rem. Deinde duc duplum rei in di-

minutam radicem de 5. et rei et hoc est multiplicare radicem 4. censuum per radicem 5. et rei de qua multiplicatione provenit radix 20. censuum 24. cuborum, diminuta ergo census et res et dragmæ 5. diminuta radice 20. censuum 24. cuborum equatur multiplicationi radicis 5. minus ducta in se scilicet dragmis 5. minus re : addamus ergo utrique parti rem et radicem 20. censuum 24. cuborum et tollamus ab utraque parte 5. remanebit census 22. res equales radici 20. censuum 24. cuborum multiplicemus etiam utramque partem in se et veniet census census 24. cubi 24. census equales 20. censibus 24. cuborum. Age ergo in eis secundum Algebra et inveniet census census equari 16. censibus quare census est 16. et radix eius est 4. ut dictum est. Est enim alius modus quem demonstrare nequimus donec intelligatur quod quando duo numeri sunt et tollantur ab uno eorum una vel plures radices eius et super alium addatur equalis multitudo radicem ipsius, et quæ provenerunt fuerint equalia tunc equabuntur in numero veniente ex multiplicatione radicis unius eorum in radicem alterius sicut modo eveniet de 1. et de 9. quia extractis 2. radicibus de 9. remanserunt 3. quibus 3. equatur 1. cum duabus suis radicibus, et hæc tria veniunt ex multiplicatione radicis de 1. quæ est 1. in radicem de 9. quæ est 3. et ego ostendam hoc in figura : ponam tetragonum *a. g.* pro maiori numero et actabo super lineam *g. d.* quadratum aliud *d. e.* quod erit equale quadrato *a. g.* cum ambo sint super unum latus et anguli qui ad *g.* sint recti et tollam ex quadrato *a. g.* quantitas librarum radices eius ut dicamus

2. et sin superficies $a. c.$ est 2. radices quadrati $a. g.$ erit recta $e. d.$ ex numero et accipiam in recta $g. e.$ recta $e. h.$ equalem rectæ $c. d.$ et per punctum $h.$ protraham rectam $h. i.$ equidistantem utrique rectarum $d. g.$ et $e. f.$ et protraham lineam $k. c.$ in punctum $l.$ et quoniam equalis est recta $g. c.$ rectæ $g. d.$ et est equalis recta $c. d.$ rectæ $e. b.$ erunt et $g. c.$ et $g. h.$ sibi invicem equales. Equilaterum est ergo quadrilaterum $c. h.$ et est etiam rectiangulum cum anguli $g. h.$ sint recti et recta $h.$ inequidistet $g. c.$ quare quadratum est quadrilaterum $c. h.$ et ponam illum pro minori numero et quia equalis est recta $e. h.$ rectæ $d. c.$ quot unitates sunt in numero $c. d.$ tot unitates sunt in numero $c. h.$ quare quot radices in superficie $a. c.$ et ex quadrato $a. g.$ tot radices sunt in superficie $e. m.$ quadrato $c. h.$ et quia $b. g.$ equalis est ex $g. e.$ equalis erit superficies $k. g.$ superficiei $c. e.$ scilicet superficies $k. g.$ est id quod remanet ex quadrato $a. g.$ extractis ab eo radicibus quæ sunt superficies $a. c.$ et superficies $c. e.$ est id quod provenit ex coniuncto quadrati $c. h.$ et radicum ipsius quæ sunt in superficie $m. e.$ ergo cum ex $a. g.$ quadrato tolluntur tot radices eius quod sunt unitates in numero $d. e.$ et super quadratum $c. h.$ addantur tot radices eius quot unitates sunt in numero $c. h.$ equalis est numero $c. d.$ concordant sibi invicem in superficie $k. g.$ vel in superficie $c. e.$ cum ambæ ipsæ invicem superficies sint equales et quia superficies $k. g.$ provenit ex ductu $g. c.$ in $b. g.$ et $g. c.$ est radix quadrati $c. h.$ et $b. g.$ est radix quadrati $a. g.$ numerus $a. g.$ diminutis ab eo radicibus quæ sunt in superficie $a. c.$ equatur cum

numero *c. h.* cum adduntur ei radices eius quæ sunt in numero *e. m.* In numero veniente ex multiplicatione radiceis unius in radicem alterius et hoc volui demonstrare postquam hæc demonstrata sunt : dividam 10. in duas partes et ponam minorem partem censum, maiorem vero 10. minus censu et addam super minorem partem 2. radices eius et erit census 22. res quæ equantur multiplicationi radiceis minoris partis in radicem maioris hoc est multiplicationis radiceis census in radicem 10. minus censu quæ multiplicatio est radix 10. censuum diminuto censu census et hæc est radix differentię quæ est inter censum census 210. census; deinde multiplicemus censum 22. res in se venient census census 24. cubi 24. census et multiplicemus radicem 10. censuum minus censu census qui equantur censui census in se venient inde 10. census minus censu census qui equantur censui census 24. cubis, 24. censibus. Age itaque in eis secundum Algebra et erit 2. census census 24. cubi equales 6. censibus : dimidia ergo hæc omnia et erit census census 22. cubi equales 3. censibus; divide hæc omnia per censum et exhibit census 22. res equales 3. dragmis. Age ergo in his secundum Algebra et invenies rem esse 1. quæ multiplica in se venient 1. pro quantitate census et quia nos posuimus minorem partem censuum et census est 1. ergo minor pars est 1. reliquum quod est usque in 10. scilicet 9. est maior pars. Et si volumus uti figura suprascripta possumus alio modo procedere et est ut ponas quadratum *a. g.* maiorem partem et quadratum *c. h.* minorem et abscindatur a maiori *a. g.* et radices sciu

quæ sint superficies *a. c.* quare *d. c.* erit 22. et quia *h. e.* equalis est *c. d.* erit similiter *h. e.* 2. quare superficies *e. m.* continet 2. radices quadrati *c. h.* ergo cum adduntur super quadratum *c. h.* et radices eius scilicet superficies *m. e.* provenit inde superficies *c. e.* et cum tolluntur ex quadrato *a. g.* radices eius scilicet superficies *a. c.* remanet superficies *k. g.* quæ est equalis superficiei *c. e.* sunt enim super equales bases et iisdem equidistantibus; his itaque intellectis faciam quadratum *c. h.* censum et quadratum *a. g.* 10. minus censu, et addam super censum *c. h.* superficies *d. m.* et *m. e.* quæ sunt 4. radices eius cum unaquaque linearum *d. c.* et *e. h.* sit 2. super quæ omnia addam quadratum *f. l.* quod est 4. dragmæ cum unaquaque linearum *f. m.* et *m. l.* sit 2. est enim *f.* inequalis *d. c.* et *m. l.* rectæ *h. e.* et sit totum quadratum *d. e.* constat ex cesso *c. h.* et ex 4. radicibus eius et ex 4. dragmis et est quadratum *d. e.* equalis quadrato *a. g.* scilicet 10. dragmis minus censu ergo census, 24 res 24. dragmæ equantur 10. dragmis minus censu. Adde ergo utrique parti censum et tolle ab utraque parte 4. dragmas erunt 2. census 24. res equales 6. dragmis : quare dimidium eorum scilicet census 72. radices equatur 3. dragmis; est enim superficies *c. e.* census 72. radices eius : ergo superficies *c. e.* 3. dragmæ et provenit ex *c. g.* in *g. e.* hoc est ex *g. h.* in *g. e.* ergo ex *g. h.* in *g. e.* veniunt 3. quibus si addatur quadratum numeri *h. n.* quod est 1. habebuntur 4. pro quadrato numeri *g. n.* ergo *g. n.* est 2. de quibus si tollatur *h. n.* remanebit *g. h.* 1. quo in se multiplicato reddit 1. pro censu *c. h.* hoc

30.

est pro minori parte quo extracto de 10. remanent et pro maiori parte.

Item divisi 10. in duas partes et divisi 10. per unamquamque ipsarum partium et multiplicavi unum exeuntium in alium et provenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Notandum est primum quod quando et aliquo numero fiunt partes et per unamquamque ipsarum partium dividitur esse numerus erit multiplicatio unius exeuntium in alium

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \quad g \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e \\ \hline d \\ \hline \end{array}$$

sicut aggregatio earundem, ad quod demonstrandum dividatur aliquis numerus a . in duas partes quæ sint b . g . et dividatur a . per b . et veniet e . et a . per g . venient d . dico quod multiplicatio d . in e . est sicut aggregatio d . cum e . quod sic probatur cum dividitur a . per b . provenit e . ergo cum multiplicetur b . per e . provenit a . similiter cum dividitur a . per g . provenit d . cum multiplicatur g . per d . provenit a . multiplicatio quidem per ex b . in e . est sicut multiplicatio g . in a . quare sicut b . ad g . ita a . ad e . Coniunctum ergo sicut b . et g . ad g . ita d . et e . ad d . e . mutanti ergo sicut d . et e . ad b . et g . ita e . ad g . sunt enim numeri b . g . equales numero a . ergo est sicut d . et e . ad a . ita e . ad g . sed sicut e . ad g . ita ductum ex d . in e . ad ductum ex d . in g . scilicet ex ducto d . in g . provenit a . ergo est sicut e . ad g . ita productum ex d . in e . est ad a . fuit etiam sicut e . ad g . ita coniunctum ex d .

et *e.* ad *a.* ergo coniunctum ex *d. e.* ad *a.* est sicut ductum ex *d.* in *e.* ad *a.* quare equalis ut multiplicatio *d.* in *e.* coniuncto eorumdem et hoc volui demonstrare. Possunt enim hæc aliter investigari si immemor non fuerit de his quæ superius demonstrata sunt videlicet cum omnium duorum numerorum unusquisque dividatur per alium et multiplicetur unum ex euntibus in alium quod inde semper provenit etiam et quando aliquis numerus divisus fuerit in duas partes et dividatur ipse numerus per unam illarum duarum partium quod id quod provenit ex divisione addidit semper super id quod provenit ex divisione alterius partis in ipsam partem et hæc ita sunt; ponamus aliquem numerum *a.* divisum in partes *b. c.* et dividatur *a.* per *b.* et veniet res et dividatur *a.* per *b.* et veniet 1. plus et dividatur *b.* per *c.* et veniet denarii et *a.* per *c.* et venient 1. plus ergo cum dividitur *a.* per *b.* provenit res et dragmæ et cum dividitur *a.* per *c.* provenit denariis et 1. dico quod multiplicatio rei et dragmæ per denarium et dragmam ut equalis congregationi eorumdem. Verbi gratia ex aggregatione quidem eorum proveniunt 2. et res et denarii quæ etiam proveniunt ea multiplicatione unius ipsarum partium in alium quia cum dividitur dragmæ in dragmam provenit 1. et ex re in denarium provenit 1. et sic habes 2. et ex ducto 1. quod est cum denariis in rem provenit res similiter ex ducto 1. quod est cum re in denarium et sic habes 2. et rem et denarium pro multiplicatione rei et dragmæ in denarium et dragmam sicuti habuisti per congregationem eorum et postquam hæc manifesta sunt et apta dicemus: divisi 10. in duas partes et per unam-

quamque ipsarum divisi 10. et provenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age in his secundum quod in consimili quæstione superius dicta sunt et invenies vel pone pro una partium 2. minus re et pro alia 8. et rem et multiplica unam ipsarum in aliam et illud totum per $\frac{1}{4}$ 8. et quod provenerit oppone cum 100. quæ proveniunt ex ducto 10. in se. Age secundum algebra et invenies rem esse nihil quare una ipsarum duarum partium erit 2. et alia 8. Et si posuerimus unam illarum duarum partium 2. et rem aliam 8 minus re et multiplicabimus 2. et rem in 8. minus re et illud totum ducemus per $\frac{1}{4}$ 6. quod provenerit erit equale 100. dragmis. Unde cum egerimus secundum Algebram in his inveniemus rem esse 6. quibus additis cum 2. et extractis de 8. veniunt 2. pro una partium 28. per alia. Et si dicemus feci duas partes de 10. et per unamquamque ipsarum divisi 20. et provenerunt $\frac{1}{2}$ 12. quia 10. sunt de 20. accipe $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ 12. erunt $\frac{1}{4}$ 6. quia in que proportionem sunt 10. ad 20. in eadem est numerus qui provenit quando dividietur 10. in duas partes et dividantur 10. per unamquamque ipsarum duarum partium ad numerum qui provenit ex divisione 20. in easdem partes ut inferius demonstrabo : quare dic divisi 10. in duas partes et divisi 10. per unamquamque ipsarum et provenerunt 46. Age in his ut supra dictum est et invenies unam partem de 10. esse 2. aliam 8. et ut demostremus quæ promisi in hac quæstione : sint duo numeri *a. b.* et dividatur *a.* in duas partes quæ sint *c. d.* et dividatur *a.* per *c.* veniet *e.* et dividatur *a.* per *d.* veniet *f.* et dividatur *b.* per *c.* veniat *g.* et dividatur *b.* per *d.* veniat *h.* dico quod est

sicut a . ad b . ita g . f . ad numerus g . h . quod sic probatur quia cum dividatur a . per c . provenit e . ergo ex c . in e . provenit a . similiter cum dividatur b . per c . provenit g . ergo ex c . in g . provenit b . scilicet ex c . in e . provenit a . quare est sicut a . ad b . ita e . ad g . similiter quia cum numeri f . h . multiplicentur per d . faciunt numerus a . b . quare est sicut a . ad b . ita f . ad h . fuerit enim sicut a . ad b . ita e . ad g . ergo est sicut a . ad b . ita numeri e . f . ad numeros g . h . Unde si a . proponamus 10. et b . 20. et dividantur 10. in duas partes et unamquamque ipsarum dividantur 10. et veniant numeri e . f . et dividantur 20. per easdem partes de 10. et veniant numeri g . h . qui sunt $\frac{1}{2}$ 17. ut propositum fuit erit itaque ut demonstratum est sicut a . ad b . ita e . f . ad g . h . scilicet ad $\frac{1}{2}$ 12 : sed a . ex b . est medietas ; quare numeri e . f . ex numeris g . h . scilicet ex $\frac{1}{2}$ 17. sunt $\frac{1}{2}$ scilicet $\frac{1}{4}$ 6. ut prædixi. Et si numerus b . esset plus vel minus de 10. semper itaque proportionem essent 10. ad ipsum numerum in eadem essent numeri e . f . ad numeros g . h . Unde potes secundum hunc nodum in omnibus similibus quæstionibus procedere. Sed si vis sine inventionem numerorum e . f . in inventionem duarum partium de 10. aliter procedere ponamus iterum numeros a . b . et ex a fiant 2. partes quæ sint g . d . in quibus dividamus numeros a . b . et veniant numeri e . f . et g . h . ut supra dico quod multiplicatio g . in d . producta in summam minorem g . h . est sicut multiplicatio a . in b . quod sic probatur quia ut dictum est cum multiplicatur c . in g . provenit b . si addiderimus numerum d . in multiplicatione erit multiplicatio c . in g . scilicet hoc est

c. in *d.* ducta in *g.* sicut multiplicatio *d.* in *b.* Item quia cum dividitur *b.* per *d.* provenit *h.* ergo si multiplicetur *d.* per *h.* provenit *b.* Unde si communem addiderimus numerum *c.* erit multiplicatio *d.* in *h.* ducta in *c.* hoc est multiplicatio *c.* in *d.* ducta in *b.* sicut multiplicatio *c.* in *b.* fuerit etiam multiplicatio *c.* in *d.* ducta in *g.* sicut *d.* in *b.* ergo multiplicatio *c.* in *d.* ducta in coniunctum ex numeris *g. h.* est sicut id quod provenit ex *c.* in *b.* et ex *d.* in *b.* scilicet numeri *c. d.* sunt sicut *a.* ergo multiplicatio *c.* in *d.* ducta in summam numerorum *g. h.* est sicut *a.* in *b.* et hoc volui demonstrare. Unde ponamus *a.* 10. et *b.* 20. et dividantur 10. in duas partes quæ sint *c. d.* in quibus cum dividuntur 20. proveniunt $\frac{1}{2}$ 2. qui sunt numeri *g. h.* et ponamus numerum *c.* rem quare numerus *d.* erit 10. diminuta re et multiplicemus *c.* per *d.* scilicet rem in 10. minus re venient 10. res diminuto censu quibus ductis in $\frac{1}{2}$ 12 scilicet in numeros *g. h.* erit id quod provenit equale 20. dragmis, scilicet multiplicationi numeri *a.* in numerum *b.* hoc est de 10. in 20. oppone ergo in his et restaura secundum Algebra et invenies unam partem esse 2. et aliam 8. vel pone unam partem de 1015. et rem et aliam 5. minus re et multiplica unam earum in aliam erunt 25. minus censu quæ duc in $\frac{1}{2}$ 12 et habebis similiter equale 200 dragmis. Et si dicemus de 10. feci duas partes et per unamquamque partium divisi 20. et multiplicavi unum exeuntium numerorum in alium et proveniunt 25. pone iterum numeros *a. b.* et ex *a.* fiant 2. partes quæ sunt *c. d.* et per unamquamque ipsarum dividantur *a.* et *b.* et proveniant numeri *c. f.*

et *g. h.* Jam scis per ea quæ dicta sunt quod est sicut *b.* ad *a.* ita numeros *g. h.* ad numeros *e. f.* Unde si *b.* duplus est ex *a.* dupli sunt *g. h.* ex *e. f.* et est etiam sicut *a.* ad *b.* ita *e.* ad *g.* et *f. h.* Unde si dupli sunt *g. h.* ex *e. f.* duplus est *g.* ex *e.* et *h.* ex *f.* multiplicatio ergo *g.* in *h.* erit quadrupla multiplicationis *e.* in *f.* et si tripli sunt numeri *g. h.* ex *f.* erit multiplicatio *g.* in *h.* nonupla multiplicationis *e.* in *f.* et si numeri *g. h.* medietas fuerint numerorum *e. f.* erit multiplicatio *g.* in *h.* quarta pars multiplicationis *e.* in *f.* et sic intelligas in quolibet casu. Unde si ponamus *b.* 20. et *a.* 10 erunt numeri *g.* dupli numerorum *e. f.* quare ex *g.* in *b.* provenit quadruplum numeri venientis ex *e.* in *f.* scilicet ex *g.* in *b.* propositum est venire 25. quare quarta eorum pars scilicet $\frac{1}{4}$ 6. veniet ex *e.* in *f.* Demonstratum est enim quod multiplicatio *e.* in *f.* est sicut aggregatio *e.* cum *f.* ergo numeri *e. f.* sicut $\frac{2}{3}$ 6. Unde revertere ad questionem et dic ex 10. feci duas partes et per unamquamque divisi 10. et provenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age post hæc secundum quod dictum est superius et invenies. Aliter aiaceant numeri præscripti ordine eodem et multiplicetur *c.* in *d.* et veniat *k.* ex *g.* in *h.* veniat *b.* dico quod multiplicatio *k.* in *l.* est sicut multiplicatio *b.* in se et erit *b.* medius in proportionem inter *k.* et *l.* et sic probatur quia cum *b.* dividitur per *c.* provenit *g.* et si multiplicatur *c.* in *g.* provenit *b.* Communiter addatur numerus *d.* erit multiplicatio *c.* in *g.* ducta in *d.* sicut *d.* in *b.* scilicet multiplicatio *c.* in *g.* ducta in *d.* est sicut multiplicatio *c.* in *d.* ducta in *g.* sed ex *c.* in *d.* provenit *k.* ergo multiplicatio *c.* in *d.* ducta in *d.* est sicut *k.* in *g.* quare

multiplicatio k in g . est sicut multiplicatio d . in b . Communiter addatur in multiplicatione numerus h . et erit multiplicatio b . in d . ducta in h . sicut multiplicatio k . in g . ducta in h . sed ex g . in h . provenit 1. ergo ex k . in l . provenit sicut b . in d . ducta in h . sed ex d . in h . provenit b . quia cum dividitur b . per d . provenit h . ergo ex ducta b . in d . et productu in h . est sicut b . in se ergo ex k . in l . provenit sicut ex b . in se et hoc volui demonstrare. Nunc revertamur ad quæstionem et dic divisi 10. in duas partes quæ sint c . et b . et in ipsis divisi numerum b . qui sit 20. et provenerunt numeri g . h . et multiplicavi g . in h . et proveniet l . qui est 25. deinde pone c . rem quare d . erit 10. minus re et multiplica rem in 10. minus re et illud totum duces in l . scilicet in 25. et quod provenit erit equale 400. dragmis scilicet multiplicationi d . in se vel pone c . 5. minus re et d . erit 5. et res et multiplica 5. minus re in 5. et rem et illud totum per 25. habebis similiter equale 400. dragmis vel aliter quia multiplicati k . in l . est sicut b . in se numeri k . b . l . in continua proportionem sunt, est enim sicut l . ad b . ita b . ad k . Unde si multiplicaverimus b . in se et summam quæ est 400. diviserimus per l . per 25. venient 16. pro numero k . scilicet numerus k . provenit ex e . in d . et numeri c . d . sunt 10. ergo dic divisi 10. in duas partes et multiplicavi unam earum per aliam et provenerunt 26. Age in his secundum algebram et invenies unam illarum partium esse 2. et aliam...

Rursus divisi 10. in duas partes et per unam illarum divisi 40. et unde per aliam et multiplicavi unum ex euntium numerorum in aliam et provenerunt 125.

quia 40. quadrupla sunt de 10. et 50. sunt quadrupla. multiplica 4 per 5. veniunt (venient) 20. de quibus divide 125. venient $\frac{1}{4}$ 6. qui sunt id quod provenit quando ex 10. fiunt duæ partes et dividetur 10. per unamquamque ipsarum. Age deinceps ut dictum est alias pro una duarum partium de 10. propone 5. et rem pro alia 5. minus re multiplica unum eorum venient 25. diminuto censu quæ multiplica per 125. quod provenerit erit equale. 2000. dragmis scilicet multiplicationi de 40. et de 50 et sic studeas operari in similibus. Et si dicemus tibi de 10 feci duas partes et per unamquamque earum divisi 10. et quod ex utraque divisione provenit duxi in se et provenit $\frac{1}{4}$ 20 accipe radicem de $\frac{1}{4}$ 20. quæ est $\frac{1}{2}$ 4. et erit illud quod provenit ex ipsis duabus divisionibus suprascriptis : operare deinceps ut supra : et si dixerit divisi 10. in duas partes et per unamquamque divisi 10. quod provenit multiplicavi in se et provenerunt 30. dragmæ ; pone pro una duarum partium 5. et rem et pro alia 5. minus re et duc unam earum in aliam et erunt 25. diminuto censu quæ multiplica in se erunt 625. et census census diminutis 50. censibus quæ multiplica per 30. erunt 18 et 50. et 30. census diminutis 1500. censibus quæ equantur 1000. dragmis quæ proveniunt ex quadrato de 10. multiplicato in se. Adde ergo utrique parti 1500. census et tolle ab utraque parte 1000. remanebunt 30. census census et 8250. dragmæ equales 1500 censibus. Reduc ergo hæc omnia a censum census et est ut dividas ea per 30. et erit census et dragmæ $\frac{2}{3}$ 291. remanebunt $\frac{1}{2}$ 33. quorum radice abice de 25. remanebunt 25. di-

minuta radice ; 333. pro quantitate census quorum radix erit res quam rem adde cum 5. et tolle eadem 5. et habebis quæsitum.

Item divisi 10. in duas partes et per unamquamque divisi 40. et quod provenit multiplicavi in se et provenit 625. Pone pro una parte 5. et rem pro alia 5. minus re et duc unam earum in aliam et illud totum per 25. scilicet per radicem de 625. et quod provenit equabitur 40. dragmis scilicet multiplicationi de 10. in 40. Age deinceps ut supra et invenies unam ipsarum partium 2. aliam 8.

Divisi 10. in duas partes et per unam illarum divisi 10. et quod provenit multiplicavi per aliam partem et provenerunt $\frac{1}{4}$ 20. Pone pro unam illarum duarum partium rem et aliam 10. diminuta re et divide 1° per rem exhibunt 10. divisa per rem quæ multiplica per 10. minus re veniet 100. minus 10. rebus divisa per rem quæ equantur $\frac{1}{4}$ 20 : multiplica ergo hæc totum per rem venient 110. minus 10. rebus quæ equantur rebus $\frac{1}{4}$ 20. Adde ergo utrique parti 10. res. equales 100. dragmis : divide ergo 100 per $\frac{1}{4}$ 30 venient. pro quantitate rei : Residuum quod est. 6. est alia pars. Et si dicemus tibi duplum 3. cuiusdam census multiplicavi per 30. et quod provenit fuit equale additioni 30. dragmarum et 3. eiusdem census, pone pro ipso censu rem et multiplica 30. res per 30. venient 900. res quæ equantur 30. rebus et 3. dragmis. Tolle ab utraque parte 30. res, remanebunt 8. et 0. res equales 30. dragmis; divide ergo 30 per 870. venient $\frac{1}{29}$ dragmæ pro quantitate rei.

Je regrette beaucoup de publier l'algèbre de Fibonacci (le chapitre xv^e de l'*Abbacus* qui précède contient toute l'algèbre) sans pouvoir l'accompagner d'un commentaire destiné à l'illustrer et à l'expliquer. Mais n'ayant inséré ici cet écrit que comme une pièce justificative, et le nombre des pièces de cette nature étant déjà très grand dans cet ouvrage, j'ai dû me borner au texte, que j'ai publié d'après le manuscrit de la bibliothèque Magliabechiana, sans y faire aucun changement. Je crois, au reste, que les géomètres verront avec plaisir le premier essai original sur l'algèbre qui ait été fait parmi les Chrétiens, et je me trouve heureux d'avoir enfin réalisé, au moins en partie, le projet de Commandino et de Bernard (1). Je n'ajouterai donc ici qu'un petit nombre d'observations absolument indispensables pour l'intelligence du texte.

Cossali (2) a donné la traduction algébrique de tout ce qui, dans l'algèbre de Fibonacci, se rapporte à la résolution des équations du second degré; ainsi je me bornerai à ce que j'ai déjà dit, à la page 36, de ces équations et des équations dérivatives (3). Rela-

(1) J'ai déjà dit (p. 26) que Commandino avait voulu publier la *Pratique de la Géométrie*. Edouard Bernard, plus tard, eut l'idée de publier une collection des ouvrages des anciens mathématiciens, parmi lesquels devait se trouver l'*Abbacus* de Fibonacci (*Fabricii bibliotheca græca*, 2^e édition, lib. III, c. 23).

(2) *Storia dell'Algebra*, tom. I, p. I et s. IV.

(3) Voyez ce que dit Fibonacci de ces équations à la page 448 et suiv. de ce volume.

tivement aux notations algébriques, il faut remarquer que, d'ordinaire, on plaçait anciennement un point après les lettres ou les nombres, pour les séparer des autres mots, sans que ces points eussent aucune signification particulière (1), et que, pour exprimer l'addition de deux quantités, Fibonacci les écrivait à la suite l'une de l'autre, comme le faisaient les Hindous (2). Ordinairement le géomètre de Pise représente par des lignes les quantités algébriques, et il désigne ces lignes tantôt par une seule lettre, tantôt par deux. Mais quelquefois aussi il exprime les quantités par des lettres, sans employer de figures géométriques. On peut supposer, à la vérité, que ces figures manquent dans le manuscrit que j'ai fait copier, et qu'elles se trouvaient dans l'original : cela est évident pour différens endroits; mais je n'ai pas voulu les rétablir, comme il aurait été facile de le faire, pour ne rien changer au manuscrit qui m'a servi de texte, et parce que je crois, d'après l'examen que j'ai fait de plusieurs anciens manuscrits, que souvent l'auteur indiquait alors une construction sans tracer la figure, que le lecteur devait faire en lisant. Au reste, les personnes qui se sont occupées d'analyse rempliront facilement cette lacune. Le texte aussi est,

(1) Ainsi *linea a. b.* veut dire simplement *linea ab.*

(2) Dans l'Abbaeus de Fibonacci, $\frac{2}{3} 1$ exprime $1 + \frac{2}{3}$; et $\frac{3}{4} a$ est égal à $a + \frac{3}{4}$.

dans certains passages , évidemment défectueux , mais je n'ai pas voulu me hasarder à le rétablir pour ne pas m'égarer (1). Le manuscrit de la bibliothèque Magliabechiana, que j'ai cité, est le seul qui me soit connu où se trouve en entier l'*Abacus* de Fibonacci. A la bibliothèque de Saint-Laurent et à la bibliothèque Riccardi de Florence il y a d'autres manuscrits, qui ne contiennent que des fragmens, des abrégés ou des traductions de cet ouvrage : si j'avais pu les comparer avec celui de la bibliothèque Magliabechiana, je serais parvenu probablement à rétablir complètement le texte; mais dans l'impossibilité où je me trouve de faire ce travail, j'ai dû me borner à suivre scrupuleusement le manuscrit le plus complet qu'on a bien voulu faire copier pour moi.

(1) Il est évident par exemple que les nombres $\frac{1}{2} 19, \frac{1}{3} 9, \frac{4}{9} 92$ qui se trouvent aux lignes 10, 11 et 12 de la page 448 doivent être remplacés par les nombres $\frac{1}{3} 19, \frac{2}{3} 9, \frac{4}{9} 93$; mais ici aussi j'ai reproduit fidèlement le manuscrit.

NOTE IV.

(PAGES 39 et 275.)

Le manuscrit de l'ouvrage de Savasorda, que j'avais cité d'abord, est effectivement défectueux (*MSS. de la bibl. du roi, supplément latin, n° 774*); mais depuis j'en ai découvert un autre parfaitement complet, qui se trouve également à la bibliothèque royale, et qui ne porte pas, dans le catalogue, le nom de Savasorda, parce que l'encre s'étant effacée dans beaucoup d'endroits, on n'en pouvait pas lire facilement le titre; mais où cependant, quand on l'examine avec attention, on voit comme dans l'autre manuscrit. « Incipit liber embadorum, a Savasorda in ebraico compositus, et a Platone Tiburtino in latinum sermonem translatus, anno arabum DX (1) mense Saphar ». Ce qui montre que cette traduction a été faite en 1116, et qu'elle précède par conséquent, comme je l'ai déjà dit, tous les écrits du même genre qu'on a cités jusqu'à présent, et où se trouvent des recherches sur l'algèbre.

Cet ouvrage, qui n'est en définitive qu'un traité

(1) Cette date est fort importante, et elle est certaine. On la retrouve aussi dans un manuscrit qui était autrefois dans la bibliothèque de Saint-Marc à Florence, et que Montfaucon a cité (*Bibliotheca bibliothecarum*, tom. I, p. 427).

d'arpentage, ne mériterait pas une attention particulière s'il n'était écrit à une époque si reculée. C'est un traité de géométrie pratique, et, sous le rapport théorique, il ne saurait offrir un grand intérêt. J'ai déjà dit qu'on y trouvait la formule qui donne l'aire d'un triangle quelconque en fonction de ses côtés. La démonstration manque : cependant l'auteur dit qu'elle était connue, mais qu'il ne la donne pas parce qu'elle est fort embrouillée. Voici ses expressions : « Hec
 « quidem in geometrie demonstrationibus est intricata;
 « quapropter tunc leviter explanari posse non exis-
 « timo. Hunc usque de secunda parte, deinceps vero
 « ad tertiam transitum faciamus. » — Dans le premier volume (p. 129), j'ai cité les Hindous, relativement à cette formule, sans parler de la démonstration qui se trouve dans l'ouvrage d'Héron traduit par Venturi (*Storia dell' Ottica, Bologna, 1814, in-4^o, p. 77 et suiv.*), attendu que nous ne savons pas d'une manière certaine si cet ouvrage est celui d'Héron l'ancien, et si en tout cas il ne contient pas des interpolations faites par ces mêmes Alexandrins qui ont attribué à Archimède le petit écrit sur l'analyse indéterminée dont j'ai parlé précédemment (tom. I, p. 206). De manière qu'à mon avis la question de priorité reste toujours indécise : cependant la diversité des démonstrations doit faire penser que, de leur côté, les Grecs ont découvert probablement aussi ce beau théorème; mais il me semble difficile qu'il se fût trouvé dans un ouvrage aussi ancien que celui du premier Héron, sans qu'aucun géomètre grec eût songé à le citer. D'ailleurs, c'est toujours la démon-

stration des Arabes et des Hindous qu'on rencontre dans les écrits du moyen âge; et bien qu'il soit énoncé dans des manuscrits qui paraissent du onzième siècle, ce théorème ne se trouve anciennement démontré que par la méthode des Hindous, la seule qui ait pénétré alors en Occident. Cependant comme cette formule, lorsqu'elle est générale, ne semble pas de nature à pouvoir être découverte par induction, il serait possible qu'on la trouvât démontrée dans des ouvrages antérieurs à ceux qui l'indiquent pour la première fois. Quoi qu'il en soit, les recherches intéressantes de Venturi et de M. Chasles (1), sur ce sujet, méritent l'attention des géomètres.

Le traité de Savasorda contient une table des cordes et plusieurs problèmes où les nombres sont toujours écrits suivant le système indien; mais les manuscrits que j'ai vus sont postérieurs à l'époque de Fibonacci, et l'on ne peut rien en déduire relativement à l'introduction de l'arithmétique indienne parmi les Chrétiens. Le mot *embada*, qu'on lit dans le titre, ferait croire que cet ouvrage est d'origine occidentale : d'ailleurs les citations de Macrobe et celle de la mesure de la terre, par Eratosthène, prouvent qu'au moins l'auteur ne s'était pas borné à étudier les auteurs arabes. A la fin, il y a quelques problèmes d'algèbre, mais si élémentaires, qu'ils ne servent qu'à

(1) *Venturi, storia dell' Ottica*, p. 123-128. — *Chasles, aperçu*, p. 431, 543 et suiv.

faire ressortir davantage les écrits de Fibonacci, qui sont même supérieurs à tout ce que nous connaissons des Arabes. Savasorda ne résout qu'une seule équation du second degré, sans donner la formule générale, et il s'arrête à des choses si simples, qu'il faut avouer qu'il n'était pas fort en analyse (1). Cependant cet embryon de notre algèbre est fait pour exciter vivement notre curiosité : je dirai plus ; on ne peut suivre sans émotion ces premiers essais analytiques faits par des peuples qui à peine sortis de la barbarie, voulaient déjà s'initier à l'*ars magna*. Car s'il y avait des traducteurs, et si leurs traductions sont arrivées jusqu'à nous, il faut nécessairement qu'il y eût déjà en Italie, au commencement du douzième siècle, un assez grand nombre de personnes qui s'intéressaient aux sciences. Ces premiers traducteurs,

(1) Voici les opérations qui se trouvent effectuées et les questions qui sont résolues dans l'ouvrage de Savasorda :

$$\sqrt{10} \times \sqrt{10} = \sqrt{100} = 10; \sqrt{20} \times \sqrt{3} = \sqrt{60};$$

$$(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 6;$$

$$a + b = 10, ab = 21;$$

$$\frac{\sqrt{x}}{2.3.4. \dots} = \sqrt{\frac{x}{2^2.3^2.4^2. \dots}}$$

$$a + b = 10, \frac{b}{a} = 5;$$

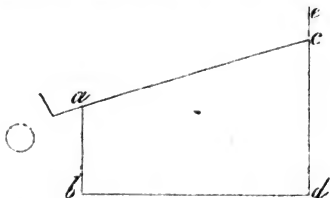
$$a : b :: c : x, x = \frac{bc}{a}.$$

qui à travers mille dangers, allaient chercher les sciences à leur source, étaient animés d'un zèle qu'on rencontrerait difficilement aujourd'hui. Honneur donc à leur mémoire : il faut les compter parmi les bienfaiteurs du genre humain !

L'ouvrage de Savasorda contient quelques faits dignes d'une mention particulière. On y emploie le miroir pour mesurer les hauteurs par réflexion avec l'astrolabe. « Si per speculum aut per concham ple-
« nam aque queris scire altitudinem turrium vel
« montium. » (*MSS. de la bibl. du roi, supplément latin*, n° 774, f. 42 et 46); et il y a aussi un procédé pour déterminer la profondeur d'un puits par la chute des graves : mais ce qui mérite surtout notre attention, c'est qu'on voit, à cet endroit, qu'on employait alors l'observation directe des astres pour mesurer le temps. C'est en déterminant avec l'astrolabe l'arc décrit par un astre pendant une observation, que le géomètre juif parvenait à connaître combien elle avait duré. A une époque où la mesure directe du temps était plus imparfaite que les observations astronomiques, il est évident que la méthode de Savasorda devait donner des résultats plus exacts : c'était une espèce de cadran portatif que l'on faisait avec l'astrolabe. Voici, au reste, le passage original dont il s'agit (*ibid.* f. 45).

Quando queris scire altitudinem vel profunditatem alicujus pelagi aut stagni aut cujuslibet fluvii, congruas tibi unum globum de aramine aut de plumbo in modum subtus jacentis formule rotundum undique et tenuem quantum possis. Hoc facto, construe tibi

aliam formulam de ferro secundum quod infra sit scriptum. Sit ex parte *ab* sit latus plerique intus *cd*, et intus *ac*, et *bd* majoris longitudinis fiat quam *ab* et ex parte *a* habeat unguam per quam pendat de ipso



globo per circulum quem habet globus in costa sua, et ex parte *c* habeat clavum extra pertensum usque ad *c* totum equalem usque ad extremitatem ejus, et in ejus extremitate de parte *c* habeat caput grossius quam certam partem, cujus capitis pondus citius ipsum ferrum in aqua immergat; et pendat ipsum ferrum de globo: postea pone super aquam cujus profunditatem scire queris, et dum in aquam mergis tu eadem hora altitudinem solis accipias in astrolabio, et vide que ora sit, et permitte ipsum ferum ingredi in aquam usque ad fundum; quod adhuc pervenerit ad fundum, ibi se offendit et postea enatans ascendendo redibit, et cum pervenerit ad te, tu iterum accipe horam per astrolabium, et videbis quantum est ab hoc quo cesserit immergi usque quo regressum fuit: si est una hora vel duo vel quotlibet; postea accipias astam ad mensuram aliam et immerge in eodem loco, mensurabis quot pedes vel cubitos vel statuas ipsa aqua habeat in profunditate et quot horas habeat in immersione et emersione ejus, et in tot horis quot inve-

nisti. Nam prius in aqua parva debes probare , postea in aqua magna si queris et sicut in primis invenisti sic facies ; et tot pedes vel cubitos dabis ad tot horas ; quod si queris hoc facere, accipe vas tellureum subtus perforatum et pone super aquam quando ferrum et eramine immergis, et videbis quantum colligit aquam ipsum vas quousque redeat ferrum, et ponderabis ipsam aquam et dabis ad 4 argent. 10 statuas hominis medii ; ad 1 argent. 2 statuas et dimidii, ad ducentos argenteos, quingentos : sic probabis.

NOTE V.

(PAGES 70 et 71.)

Epistola Petri Peregrini de Maricourt ad Sygermum de Fontancourt (1) militem, de Magnete.

Iste tractatus de Magnete duas partes continet , quarum prima decem capitulis completur , et tribus secunda. Primum capitulum prime partis est de operis introductione , secundum vero qualis debeat esse hujus operis artifex. Tertium de cognitione lapidis. Quartum de scientia inunctionis lapidis partium. Quintum de scientia inventionis polorum in lapide ; quis eorum sit septentrionalis , et quis meridionalis. Sextum qualiter magnes attrahat magnetem. Septimum qualiter ferrum tactum cum magnete ad polos

(1) Le manuscrit d'où j'ai tiré cette lettre est très peu lisible à cause surtout des abréviations sans nombre qu'il contient : même après avoir consulté des personnes fort habiles dans la lecture des anciens manuscrits, j'ai été forcé de laisser plusieurs mots en blanc. Le nom de celui à qui la lettre est adressée n'est pas bien clair. Dans le premier volume (p. 383), j'avais adopté la leçon *ad Sygerium de Fontancourt* ; un nouvel examen me porte à croire qu'il faut lire : *ad Sygermum de Fontancourt* ou de *Fontaucourt*.

mundi vertatur. Octavum qualiter magnes ferrum attrahat. Nonum qualiter pars septentrionalis meridionalem attrahat et e converso. Decimum de inquisitione. magnetis virtutem naturalem quam hic receperit et recipiat. Ista sunt capitula partis secunde: Primum capitulum de compositione instrumenti quo scitur azimuth solis et lune et cujuslibet stelle in horizonte. Secundum de compositione alterius instrumenti melioris ejusdem officii. Tertium de toto artificio compositionis perpetui motus.

Amicorum intime, quomdam magnetis lapidis occultam virtutem a te interpellatus, rudi narratione tibi referabo. nihil enim apud physicos, absque. . . principio est rotundum, cum in tenebris orbitat et offuscatur bonorum natura, donec in. deditionis radium erigatur amore ergo cui conscribam sermone plano, que vulgo studentium penitus sunt ignota actum vero nec de manifestis hujus lapidis in hac epistola trademus scientiam, eo quod hoc tradito pars et tractatus in quo docebimus physica componere instrumenta de occultis hujus lapidis tractatus spectat ad artem lapidis sculpture, et licet opera de quibus quesivisti apellem manifesta erunt, cum inestimabilia et vulgo que illusiones cum fantasmata et imo quo ad vulgum secreta sunt, astrologis autem cum satis erunt manifesta et ipsis erunt solacium, et pro vectis viatoribus erunt non modici juvamenti. Ex hiis ergo colligatur hujus operis introductio: scito verissime quod oportet hujus operis artificem scire. nec inscium ipsum esse motuum celestium, sat oportet industriosum in opere manuum ad hoc quod in eter-

num per opus ejus effectus mirabiles nam per suam
industriam ex modico poterit errore corrigere quod.
per naturalem et mathematicam solas non faceret, si
manuum careret industria in occultis operibus multum
indigemus industria manuali, cum, ut plurimum, sine
ipsa nihil possumus facere completum, multa namque
sublatent imperio rationis que manu complere non
possumus. Ex hiis ergo qualis debeat esse hujus ope-
ris artifex. Cognoscetur autem iste lapis esse durus
cum colore, unigenee pondere cum virtutem; color
autem ipsius debet esse ferreus lividus mixtus indico
seu colore celestivo ut sit quia ferrum pollitum ab.
.... corrupto infectum talem enim lapidem nunquam
vidi absque magno effectu. Talis autem, ut plurimum
invenitur in partibus septentrionalibus et a nautis in
omnibus portibus maris septentrionalibus, ut puto,
Normannie, Flandrie, debet et lapis iste esse unige-
neus; qui habet maculas rubiginosas et foramina per
loca non est electus, et vix invenitur magnes sine sca-
biositate. Talis lapis. qui. sui unige.
et sub talium partium bonam compaginem effetus
ponderosus pretiosior exerit in pretio virtutis, at ipsius
per fortem ferri et magis ponderis attractioni cujus
modi attractionis inferius narrabo, dinoscitur. Si ergo
lapidem cum hiis inveneris huuc habeas si
possis. Patet ergo ex quibus. eliciatur hujus la-
pidis cognitio. Scire debes quod hic lapis in se gerit
similitudinem celi, cujus modum probationis inferius
docebo patenter experiri; et imo cum in celo sint duo
puncta noctabiliora ceteris eo quod spera celestis
supra exvolvitur, tanquam super axes, quorum unum

polus articus seu septentrionalis nominatur, reliquum vero meridionale. Ad istorum duorum punctorum generalem inventionem multiplici industria poteris devenire, et est modus ut rotundetur cum artificio cum quo retundantur cristalli et alii lapides; ac postea ponatur acus vel ferrum oblongum gracile in modum acus supra lapidem.... dividens per medium, postea ponatur acus vel ferrum magno situ supra lapidem signatum linea, et si vis facies hoc in pluribus locis et sitibus, procul dubio omnes lineae hujus in duo puncta concurrant; sic omnes orbes mundi meridiani in duos concurrunt polos mundi oppositos; scito tunc quod unus est septentrionalis et alius meridionalis cum probationem in sequenti capitulo videbis; alius vero modus inunctionis istorum punctorum melior est, ut videas locum in lapide rotundato, ut dictum est, vero summitas acus vel ferri frequentium vel fortius adheret. Erit enim hic locus unus ex punctis inventis per jam dictum modum; ut ergo precise habeas punctum unum in lapide, frange de acu vel ferro modicum.... sic oblongum ad spissitudinem duorum unguum, ac pone supra locum quo punctus modo jam dicto inventus est, et si steterit orthogonaliter supra lapidem, erit procul dubio ibi punctus quesitus, si non moveas ergo ipsum donec orthogonaliter steterit; quo facto illic signa punctum, et simili modo in oppositam partem lapidis punctum invenias oppositum, quod si recte feceris et lapis sit. puncta erunt recte tanquam poli in spera opposita.

Visa arte cognitionis polorum lapidis magnetis, quis autem sit septentrionalis et quis meridionalis cognosces

per hunc modum : sume vas ligneum rotundum ad modum cippi vel..... et in eo pone lapidem, ita videlicet quod duo puncta lapidis sint eque distantia limbo vasis, et tunc istud cum lapide intus posito, pone in alio magno vase pleno aque, ut sic lapis in primo vase sicut nauta in navi; vas autem primum sit in..... spatio sit sicut navis in flumine fluctuans, vel in mari, et..... spatiose ne per contactum ipsius ad limbum magni vasis motus naturalis lapidis impediatur; hic enim lapis sic positus volvet suum parvum vas quousque polus septem trionalis lapidis in directo septentrionali et meridionali in directo meridionali steterint, qui sic si milesius amovebitus, millesies ad suum locum revertetur nutu Dei; et cum partes septentrionis et meridiei sint in celo note, erunt note per illas in lapide, eo quod qualis lapidis pars erit in directo sue partis celi.

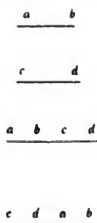
Habita cognitione quis polus in lapide sit septentrionalis et quis meridionalis, signare polos cum sculpturis, ut cognoscas eos quotidiem oportuit; et si vis postea videre qualiter lapis lapidem adtrahat, duos lapides preparados ut dictum est, in hunc modum adaptabis, et pone unum in suo vase ut fluctuet sicut nauta in navi et sicut puncta jam inventa eque distantia orizonte vel limbo vasis, quod idem est, alterum vero lapidem in manu teneas et aproxima partem septentrionalem lapidis quem tenes parti meridionali lapidis natantis in vase, sequetur enim lapis natans lapidem quem tenebis, quasi volens ei adherere, et si partem meridionalem lapidis quem bajulas e converso parti septentrionali lapidis natantis pretenderis, ac-

cidet illud idem videlicet quod natans sequetur lapidem quem tenebis; scito igitur pro regula quod pars septentrionalis in lapide partem meridionalem attrahit in alio lapide et meridionalis septentrionalem; quod si e converso feceris, sic quod septentrionalem septentrionali a proximes lapis quem in manu bajulas, lapidem natantem fugare videbitur, et si meridionalem meridionali jungas idem accidet, et hoc idem quod pars septentrionalis appetit meridionalem contra septentrionalem fugare videbitur. Cujus signum est quod finaliter in meridionali jungetur e converso autem accidet de parte reliqua, meridionali, quod si pretendatur meridionali lapidis natantis videbis eam fugare, cum tamen non faciant, sicut dictum est, de parte septentrionali ad meridionalem ex hoc evacuatur quorundam fatuitas. . . . quod si. . . . rationem similitudinis attrahetur ergo magnes magnete magis quam ferrum attrahet quod. . . . supponunt, cum sit verum quod et notum est omnibus expertis. Paret experimento quod cum ferrum oblungum tetigerit magnetem et ligno levi vel festuce fuerit affixum et aque exponem, una pars movebitur ad stellam quam nauticam vocatur, eo quod. . . . est nam veritas est quod non. . . . ad stellam. . . . , et ad polum, cujus probationem afferimus in suo capitulo; pars vero reliqua ad partem celi movetur, scias quod pars ferri quam meridionalis lapidis tetigerit ad septentrionalem cœli vertetur; e converso autem erit de parte ferri quam pars septentrionales lapidis tetigerit. Si ad meridionalem volvetur, et est res manifesta non intelligenti tamen motus ferri hujus vero experientia

nos. . . . dixisse probavit. . . . , et in naturalem appetitum lapidis vel ferri fluctuans seu natans super aquam attrahere vide partem septentrionalem ferri, et ei approxima meridionalem lapidis eam enim insequetur, et e converso parti meridionali ferri porrigere septentrionalem, lapidis eam enim sine resistentur contra hoc si autem facias e converso quod parti septentrionali septentrionalem lapidis approximes ferrum fugare videbitur, quousque pars meridionalis eidem ferro jungatur, cum similiter de parte reliqua idem intelligas si cum violentia fiat partibus quod videlicet pars ferri meridionalis quod cum septentrionali lapidis tacta fuerit tangatur cum meridionali lapidis, vel illa que cum meridionali tacta fuerit que. . . . meridionalis in ferro de facili et fiet meridionale quod fuerit septentrionale in eo, et e converso et cum hujus est impressio ultimi agentis. . . . et alterantis virtutem primi.

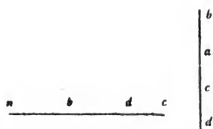
Pars autem septentrionalis lapidis meridionalem attrahit, et e converso, ut dictum est, manus contra attractionem lapidis fortioris virtutis agens est debilioris vero patiens; hujus autem rei causam per hanc viam fieri existimo; agens intendit suum, patiens non solum sibi assimilare set unire ut ex agente et paciente fiat unum. . . . et hoc potest experiri in isto lapide mirabili in hunc modum : sume lapidem unum quem fingas A.D. in quo sit A. septentrionale D. vero meridionale ac ipsum in duas partes divide, ut fiant duo lapides, ex eo postea lapidem quem A. tenet aque expones ut fluctuat, videbis quod A. vertetur ad septentrionem ut prius; fractura enim non tollit pro-

prietates partium lapidis si sit ingeneus, et sic operet quod pars hujus lapidis in ipsa fractura que sit B.



mirabilis existat hic ergo lapis de quo nunc dictum est fingatur A.B. de reliquo, et quam D. tenet, si aqua exponatur, videbis quod D. erit meridionale primo que vertetur ad meridiem si aqua exponatur pars vero reliqua ex parte fracture septentrionalis erit que sic C. erit ergo iste lapis C.D. primus-lapis A.B. sit agens. C.D. sit patiens. . . . que vices que due partes duorum lapidum que ante separationem in uno lapide erant, contra post separationem, una invenietur septentrionalis alter meridionalis; quod si rursus eedem partes approximentur, una alteram attrahet quousque sibi jungatur in puncto ut vero fractura fuerit cum quum de naturali appetitu fiet unum corpus ut primo, cujus signum est si illic. . . eandem operem quam primo. . . . agens ergo ut vides experimento intendit suum patiens sibi unire hoc autem. . . similitudinis interea oportet, ergo cum B. jungatur C. virtute attractionis, fiat una linea ex agente et patiente secundum hunc ordinem A.B.C.D. ut B.C. sint punctum unum; in hac enim unione retinetur seu salvatur ydemptitas partium extremarum

in similitudine qua erant post A., enim septentrionale est in contra linea sic erat indivisa eodem modo D. meridionale sic erat in ipso patiente diviso sic in. . . . in ipso unico ut non efficit, se et eodem modo accidet si A. jungatur cum D. ut due linee fierent una virtute unione ipsius attractionis secundum hunc ordinem C.D.A.B. ut D.A. sint unum punctum ydemptitas partium extremarum sic primo antequam unirentur, namque punctus septentrionalis erit B. vero meridionalis sic primus D.C. et ante divisionem; si autem fierent. . . . salvare hec ydemptitas seu similitudo partium vides enim quod si. . . . cum A. quod est contra expertam veritatem quod ex illis duabus lineis



fiat una linea secundum hunc ordinem B.A.C.D., sint in puncto uno D. quod erat meridionale antequam unirentur in hac linea totali, que vero reliqua extremitas sit septentrionale, prius cum erat meridionale; esse discipatur ydemptitas seu similitudo prior, et si pones B. meridionale sicut erat antequam unirentur, requiretur quod D. altera pars septentrionalis existat, cum tamen fuisset meridionalis, et sic sibi non servatur ydemptitas nec similitudo, oportet quod illud quod jam enim ex duabus in unum sic in eadem spe et. . . . quod sic non esset si natura istud impossibile eligeretur idem autem. . . . accidet, si jun-

gas D. cum B. ut fiat una linea secundum hunc ordinem A.B.D.C., ut paret intuenti. Natura autem ad vel agit meliori modo quo possit, eligit primum ordinem attractionis in quo melius salvatur ydemptitas quam in. paret ergo ex hiis qualiter pars meridionalis septentrionalem attrahat et e converso et contra meridionalis meridionalem ac septentrionalis septentrionalem. . . .

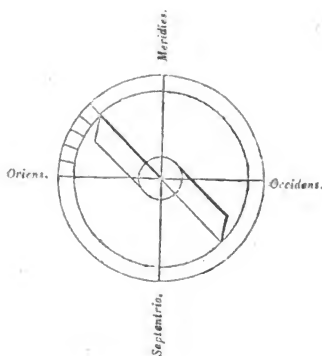
Quidam autem debiles inquisitores opinati sunt quod virtus qua agit magnes in ferrum sit in locis mineralibus in quibus magnes invenitur, verum dicunt quod licet ferrum ad polos mundi moveatur, hoc tum non est nisi quia nimia lapidis in illis partibus situantur; isti autem ignorant quod in diversis mundi partibus lapis dictus invenitur, ex quo sequitur quod ad diversa mundi loca moveretur, quod. ignorant quod locus sub polis sit inhabitabilis eo quod medietas anni sit unus dies et medietas nox, quare ab illis locis ad nos posse portari magnetem fatuum est estimare, preterea cum ferro vel lapis vertatur tam ad partem meridionalem quam ad partem septentrionalem, ut paret per jam dicta estimare cogimur, non solum a parte septentrionali, verum etiam a meridionali influi in polis lapidis magis quam a locis. cujus signum evidens est quod rerumque hoc fuerit videt ad. hujus lapidis modum sit situm orbis meridiani, omnis autem orbis meridiani in poles mundi concurrunt qualem a polis mundi poli magnetis virtutem recipiunt, et ex hoc apparet manifeste quod non ad stellam nauticam movetur cum in. concurrerint orbis meridiani, sed in polis stella nautica

extra orbem meridianum. . . . regionis. . . . invenietur bis completa firmamenti revolutione, ex hiis ergo manifestum est quod a partibus celi partes magnetis virtutem recipiunt, totas autem partes lapidis merito estimare potes; influentiam autem reliquis celi partibus retinere, ut non sic solum polos lapidis a polis mundi, sed totam lapidem a toto celo recipere influentias cum virtute estimates quod tibi. . . . modo consulo experiri: rotundetur lapis et invenientur poli in eo, et post dispone super duos stilos acutos lapidem, quod et cuilibet polo unus sic stilus leviter affixus in suo puncto in lapide ut lapis sine difficultate super eos possit moveri; quo facto, experias si lapidis partes equaliter ponderant movendo ipsum leviter super dictos, stilos et hæc pluries cum in pluribus horis diei facias sagaci industria. Quo facto, lapide in meridiano orbe super suos stilos leviter in polis lapidis leviter affixos, ut moventur ad modum armillarum, ita quod polorum ipsius elevatio et depressio in secundum sit elevationem et depressionem polorum celi in regione in qua fueris, quod si autem lapis moveatur secundum celi, gaudeas te esse assecutum secretum mirabile. Si vero non, imperitie tue potius quam. . . . consecrandi puto, per hoc autem excusabis ab omni. . . . nam per ipsum scire poteris ascendens in quacumque hora volueris et omnes alias celi dispositiones quas querunt astrologi.

Visis operibus naturalibus magnetis et manifestis, accedamus ad ingenia que ex cognitione compositionis naturalis ipsius dependent; sumatur magnes rotundus, et inveniantur poli, ut dictum est, cum. . . .

inter duos in duabus partibus, ut sit lapis. . . . sphaera compressa inter polos ut minorem locum obtineat, hic quidem lapis sit. inter duas cassulas in modum speculi recludatur in medio, et cassule ad invicem sic. ut aqua non ingrediatur preparantur cassule. ad hoc apta, et sint cassule ex ligno levi; quo facto, pone cassulas sic aptas in. . . . meridionalis et septentrionalis junctæ signatæ et designentur per filum extensum a parti septentrionali vasis usque ad partem meridionalem. Dimicte igitur cassulas fluctuare, et sit super eas lignum gracile in modum diametry; move ergo lignum illud super cassulas, donec lineæ meridionali prius intentæ cum per filum designatæ, sic equidistans de eadem cum ipso. Quo facto, secundum situm ipsius ligni sic situs. signa lineam in cassulis. perpetuo linea meridionalis in omni regione magna; nam per aliam ipsam othogonaliter secantem per medium dividatur cum erit linea orientis cum occidentis, et sic habebis. quartas in cassulis actualiter signatas. mundi partes designantes, quarum quolibet in parte, 90, dividatur, ut sint in universo 360 partes in tota circumferentia cassularum, et inscribere partes in ea in dorso Astrolabii consuerit inscribi, cum insuper regula tenuis et levis supra cassulas sic inscriptas ad modum regulæ in dorso Astrolabii loco tamen orthogonaliter erigatur. duo stili supra capita regulæ si ergo scire volueris azimuth solis de die, pone cassulas in aqua et dimicte eas moveri donec in suo situ quiescant, ibique eas tene firmiter, cum manu una et cum reliqua more regulam donec. stili cadat

secundum longitudinem ipsius, et tunc caput. . . .
 ex parte solis. . . . azimuth solis si fuerit ventus, coo-
 periantur cassulæ cum aliquo vase donec suum situm
 habeat; de nocte vero idem facies ad lunam et stellas
 per. . . . movebis enim regulam donec summita-
 tes stilorum et luna vel stella sint in eadem linea,
 summitas enim regulæ. . . . azimuth ipsius sicut prius;
 cognosces autem per azimuth horas. . . . et ascensiones
 et cuncta quæ oportet secundum doctrinam Astro-
 labii complere; hujus autem instrumenti forma prius
 doctrina demonstretur.



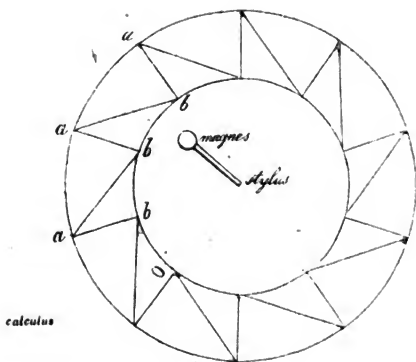
In hoc autem capitulo dicemus tibi modum com-
 positionis alterius instrumenti melioris cum certioris
 effectus: fiat vas ligneum vel eneam vel cujuscumque
 volueris materiei solide, et sic ad modum pixidis. . .
 parvum profundum et sic competenter amplum et ap-
 tetur super illud cooperthuum de materie transpa-
 rente, sicut est vitrum vel cristallus. . . . vas fuerit
 materie transparentis melius erit. Disponatur igitur

in medio ipsius vasis axis gracilis de ere et argento applicans extremitates suas duas partes pixidis, videlicet superius et inferius, sintque foramina duo in medio axis. . . . se respicientia et transeat unus stilus ferreus ad modum arcus per alterum illorum foraminum, et per alium transeat alius stilus argenteus et eneus intersecans ferrum orthogonaliter coopertulum, dividatur vero in quartas primo cum qualibet quartharum in partes 90, ut docebatur in alio instrumento, et signentur septentrio cum meridies et oriens et occidens in eodem, cum addatur ei regula de materie transparenti cum stilis in summitatibus erectis; tunc approximabis quam partem magnetis, sive septentrionalem sive meridianalem cristallo, donec acus ad ipsum moveatur et ab ipso virtutem recipiat. Hoc facto, pixidem volve donec una summitas acus steterit in directo septentrionis. . . . ex parte septentrionali celi. Quo peracto, volve aliam ad solem de die, ad stellas de nocte, modo supradicto per hoc instrumentum diriges gressus tuas ad civitates et insulas et loca mundi quaeque, et ubique fueris in terra vel in mari dummodo longitudines et latitudines sint tibi notae; sed qualiter ergo ferrum stet in aere per virtutem lapidis, in libro de operibus speculorum narrabimus et instrumenti jam dicti descriptio.

In hoc autem capitulo tibi revelabo modum componendi. . . . janue mobilem mirabili ingenio, in cujus inventionem multos vidi. . . . et labore multiplici fatigatos. . . . advertabant per virtutem seu potestatem hujus lapidis ad hujusmodi magisterium pervenire posse ad hujus rote constructionem. Compones cas-

sulam argenteam ad modum cassulæ speculi concavam, subtili artificio extrinsecus laboratam cum sculpturis et perforatis, quas facies sola pulcritudinis causa, cum allevatione ponderis; quanto enim levior erit, tanto velocius movebitur, ita cum perforabis quod occultus ignari infra cassulas non percipiat quod ibi subtiliter inseretur; interius autem sint claviculi vel denticuli unius ponderis limbo affixi, declines propinqui, ita ut non distet unus ab alio plus quam unius fabe, vel cicercis spissitudo. Sit autem rotula dicta in pondere suarum partium uniformis, et tunc axem affligas per medium supra quam volvatur rotula axe omnino in mobili extremitate. Cui videlicet axi stilus addatur argenteus, affixus eidem inter duas cassulas collocatus, intus summitate magnes situetur in hunc modum super acus rotundetur cum inveniantur poli, ut dictum est, postea in medium. . . . signentur polis. . . . et ex duabus partibus intermediis oppositis aliquantulum elime, ut sic compressus ad hoc quod minorem locum occupet, ne parietes cassule motu rotule interius tangat; quo sic disposito supra stilum collocetur ut lapis. . . . sic quod polus septentrionalis versus denticulos rotulæ aliquantulum inclinatus, ut virtus ipsius non divagat, set cum quadam inclinatione in ferreos denticulos influat, ut cum quilibet denticulus ad polum septentrionalem venerit et modicum ex impetu rotule illum transierit ad partem meridionalem accedat, qui eam potius fugabit quam attrahet, ut patet per regulam superius traditam, sit que erit quilibet denticulus in tractu perpetuo, fugaque perpetua et, ut velocius suum rotula exerceat officium, infra cassulas rec-

tude calculum parvum rotundum eneam vel argentum tantæ quantitatis quod inter duos quoslibet denticulos capiatur ; ita quod cum rota elevabitur , cadat calculus in partem oppositum , qualiter cum motus rotæ in una parte , sic perpetuus etiam cum casus calculi erit in partem oppositam receptus inter quoslibet duos denticulos perpetue qui sua ponderositate petens centrum terre faciet juvamentum denticulos quos non sinet in directo lapidis quiescere sint autem loca inter denticulos leviter incurvata ut apte capiant calculum in parte sui , ut prius demonstrat descriptio. Explicit tractatus de Magnete et rota viva.



Ce petit traité est tiré du manuscrit latin n° 7378 A, de la Bibliothèque Royale. Il servira , j'espère , à fixer l'opinion des savans sur la découverte attribuée au prétendu Adsygerius. Mais , outre son importance pour ainsi dire négative , cet écrit renferme des faits curieux pour l'histoire du magnétisme. On y trouve

une espèce de suspension, fort imparfaite à la vérité, comme celle dont parle François de Buti (1), mais enfin c'est une suspension : l'aiguille n'est plus flottante ; et si le frottement rendait l'observation incertaine, c'est qu'on ne savait pas mieux faire alors. Il semblerait, d'après le passage déjà cité de ce commentateur de Dante, que l'on ne sût même pas dans ces anciens temps communiquer le magnétisme d'une manière permanente à l'aiguille, puisqu'on était forcé de l'aimanter à chaque expérience. Buti appelle cela *inebriare* (enivrer) l'aiguille : Peregrinus se sert du mot *iniunctio*. Ce physicien combat l'opinion déjà émise par Guinicelli, savoir que la polarité dépend de l'attraction des montagnes magnétiques situées vers le pôle (2). Le procédé pour déterminer les pôles de l'aimant, l'observation relative à la disposition de ces pôles dans un aimant formé de plusieurs autres, méritent de fixer l'attention des savans (3).

(1) Voyez ci-dessus, pag. 68. — *Antologia, giornale di Firenze* ; Novembre 1831, p. 12.

(2) Voyez ci-dessus, p. 66.

(3) Cette lettre de Peregrinus doit être considérée comme le plus ancien traité de magnétisme que l'on connaisse. Les observations et les expériences qui s'y trouvent décrites donnent un grand prix à ce petit ouvrage qui, d'après ce que m'a écrit M. Wenckeback, porte dans le manuscrit de Leyde la date de 1269. L'application du magnétisme à la recherche du mouvement perpétuel est une erreur fort savante pour le treizième siècle ; et l'on sait combien cette idée, com-

Après avoir écrit la note qui se trouve à la page 69, j'ai pu consulter un grand nombre d'éditions du *Guerin Meschino*, et elles portent toutes le mot *imbellico*, ou *in bellico* qui signifie *en suspension*. Outre la première édition (Padua 1473 in-fol., c, CLIX) où il y a, comme je l'ai déjà dit (p. 221), « *E metendo el ferro inbellico. . . . e de li bossoli de la calamita* », les éditions de Bologne de 1475, de Venise de 1480, de Milan de 1482, de Venise de 1498, portent toutes, l'aiguille *in bellico*, ou *in bilico*, le *bossolo della calamita*, et la *carta da navigare*. Le manuscrit n° 2432 de la bibliothèque Riccardi de Florence (écriture du x^v^e siècle), a également « *mectendo el ferro imbillico. . . . impero li navicanti vanno con la chalamita securi per lo mare, con la stella et con lo partire della carta et della bussola con la chalamita*. Quant à l'époque où le *Guerin Meschino* a été composé, quoiqu'on le suppose antérieur à Dante, rien n'indique d'une manière précise le temps où vivait

binée avec la *pila a secco*, a été fertile dans ces derniers temps. Si l'auteur est Français, comme semble l'indiquer le nom de *Maricourt*, il mérite une place distinguée parmi les hommes qui ont contribué à la gloire de la France. Il serait possible au reste que la lettre que j'ai insérée ici ne fût autre chose que celle qui a été publiée à Augsbourg, en 1558, sous le titre de *Petrus Peregrinus de magnete seu rota perpetui motus*. Mais comme je n'ai jamais pu voir cet ouvrage, et que d'ailleurs on a toujours supposé qu'il différerait de la lettre attribuée à Adsygerius, j'ai publié ici cette lettre en entier, d'après le manuscrit de la Bibliothèque Royale, pour tâcher d'éclaircir cette question.

cet *Andrea* qui en semble l'auteur (*Poccianti catalogus scriptorum Florentinorum*. Florent. 1589, in-4°, p. 30. — *Bandini catalogus bibl. Leopold.* — *Laurent.*, Florent., 1791, 3 vol. in-fol., tom. II, col. 50. — *Dante, opere*, tom. IV, 2^e part., p. 121), mais tout dans ce roman porte le cachet de l'antiquité.

NOTE VI.

(PAGE 80)

Les Arabes, nous l'avons déjà dit (p. 35 et 36), ne considéraient que les équations dont tous les termes sont positifs. Les premiers algébristes chrétiens ont suivi le même système; de là la nécessité de *restaurer* les termes négatifs dans le membre où ils devenaient positifs. On ne conçoit pas comment Guglielmini (*Elogio di Leonardo pisano*, p. 22, 162 et suiv.) a pu tellement se tromper sur la signification d'*algebre*, et comment, même après Cossali, Montucla a pu rester dans le doute sur ce point. En latin, le mot *algebra*, pour restauration, se trouve employé par tous les médecins du moyen âge : je l'ai trouvé aussi dans des manuscrits français (voyez ci-dessus, p. 80), et enfin je l'ai rencontré en italien. Dans le livre intitulé : « *Collectonio de la cirogia composto per el clarissimo doctore Maestro Guidon di Gualiacho* » (Venezia, 1505, in-fol.) au feuillet LXXXIII, il y a : « Qui comincia lo quinto libro de algebra et extension et restauration deli ossi rotti deslogadi, del quale sono do doctrine ». Et dans les éditions du même ouvrage faites à Venise, en 1621 et en 1721, in-fol., sous le titre de *Guidon in cirugia Inventario* etc., on trouve encore « Lo quinto libro de algebra et extension et restauration de li ossi rotti et deslogadi. »

Il y aurait lieu à compléter la définition du mot

algebra qui se trouve dans le vocabulaire de la Crusca, en s'aidant surtout de l'étymologie arabe. La Crusca a donné, au reste, une définition déduite de l'algèbre ancienne : un orientaliste qui a voulu corriger cette définition, ne semble pas avoir bien compris le sens du mot algèbre, tiré de la *restauration* des termes : d'ailleurs les recherches sur la forme des fractions et des séries ne furent pas les premiers *vagiti* de l'algèbre, comme semble l'avoir cru le savant correspondant de Monti (*Monti, proposta*, tom. II, part. I, p. 307).

NOTE VII.

(PAGES 252 ET 268.)

Des écrivains d'un grand talent ont affirmé aussi que le christianisme, depuis qu'il était monté sur le trône, avait fait disparaître l'esclavage. On comprend difficilement comment l'esprit de système a pu parvenir à répandre et à faire adopter une si grave erreur. Sans vouloir entrer ici dans une discussion générale sur la question de savoir si, comme on le prétend de nos jours, le christianisme a été la base de toute la civilisation moderne ; je me bornerai à faire remarquer que sans doute une institution qui a exercé tant d'empire sur les masses a dû graver profondément son influence dans la société, mais que cette influence n'a pas été unique, et que si l'on veut voir dans les causes et les effets autre chose qu'une affaire de précédent et de conséquent, il faut reconnaître que la civilisation actuelle est le résultat d'une foule de causes et d'éléments divers, parmi lesquels comptent aussi des principes opposés au christianisme. Pour ne pas sortir de la question de l'esclavage, je demanderai d'abord si c'est le christianisme qui a fait cesser la traite des nègres, ou bien s'il l'a autorisée et encouragée ? et si aux États-Unis d'Amérique la religion chrétienne a su rendre la liberté aux gens

de couleur (1)? C'est la philosophie, si opposée au christianisme et si calomniée maintenant, qui a fait donner la chasse aux bâtimens négriers. Après dix-huit siècles d'existence, la religion chrétienne n'a pas le droit de venir revendiquer une part notable dans un acte qui a été accompli par ses plus cruels ennemis, la philosophie et l'esprit révolutionnaire, et au moment de son plus grand affaiblissement.

En Europe, l'esclavage, c'est-à-dire la possession d'un homme, et le droit de le vendre et de l'acheter, *indépendamment de la terre qu'il cultive*, n'a été aboli que graduellement, et dans des temps fort rapprochés de nous. Ce qui a pu induire en erreur sur un point aussi grave, ce sont les lois rendues à différentes époques pour parvenir à l'affranchissement des *serfs de la glèbe*. Comme on ne connaissait pas de lois pour l'émancipation des *esclaves*, on s'imaginait qu'ils n'existaient pas; tandis qu'en cherchant avec plus d'attention, on aurait pu trouver des dispositions qui réglaient les droits qu'on avait sur ces infortunés.

J'ai déjà fait remarquer (p. 267-268) que dans ces républiques italiennes où les ouvriers jouissaient de

(1) Voici un fait qui prouve que les papes eux-mêmes se sont quelquefois attribué le droit de disposer de la liberté des Chrétiens. Lorsque Clément V excommunia les Vénitiens, parce qu'ils s'étaient emparés de Ferrare, il décréta aussi *che dovunque eran presi, fossero havuti per ischiavi* (Marcello, *vite de' principi di Vinegia*, Venetia, 1557, in-4°, p. 65. — Consultez aussi *Sabellici opera*, Basileæ, 1538, 2 vol. in-fol., tom. II, p. 595.)

qui en parlent aussi avec tant d'autres écrivains, ni aux comédies italiennes où il en est question (1), je citerai d'abord le testament de *Lemmo di Balduccio* fait à Florence en 1389, dans lequel le testateur affranchit deux esclaves qu'il avait (2). Plusieurs contrats et documens de la même époque mentionnent également les achats d'esclaves à Venise, où il semble qu'il y avait une espèce de marché d'hommes, souvent européens et chrétiens à-la-fois (1). Dans

(1) Il ne faut pas récuser l'autorité des poètes et des auteurs comiques lorsqu'il s'agit des mœurs domestiques d'un peuple; mais on va voir que les faits dont je parle sont fondés sur des autorités bien plus graves.

(2) « Ancora per l'amore di Dio assoluè e liberò la Chiara di. . . . di Candia, e la Marta Tartara, e delle parti di Tartaria nata e origine avente, d'esso Lemmo schiave, e serve e servigiali per titolo di compera per esso Lemmo di loro e ciascuna di loro fatta. . . . restituyente esse e ciascuna di loro all'antica e propria libertà » (*Testamento di Lemmo di Balduccio*, Firenze, 1822, in-8°, p. 113-114).—Les noms prouvent que ces deux esclaves étaient chrétiennes, ce qui est au reste évident pour *Claire*, qui était de Candie. La phrase : « *Restituyente esse. . . all' antica e propria libertà* », montre que ces deux malheureuses étaient libres d'origine, et exclut toute idée de servage de la glèbe.

(3) *Fantuzzi, Monumenti Ravennati*, Vinegia, 1802, 6 vol. in-4°. tom. III, p. 282. — Le texte dit : « Decem instrumenta domini Guidonis, de slavus emptis in civit. Venet. ». Ce passage est d'autant plus remarquable, que, dans le même *Codice polentano*, on fait plusieurs fois mention des *fidèles*, qui différaient des esclaves, mais qu'on pouvait acquérir aussi par achat, par héritage, etc. (*Fantuzzi, ibid.*, p. 258). Je possède l'acte original de la vente d'une esclave, faite à Venise en 1450, et comme je ne connais aucun document de cette nature qui ait été publié, je crois qu'il ne sera pas inutile d'insérer ici cette

ces contrats monstrueux il était parlé des vices rédhibitoires exactement comme s'il se fût agi de la vente d'animaux domestiques. Dans les instructions pour former le cadastre de la république de

charte, afin de multiplier les preuves de ce que je veux démontrer :

« In Xpinme (*) amen. Anno natv. eiusdem milleo quadringentesimo quinquagesimo : xlii^a Indioe die Sabbati mens. Febr. vir prudens antonius colona qdam dni taddei de. . . . S. marie in baico de Venetiis, per se et suos hedes sponte libere et ex certa stia dedit et vendidit sub vinclo servitutis ppetue viro egregio angelo gadi de Florentia gerenti vice et noie s. Laurentii lutozi de nasis de Florentia et suorum hrdum una sua sclava de gne russiorum etatis annorum viginti duorum et circa vocatam marta, sanam et integram mente et corpe et omnib. suis membris tam occltis q. maifestis et maxime a morbo caduco secund. usum tere, exceptuato si grvida esset, et hoc per precio ducatorum triginta sex auri, quos deus venditor ctentus et cfess. fuit habuisse et integral, recepisse, ptim in denariis ctatis et plim scil. residuum in hancho scripte noblis viri dni nicolai brardi et sociorum campsor. in Rvato ; dans et concedens pdcto emptori et suis herdib. purum et merum dominium super dictam sclava cum permissione. . . . eam. . . . dandi, donandi, vendendi, alienandi. . . . et corpore vindicandi, et de ea disponendi prout de ipsius emptoris hedum per suor. voluntate pcessit, sine ulla contradioe, at promittens cum suis herd. pp. . . . ratam dicm venditorem cum. . . . in. . . . Etsi nullo unq. tere et dicere, apponere et venire in iudicio. . . . pro deam sclavam defendere et guarentare ab omnibus ipsam molestantibus ac molestare volentibus, in iudicio cum suis sumptib. laborib. et expens. sub hypotheca et obligatoe omnib. suis et suor. hedum bono. mobilium et immobilium prest. et fut. Actum Venetiis in Rto ad statoem. . . . presentib. viro dno pbro iohane de schaffa

(*) Je conserve ici les abréviations: elles ne présentent au reste aucune difficulté.

Florence, les esclaves étaient placés après les marchandises, avec les bœufs, les chevaux et *les autres troupeaux* (1). Ce honteux trafic fut continué dans les siècles suivans : François Carletti, voyageur florentin qui rentra dans son pays en 1606, dit avoir acheté aux Indes cinq esclaves qu'il fit baptiser et à quatre desquels il donna la liberté à Goa ; il ramena le cinquième avec lui en Italie (2). Le docteur Pagni qui en 1667 fut envoyé par le grand-duc de Toscane au dey de Tunis, raconte que ce dey aimait beaucoup le grand-duc parce qu'il traitait les esclaves avec plus de douceur que ne le faisaient les autres princes (3).

Ces faits suffisent sans doute pour démontrer l'existence de l'esclavage, mais on pourrait croire que ce

primacerio arb. iohannus.... matthei de Florentia cursor, et s. xpo-
foro.... bonatti di pergamo drapio in Rto et.... testib. ad premiss....
et rogatis.

Ego marinus de foris filius s. andree de Venetiis notus publicus
impli aucte et iudex ordinarius premiss. omnib. presens fui et ea
rogatus scripsi et publico sig. meo apposto.

(1) *Della decima*, tom. I, p. 27.

(2) *Carletti, ragionamenti*, Firenze, 1701, 2 part. in-8°, 2° part.,
p. 50.

(3) « E un giorno scorrendo meco del Ser. Padrone, mi disse; che
stimava S. A. S. sopra ogni altro principe del mondo per la sua beni-
gnità, poichè fra le altre cose gli schiavi, che da altri potentati veni-
vano strapazzati, quelli di S. A. S. erano benissimo visti e trattati.»
(*Pagni, lettere*, Firenze, 1829, in-8°, p. 18). — Il résultat de documens
contemporains qu'il y avait à Malte dix mille esclaves en 1710, et qu'il
y en avait encore mille en 1749. (*Mustafà bassà di Rodi schiavo in
Malla*, Napoli, 1751, in-4°, p. 42 et 49-52.)

n'était là que la tolérance d'un abus contraire aux lois ; je vais maintenant prouver que les lois garantissaient la propriété des esclaves.

Dans les statuts de la république de Florence, compilés en 1415, on trouve une rubrique où il est dit expressément que la qualité de chrétien n'exempte pas de l'esclavage, et que les officiers de la république sont tenus de poursuivre les esclaves fugitifs pour les rendre à leur maître. Si une esclave se trouve enceinte, celui qui en est la cause doit payer des dommages et intérêts au maître de cette femme (1). Les enfans suivent la condition du père : ils sont esclaves si c'est un esclave, libres si c'est un homme libre (2). Le statut de Lucques, rédigé en

(1) C'est par suite de cette disposition que, dans la chronique de *Lorenzo da Luziano*, publiée par Brocchi à la fin de sa *Descrizione del Mugello* (Firenze, 1748, in-4°), on trouve, à l'année 1392, ces paroles : « Giovanni d'Antonio chiamato il Bonina dal Borgo a S. Lorenzo, abbendomi a ristorare della schiava che m'ingrossò secondo la forma degli statuti, confessò avere da me in prestanza fiorini xxx, rogonne la carta ser Filippo di Giovanni da Laterina. »

(2) Voici quelques passages extraits de cette rubrique : « Cuilibet undecumque sit, et cuiuscumque conditionis existat, liceat ducere libere, et impune in civitatem, comitatum et districtum Florentiæ sclavum, sclavos, servum, servos cuiuscumque sexus existant, qui non sint catholicæ fidei, et christianæ, et ipsos tenere habere, et alienare quocumque titulo alienationis, et cuilibet liceat ab eis recipere, et habere, et tenere. Et prædicta intelligantur de sclavis et servis infidelibus, ab origine suæ nativitatæ, seu de genere infidelium natis, etiam si tempore quo ad dictam civitatem, comitatum, vel districtum ducerentur essent christianæ fidei, seu etiam si postea quandocumque fuerint

1539, parle encore des esclaves, et dit que le maître d'une esclave peut forcer celui qui aurait eu commerce avec elle, à la lui acheter le double du prix qu'elle lui a coûté ; outre une amende de cent livres (1). Je pourrais multiplier ces exemples, mais je pense que c'est inutile. Je terminerai donc en exprimant le regret de n'avoir jamais trouvé, parmi ces dispositions contre les esclaves, aucune mesure destinée à adoucir leur sort, ou à réprimer l'abus que le maître pouvait faire des droits que les lois lui accordaient. En cela, bien que payens, les empereurs de Rome ont montré plus de sollicitude pour le sort de ces infortunés, que n'en ont jamais témoigné les Gonfaloniers catholiques de la république de Florence.

baptizzati, quo non obstante possent retineri et alienari. Et præsumatur ab origine fuisse infidelis, si fuerit de partibus, et genere infidelis oriundus. Et quia ex partu deterior efficitur serva, teneatur idem ingravidans solvere domino, vel possessori eiusdem servae, tertiam partem eius, quod ante partum praedictum valebat. Et partus natus sequatur conditionem patris. Et quilibet officialis communis Florentiae, teneatur capere et capi facere quemcumque servum, vel servam alterius fugitivum vel fugitivam, et remittere ad dominum vel possessorem eius, ac etiam eos perquirere, et intrare perquirendo domum, et fundum cuiuslibet in quo, vel qua esse diceretur. » (*Statuta Florentiae*, Friburgi, 1778-83, 3 vol. in-4°, tom. I, p. 385-386.)

(1) *Statuta Civitatis Lucensis*, Lucae, 1539, in-fol. f. ccxvi, lib. iv, c. 103. — Dans le chapitre suivant, on condamne aussi à une forte amende celui « qui carnaliter cognoverit aliquam concubinam alicuius »

ADDITIONS

AU PREMIER VOLUME.

Page 21, note (1). — Consultez aussi *Notice ou aperçu des travaux les plus remarquables de l'Académie royale du Gard, depuis 1812 jusqu'en 1822, par Phélip*; Nismes, 1822, in-8°, p. 304-309.

Page 60, note (1). — Dans la Bibliothèque de Photius, on trouve des exemples d'étincelles électriques produites par le frottement (*Photii bibliotheca*, Rothomagi, 1653, in-fol., col. 1040 et 1041, cod. 242.)

Page 103, note (1). — M. Letronne, dans un savant mémoire qui a paru, le 15 août 1837, dans la *Revue des Deux-Mondes*, s'est proposé de prouver que notre zodiaque est dû aux Grecs.

Page 115, note (2). — Alkindi aussi avait écrit une encyclopédie scientifique. On doit regretter surtout son *Traité sur l'arithmétique des Hindous* (*Casiri, bibliotheca arab.-hisp.*, Matrit. 1760, 2 vol. in-fol., tom. I, p. 353 et suiv.).

Page 146, ligne 4 et suiv. — Depuis que ceci a été imprimé, ma prédiction s'est déjà confirmée. On sait combien les agriculteurs et les manufacturiers ont été frappés des procédés ingénieux contenus

dans l'ouvrage sur l'Éducation des vers-à-soie que M. Julien a traduit, il y a peu de mois.

Page 164, note (2). — Voyez aussi *Beatillo, historia di Bari*, Napoli, 1637, in-4°, p. 29 et suiv. — *Pirri, Sicilia sacra*, col. 36, 262, etc., dans le tom. II du *Thesaurus antiquit. Siciliæ*, etc., de Grævius et Burmann.

Page 165, note (1). — La formule mahométane *In nomine Domini pii et misericordis* se trouve fréquemment dans les ouvrages traduits en latin au moyen âge (*MSS. latins de la bibliothèque royale, fonds Sorbonne*, n° 971).

Page 193, note (3). — Cependant on trouve chez les Grecs quelques exemples de la composition des nombres par soustraction.

Page 204, ligne 10 en remontant. — J'ignore, au reste, si ce second volume a paru ; je ne l'ai cité ici que d'après une lettre de M. Ideler. En 1835, dans la première édition de mon premier volume, j'avais déjà signalé le passage d'Archimède.

Page 216, ligne 25. — Consultez, sur Burattini, la *Bibliografia critica delle antiche reciproche corrispondenze dell' Italia, colla Russia e la Pollonia*, par M. Ciampi (Florence, 1834, in-8°).

Page 245, ligne 1. — Ce serait un fait très remarquable que de trouver un auteur anglais traduit anciennement en arabe : mais ce nom est-il écrit exactement dans le manuscrit ? Au reste, au moyen âge, il y a eu plusieurs médecins appelés *Angli* : voyez, entre autres, le n° 7328-b des *Manuscripts latins de la bibliothèque royale*.

Page 302. — Des personnes qui n'auraient pas étudié l'algèbre pourraient peut-être vouloir accorder aux Arabes l'honneur d'avoir *connu et traité* les équations du troisième degré, sans les avoir résolues. Mais, pour quiconque a la plus légère notion de mathématiques, ou les mots *connaître et traiter* signifient *résoudre*, ou bien ils sont absolument vides de sens. C'est en leur donnant une telle acception que Montucla a pu douter de la réalité de la découverte attribuée aux Arabes; car, si l'on s'était borné à dire qu'ils n'avaient fait que parler des équations cubiques sans les résoudre, on ne se serait jamais donné la peine de discuter ce point (*). En effet, bien que l'on ait traité au quatorzième siècle, en Italie, les équations générales du troisième et du quatrième degré, comme la résolution n'est pas exacte, personne n'y a jamais fait attention. Dans la *Summa de arithmetica geometria*,

(*) Je dois ajouter ici que non-seulement les Arabes ont (comme on l'a déjà dit) connu les équations du troisième degré, mais qu'ils se sont occupés aussi de celles du quatrième, sans pouvoir cependant résoudre ni les unes ni les autres, sauf le cas où elles se réduisent à des équations du second degré ou à des extractions de racines. Un manuscrit important du quinzième siècle que j'ai reçu, il y a peu de jours, d'Italie, m'en a fourni la preuve. Ce manuscrit, qui contient la traduction italienne d'un traité d'algèbre composé en arabe, a pour titre : *Aliabraq argibra*, et contient 164 chapitres *réguliers* et 4 *irréguliers*. Il commence par une invocation religieuse, comme il y en a dans tous les ouvrages musulmans : la traduction semble du milieu du quatorzième siècle. Le traducteur dit : *Lo Titolo dellibro sic detto Aliabraq*

de Paciolo , on trouve aussi (part. I, dist. VIII, tr. 6, art. 2, f. 149) l'énumération des diverses équations du quatrième degré, composées de deux ou de trois termes; mais comme l'auteur ne résout que celles qui peuvent se réduire à des équations du second degré, ou à des équations binomes, on n'a jamais parlé d'une découverte de Fra Luca sur les équations cubiques. Euclide a construit une équation du quatrième degré; Diophante en a résolu une du troisième; les Hindous ont traité les équations dérivatives du second degré, et il y en a dans l'Abacus de Fibonacci. Ces faits sont connus depuis long-temps des géomètres; mais tant qu'on ne trouvera pas dans les ouvrages arabes la *résolution générale* des équations du troisième degré, on n'aura rien ajouté à ce que l'on savait depuis long-temps sur l'état de leurs connaissances algébriques.

Les ouvrages scientifiques des Arabes contien-

in rabescho che in latino volghare vuole dire dichiarazione di questione sottile : inpero che per questo si dichiara nell' arte del numero più quistione sottile che in altro libro.

Dans les chapitres irréguliers, placés entre les chapitres réguliers 182 et 183, l'auteur considère des équations que l'on peut écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} ax^5 + bx + cx &= d, \\ ax^4 + bx^5 + cx^2 + dx &= e, \\ ax^4 + bx^2 + cx &= dx^5 + e, \\ ax^4 + bx &= cx^5 + dx^2 + e, \end{aligned}$$

et dit qu'il n'y a pas de méthode générale pour les résoudre; mais il donne des règles applicables seulement aux exemples qu'il a choisis.

nent probablement des faits intéressans qui nous sont encore inconnus; mais on peut affirmer que ces faits ne seront découverts que par des hommes laborieux qui s'occuperont à-la-fois, et sérieusement, des sciences mathématiques et des langues orientales. De prétendues découvertes que l'on annoncerait avec pompe ne feraient que jeter de la défaveur sur des recherches dont, depuis deux siècles, les savans et les orientalistes ne cessent de s'occuper. Mais, tout en aplanissant la route, les travaux des Maronites, de Borelli, de Scaliger, d'Hyde, de Golius, de Graevius, de Forster, d'Assemani, de Banqueri, de Jourdain, de Colebrooke, de Caussin, d'Ideler, de Rosen, etc., etc., ont rendu bien difficile la tâche de ceux qui voudraient suivre ces illustres exemples.

Page 390, note (1). — Voyez aussi un manuscrit de la bibliothèque royale (*Supplément latin*, n° 113), où cette opération est intitulée : *Multiplicatione a scachero*. Dans le même traité, qui a été écrit en Italie au quinzième siècle, il y a la *règle du 9* employée comme preuve de la multiplication. On trouve la même *multiplication à échiquier* dans le *Thesoro universale de Abacho*, imprimé à Venise en 1548, in-8°.

Page 461, ligne 15 et suiv. — Je dois dire cependant que M. Reinaud pense que ce calendrier aurait été écrit en Espagne, l'an 961, par un chrétien, et dédié à Al-Akam, calife de Cordoue, surnommé Mostansir-Billah.

THE HISTORY OF

THE

REIGN OF

CHARLES THE FIRST

1625

1626

1627

1628

1629

1630

1631

1632

1633

1634

1635

1636

1637

1638

1639

1640

1641

1642

1643

1644

1645

1646

1647

1648

1649

1650

1651

1652

1653

1654

1655

1656

1657

1658

1659

1660

1661

1662

ADDITIONS

AU SECOND VOLUME.

Page 17, note (1).—Dans le dernier chapitre du Trésor de Brunet Latini il est parlé de ce syndicat.

Page 31, note (2). — Dès l'année 1742 Manni avait assigné la date de 1202 à l'*Abbacus* de Fibonacci (*Istoria del Decamerone*, p. 511.)

Page 57. — Dans un manuscrit du quinzième siècle conservé à la Bibliothèque royale (*Fonds Notre-Dame*, n° 167), il y a des anagrammes disposés comme les carrés magiques.

Page 103, note (1). — Voyez aussi *Affó, scrittori Parmigiani*, tom. II, p. 42 et suiv.

Page 133, note (3). — Muratori (*Antiquit. ital.*, tom. II, col. 365-388, dissert. 24) a publié un petit traité (du huitième siècle) de chimie appliquée à la peinture, qui renferme beaucoup de faits intéressans.

Page 135, note (1). — Lisez dans Zanetti (*Dell' origine d'alcune arti appresso i Viniziani*, p. 81 et suiv.) plusieurs documens fort curieux sur les anciennes verreries de Venise.

Page 151, ligne dernière. — On pourrait citer quelques compilations semi-encyclopédiques en prose, telles que le *Tesoro dei Poveri* par Spano, etc., mais elles n'ont presque aucune importance. Le *Roman*

de Sydrac, que Frédéric II fit traduire en français, et dont je possède en manuscrit une ancienne traduction italienne, est une véritable encyclopédie, mais l'origine en paraît orientale.

Page 152. — Quadrio e Bettinelli, trompés par la similitude du nom, avaient cru que le *Trésor* de Brunet Latin n'était qu'une imitation du *Trésor* en vers de Pierre de Corbiac. Mais M. Galvani, en publiant la presque totalité de ce petit poème, a prouvé que le maître de Dante n'avait rien emprunté au poète français. Il serait plus naturel de citer à ce propos Sordello, si célébré par Alighieri, et qui avait aussi écrit un *Trésor* (*Galvani, osservazioni sulla poesia de' Trovatori*, Modena, 1829, in-8°, p. 319-353). Il n'est peut-être pas inutile de faire remarquer ici que les poètes provençaux se sont fréquemment appliqués, et avec succès, aux mathématiques. (*Nostradama, vite de' poeti provenzali, tradotte dal Crescimbeni*, p. 114, 125, 129, 169, 176, etc.). Aux poètes cités par Nostradamus, on pourrait en ajouter d'autres : je me bornerai à mentionner ici Arnaud de Ville-neuve, dont j'ai vu à la bibliothèque de Carpentras un manuscrit en vers de géométrie pratique. Jusqu'à présent on ne s'est guère occupé de la Provence que sous le rapport de la poésie, et comme s'il n'y avait eu, sous ce beau ciel, que des troubadours et des jongleurs. Quand on voudra apprécier l'influence des Provençaux sur le reste de l'Europe, il faudra sortir de ces limites étroites, et étudier l'ensemble de leur littérature et de leurs travaux.

Page 155, note (1). — Voyez aussi à ce sujet , *Boccaccio , opere*, tom. VI, p. 289. — *Muratori , antiquit. ital.* , tom. I, col. 1049, dissert. 14.

Page 156. — J'ai répété ce que raconte Brunet lui-même dans le second chapitre du *Tesoretto* : cependant je n'ignore pas que plusieurs écrivains pensent qu'il retourna à Florence avant de venir en France (*Latini , B. , il Tesoretto*, Firenze, 1824, in-8°, p. XIII — XVI, et 12 — 15).

Page 161, note (1). — On peut lire une description détaillée de cette ambassade extraordinaire dans la *Giunta di Francesco Serdonati al libro dei casi degli huomini illustri di G. Boccaccio* (Firenze, 1598, in 8°, p. 807 — 812).

Page 192, note (2). — Stefani (*Delizie degli eruditi Toscani* , tom. XII, p. 80) donne , sur la mort de Cecco d'Ascoli , les détails suivans , qui semblent mériter plus de confiance que ce que raconte Villani : « Uno Maestro Cecco d'Ascoli, lo quale fu solennissimo uomo in Astronomia et in Rettorica, e in molte Scienza, e dicesi , che disse e dicea contra a fede ; mai non lo confessó. Ma pure (*il Duca di Calabria*) il fece ardere per alcuna cosa , che in uno suo libro scrisse delle cose , che sono contra fede.... ma dicesi che la cagione perche fu arso parve, che dovesse dire , che Madonna Giovanna figliuola dello Duca era nata in punto di dovere essere in lussuria disordinata; di che parve questo essere sdegno al Duca, pervocchè non avrebbe voluto, che fosse morto un tanto uomo per un libro. E molti vogliono dire , ch'era nimico di quello Frate

Minore Inquisitore, ed era Vescovo di Costanza, perchè i Frati Minori erano molto suoi nimici; di che il fece ardere a' di 16 di Settembre 1327. »

Page 194, note (1). — La Bibliothèque Royale (*MSS. français*, n° 7264) possède un manuscrit de l'Acerba qui a appartenu à Celso Cittadini. Ce beau manuscrit du XV^e siècle est enrichi, au commencement, d'un commentaire latin qui n'a au reste aucune importance scientifique. Il porte à la fin *Explicit*, bien que le poème soit inachevé.

Page 206, note (3). — Je me suis laissé entraîner trop loin par la ressemblance du nom, en attribuant à Paul Dagomari les règles *del maestro Pagholo*: car j'ai trouvé depuis dans Ghaligai (*Pratica d'arithmetica*, f. 3) que la règle pour *rilevare più figure* est due à un *maestro Paolo da Pisa*, que je ne connais que d'après cette citation.

Page 206, note (4). — Cependant je dois dire que dans la traduction manuscrite de l'algèbre d'*Alia-braa*, dont j'ai parlé ci-dessus, il est souvent question d'équations algébriques, que le traducteur italien appelle toujours *adequationi*.

Page 207, note (4). — Depuis que cette note est écrite, j'ai fait l'acquisition d'un manuscrit, daté de 1450, qui contient la sphère d'Alfragan, traduite du français en italien par Zuccherò Bencivenni de Florence, l'an 1313, *a richiesta d'uno nobile donzello della detta cittade*, et j'y ai trouvé effectivement, dans quelques cas, l'*u* distingué du *v*. Mais cette distinction appartient-elle à l'époque du traducteur ou à celle du copiste? Dans ce manuscrit, qui est

également intéressant pour l'histoire de la langue italienne et pour celle des sciences, l'ouvrage d'Alfragan est accompagné d'un commentaire très étendu. On doit beaucoup regretter que les membres de l'Académie de la Crusca ne s'en soient pas servis dans la dernière édition du *Vocabolario*.

Page 210, note (2). — Dans le manuscrit latin 7285 de la bibliothèque royale, Jean de Lineriis est supposé être *Picardus dioecesis Ambianensis* : mais, d'après l'examen de plusieurs autres manuscrits, j'ai acquis la conviction qu'il n'est ni Picard, ni Allemand, comme le supposait Baldi.

Page 214, note (1). — Après avoir écrit cette note, j'ai pu me procurer un ouvrage manuscrit de Paul Dagomari (*), qui est un traité d'arithmétique et d'algèbre, avec un peu de géométrie. Il m'est impossible d'en donner ici une analyse détaillée : je me bornerai à dire qu'il est aussi écrit *pour les négocians*, et qu'il renferme la résolution des équations des deux premiers degrés, celle des équations cubiques à deux termes, et la solution de plusieurs problèmes assez difficiles d'analyse indéterminée, parmi lesquels se trouve l'équation $x^4 - 36x^2 = z^2$, à résoudre en nombres entiers.

(*) Ce manuscrit, du quatorzième siècle, porte à la fin une note qui prouve qu'il a appartenu à Ugolino de' Martelli en 1436. C'est un in-folio de 168 feuillets.

Page 229, note (1). — Consultez aussi *Pezzana, storia di Parma*, Parma, 1837, in-4°, tom. I, p. 13-15.

Page 239-240, note (1). — Voyez, sur Megollo Lerario, *Interiano, P., ristretto delle historie Genovesi*, Lucca, 1551, in-4°, f. 126-127.

Page 263, note (1). — On pourrait citer une infinité d'autres exemples des progrès de la censure toscane. Il est fort douteux, par exemple, qu'on permît maintenant de réimprimer à Florence sans mutilations le *Discorso di Paolo Mini della Nobiltà di Firenze* (Firenze, 1614), que les Médicis avaient laissé publier, et où (p. 85), à propos de François Ferrucci et du siège de Florence, on lit ce passage : « Del che (*della morte del Ferruccio*) non pur Firenze sua patria, ma Italia tutta debbe piangere amaramente. Poscia che da quella infelice giornata, alla Italia (sia detto con sua pace) ne nacque servitù, ed a Firenze fu tolto, di non haver fatto ella sola (era egli liberarla dalla servitù degli oltramontani) qualche non hanno potuto poi fare tutte le potenze italiane...

Page 294-295, note (2). — On voit aussi les neuf premiers chiffres écrits par ordre, de droite à gauche, dans un *Algorismus de minuciis*, qui se trouve dans le manuscrit latin n° 7215 de la bibliothèque royale.

Page 301, note (2). — A l'appui de la conjecture de Jourdain, j'ai trouvé dans le manuscrit latin n° 971 (*Fonds Sorbonne*) de la bibliothèque royale... *Albumazar.... translata a Johanne hispaniensi de arabico in latinum.*

Page 487, note (1). — J'ai trouvé depuis, dans le manuscrit latin n° 7215 de la bibliothèque royale, un fragment anonyme de *Magnete*, qui n'est autre chose que le commencement de la lettre de *Peregrinus*. Bien que ce fragment soit peu lisible, si je l'avais connu plus tôt, je m'en serais servi pour tâcher de rétablir les lacunes ou les mots illisibles de l'autre manuscrit.

Page 506. — Les Hindous écrivaient les équations avec des signes positifs ou négatifs; pourquoi les Arabes, qui les ont imités dans tout ce qui est relatif à l'algèbre, n'ont-ils considéré que des équations avec tous les termes positifs?

Page 508. — Dans le tome quatrième (p. 436-438, etc.) de sa belle *Collection des lois maritimes* (que je regrette bien de n'avoir pas pu consulter plus tôt) M. Pardessus avait déjà signalé dès l'année dernière, l'existence de l'esclavage à Gênes et à Florence et je m'empresse de reconnaître son antériorité sur ce point. Cependant, comme mon illustre confrère n'a cité que des statuts maritimes, et que j'ai signalé un grand nombre d'autres documens d'où résulte le même fait, je pense que peut-être ma petite dissertation sur ce sujet n'est pas tout-à-fait inutile. Dans son ouvrage, M. Pardessus a également signalé d'autres faits que j'avais mentionnés dans mon rapide coup-d'œil sur le commerce des républiques italiennes. Il a trouvé en 1213, à Gênes, le jeu de hausse et de baisse, que j'avais vu plus tard à Florence; et il attribue aux Italiens l'invention des lettres de change, que j'avais indiquées dans Fibo-

nacci. Les lois maritimes des villes italiennes montrent la prodigieuse activité de ces républiques ; elles prouvent que lorsque le Nord était encore inerte, l'Italie avait su animer et régulariser toutes les sources de la puissance et de la prospérité publique.

ERRATA

DU PREMIER VOLUME. (*)

FAUTES.	CORRECTIONS.
Pages XVIII, ligne 2, en remontant. .la.....	de la
8, l. 6.....	où ou
11, l. 3, en remont... Pyrrus.....	Pyrrhus
12, l. 15, en remont.. (1).....	(2)
16, l. 13.....	antérieures..... antérieurs
21, l. 13.....	a..... à
27, l. 6, en remont... De.....	(De
30, l. 5, en remont... in-8o.	in-8°, p. 33 et 34
38, l. 14.....	presque..... presque entièrement
41, l. 15.....	lorsqu'on lorsque l'on
44, l. 9.....	furent..... furent également
45, l. 6, en remont... et.	et sur
48, l. 3.....	et. et où il
53, l. 2, en remont... Joseph.	Josèphe
69, l. 14.....	Acta. Actus
91, l. 8.....	abrutissement (1). . abrutissement
99, l. 2, en remont... les inconnues.	les quantités connues et inconnues
113, l. 8, en remont... <i>cristiana</i>	<i>christiana</i>
115, l. 9.....	sciences. science
130, l. 6, en remont.. Liliwati.	Lilawati
134, l. 7, en remont.. éter.	éther
145, l. 11, en remont.. no 2739.	no 7239
154, l. 7, en remont... <i>ration</i>	<i>vatican</i>
Ibid, l. 3, en remont... Savosorda.	Savasorda
155, l. 1, en remont... <i>autor</i>	<i>autori</i>
158, l. 7.....	ecclésiatiqnes. ecclésiastiques
Ibid, l. 8, en remont... 43 vol.	18 vol.

(*) La plupart des fautes que je corrige ici consistent en des mots ou des lettres qui ont sauté pendant le tirage, et ne se trouvent pas dans tous les exemplaires : je les signale, cependant, afin qu'en tous cas le lecteur soit averti.

FAUTES.	CORRECTIONS.
P. 159, l. 8.....	Bobio Bobbio
166, l. 16.....	un. quelque
193, l. 5, en remont..	entraînés. entraîné
194, l. 8, en remont..	<i>quatre-vingt, le quinze</i> <i>quatre - vingts , le</i> <i>vingt. quinze-vingts</i>
195, l. 7, en remont..	de ces. des
197, l. 12.....	douzes. douze
202, l. 13.....	formés. formé
204, l. 13, en remont..	<i>Téon. Théon</i>
210, l. 12.....	devint. devint
216, l. 10.....	Zucchi. Zucchi, les habitants de Raguse
218, l. 12.....	il. li
219, l. 3.....	ni. vi
Ibid, l. 3, en remont..	dans. dans le
220, l. 1.....	esse. essa
Ibid, l. 4.....	ni. vi
221, l. 6.....	il. li
223, l. 12.....	une. una
224, l. 7.....	operette. operetta
225, l. 10.....	mi.. mia
Ibid, l. 8, en remont..	se chauffent. s'échauffent
Ibid, l. 3, en remont..	cet.. cette
228, l. 12.....	e.. a
300, l. 2, en remont..	1836. 1835
304, l. 12.....	sciencus. science
365, l. dern.?	obcurum. obscurum
372, l. 5.	n° 7326. 7316
381, l. 4.	premier... royaume

ERRATA

DU SECOND VOLUME.

FAUTES.	CORRECTIONS.
P. 9, l. 5.....	aggression aggression
23, l. 6 et 8 en rem...	plena plana
27, l. 6 en rem.....	Italie de. Italie à
34, l. 15.....	algébristes modernes . algébristes
40, l. 7 en rem.....	<i>Xilandro</i> <i>Xylandro</i>
41, l. 11.....	<i>Xilandro</i> <i>Xylandro</i>
49, l. 8.....	mélanges. mélange
54, l. 13.....	Ecelin. Eccelin
62, l. 1 et 2.....	approchée. approximative
Ibid, l. 10 en rem.	Siracuse. Syracuse
64, l. 3 en rem.	<i>Sylvatici</i> <i>Sylvatici</i>
78, l. 9.....	Janne. Jeanne
79, l. 12.....	mathématique mathématiques
85, l. 3' en rem. (et ailleurs).....	<i>Mazzucchelli</i> <i>Mazzuchelli</i>
129, l. 15.....	écrivans. écrivains
134, l. 5.....	et. et celui
Ibid, l. 5 en rem.....	<i>est</i> <i>et</i>
139, l. 3 en rem. . . .	<i>vogages</i> <i>voyages</i>
Ibid, l. 7.....	habituelles. . . . , habituels
140, l. 5 en rem. . . .	<i>voyage</i> <i>voyage</i>
149, l. 14.....	laissés laissé
153, l. 15.....	<i>Image</i> <i>Ymage</i>
163, l. 16.....	quatrième quatorzième
182, l. 7 en rem.	siècle. siècle
187, l. 10.....	mettaient promettaient
191, l. 13	mais. mais ils
209, l. 10	das des
Ibid, l. 20	n° 112 n° 113
219, l. 9 en rem. . . .	da. du
225, l. 17.	puis pas. puis
228, l. 2 en rem. . . .	1715 1715, in-4°
231, l. 14	nom. mon
234, l. 15	tous. tout
238, l. 13 en rem. . .	<i>dagli</i> <i>degli</i>

FAUTES.	CORRECTIONS.
238, l. 10 en rem.	richerche ricerche
245, l. 9 en rem.	le..... apocriphe les..... apocryphe
255, l. 7, en rem.	donnée donné
256, l. 13	ce. son
Ibid, l. 19	Boccaccio.. Boccace
Ibid, l. 20	prouva prouve
267, l. 12 en rem.	celui-là est. c'est
274, l. 10 en rem.	per par
283, l. 5 en rem.	pris. pris aux Orientaux
294, l. 6.	tyroniennes tironiennes
Ibid, l. 9	tyroniens tironiens
296, l. 5.	composés par. composés, d'après
299, l. 11.	à en
303, l. 9	<i>Essai</i> <i>Aperçu</i>
Ibid, l. 26.	<i>Tagioni</i> <i>Targioni</i>
307, l. 2	36 32, 34 36
480, l. 2	39. 39, 219.
Ibid. l. 7	royale. royale (<i>MSS. latins</i> , n° 7224)
508, l. 17.	conséquent. subséquent

**This book is under no circumstances to be
taken from the Building**

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. There are two vertical lines, one on the left and one on the right, creating margins. The paper appears slightly aged or off-white. There is no handwriting or printed text on the page.

Digitized by Google

1 MAY 1915



